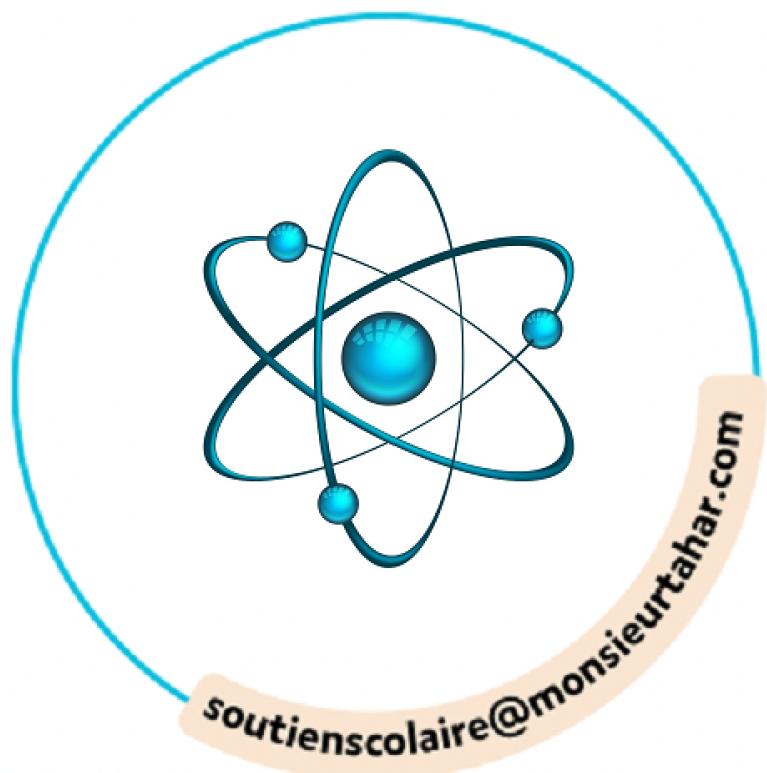
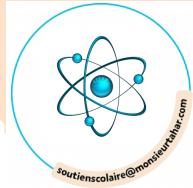


MATHEMATIQUES



CHAPITRE 1



● Suite : définition

Une suite u est une fonction de \mathbb{N} dans \mathbb{R} .

$$\begin{aligned} u : \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{R} \\ n &\mapsto u(n) \end{aligned}$$

La suite u est souvent notée (u_n) .

► $u(n) = u_n$ est le **terme d'indice n** .

Le terme qui précède u_n est noté u_{n-1} .

Le terme qui suit u_n est noté u_{n+1} .

► Dans le plan muni d'un repère, la suite (u_n) est représentée, par le **nuage de points** de coordonnées $(n ; u_n)$.

● Suite et formule explicite

Une suite u est donnée par une **formule explicite** lorsque le terme u_n est donné en fonction de n .

Exemple

$u_n = 1 + \frac{5}{n+1}$ est une formule explicite.

n	u_n
0	$u_0 = 1 + \frac{5}{0+1} = 1 + \frac{5}{1} = 6$
1	$u_1 = 1 + \frac{5}{1+1} = 1 + \frac{5}{2} = 3,5$
2	$u_2 = 1 + \frac{5}{2+1} = \frac{3}{3} + \frac{5}{3} = \frac{8}{3}$
...	...

● Suite et forme récurrente

Une suite u est donnée sous **forme récurrente** (d'ordre 1) lorsque le **terme u_{n+1}** est donné en fonction du terme u_n et qu'un terme est donné.

Un terme est exprimé en fonction du précédent.

Exemple $u_{n+1} = 1 + 0,2u_n$ et $u_0 = 3$.

Relation de récurrence

Un terme donné

$$\begin{aligned} \text{Pour calculer } u_1 &\text{ à partir de } u_0, \\ &\text{je remplace } n \text{ par } 0. \\ u_0 = 3 \longrightarrow u_1 &= 1 + 0,2u_0 \longrightarrow u_2 = 1 + 0,2u_1 \\ &= 1 + 0,2 \times 3 \\ &= 1,6 \quad \quad \quad = 1 + 0,2 \times 1,6 \\ &= 1,32 \end{aligned}$$

● Suites et variations

Le nombre p est un entier naturel.

(u_n) est **croissante** (strictement croissante)

à partir de p si et seulement si :

$$\forall n \geq p, u_{n+1} \geq u_n \quad (u_{n+1} > u_n)$$

(u_n) est **décroissante**

(strictement décroissante)

à partir de p si et seulement si :

$$\forall n \geq p, u_{n+1} \leq u_n \quad (u_{n+1} < u_n)$$

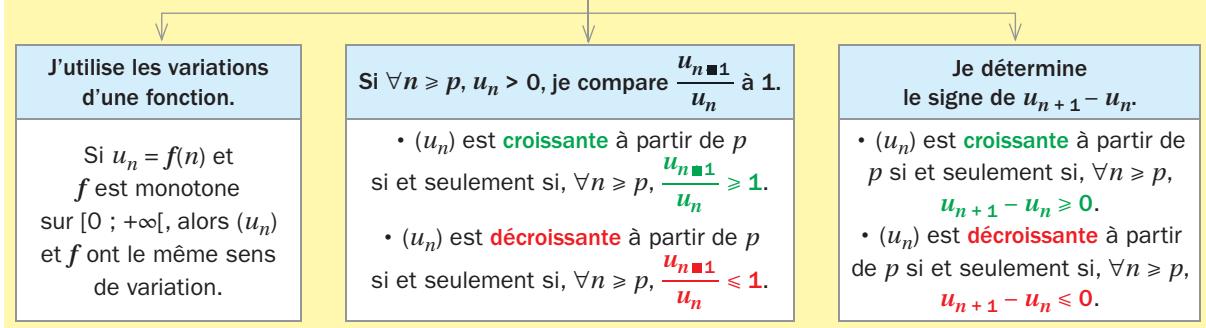
Une suite est **constante**

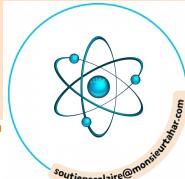
à partir de p si et seulement si :

$$\forall n \geq p, u_{n+1} = u_n$$

Une suite **monotone** est une suite qui est soit croissante, soit décroissante, soit constante.

Point méthode : déterminer les variations d'une suite (u_n)



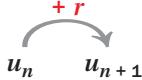


Suite arithmétique

Relation de récurrence

Une suite (u_n) est arithmétique de **raison r** lorsque, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + r$.

On ajoute le même nombre r pour passer d'un terme au suivant.



Formule explicite

Une suite (u_n) est arithmétique de **raison r** si et seulement si, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + n \times r$.
 $\forall n \in \mathbb{N}, \forall p \in \mathbb{N}$,

$$u_n = u_p + (n - p) \times r.$$

Cette formule permet de calculer n'importe quel terme si on connaît un terme et la raison.

Sens de variation

Si $r < 0$ alors
 (u_n) est strictement **décroissante**.

Si $r = 0$ alors
 (u_n) est **constante**.

Si $r > 0$ alors
 (u_n) est strictement **croissante**.

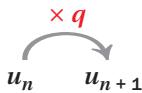
► Cours 1 p. 48

Suite géométrique

Relation de récurrence

Une suite (u_n) est géométrique de **raison q** lorsque, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = q \times u_n$.

On **multiplie** par le même nombre q pour passer d'un terme au suivant.



Formule explicite

Une suite (u_n) est géométrique de **raison q** si et seulement si, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 \times q^n$.
 $\forall n \in \mathbb{N}, \forall p \in \mathbb{N}$, avec $n > p$,

$$u_n = u_p \times q^{n-p}.$$

Cette formule permet de calculer n'importe quel terme si on connaît un terme et la raison.

Sens de variation

	$u_0 < 0$	$u_0 > 0$
$q < 0$	(u_n) n'est pas monotone.	(u_n) n'est pas monotone.
$0 < q < 1$	(u_n) est strictement croissante .	(u_n) est strictement décroissante .
$q = 1$	(u_n) est constante égale à u_0 .	(u_n) est constante égale à u_0 .
$q > 1$	(u_n) est strictement décroissante .	(u_n) est strictement croissante .

Sommes de termes

Suite arithmétique de raison r

$$\sum_{k=1}^{k=n} k = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n+1) \frac{(u_0 + u_n)}{2}$$

Suite géométrique de raison $q \neq 1$

$$\sum_{k=0}^{k=n} q^k = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

