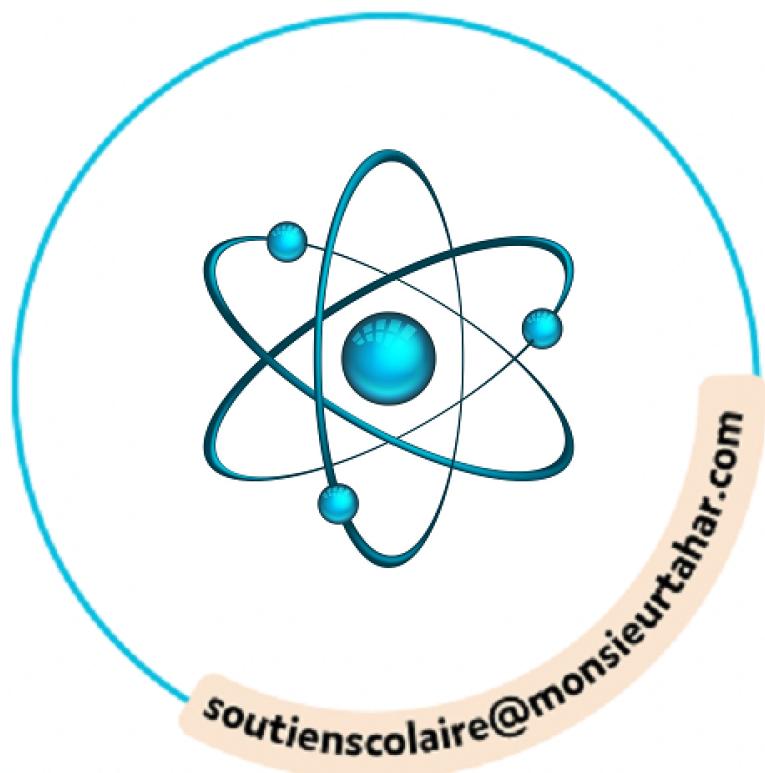


MATHEMATIQUES



CHAPITRE 10



Définir et exploiter la loi de probabilité d'une variable aléatoire

Pour une expérience aléatoire d'univers Ω , définir une variable aléatoire X , c'est associer à chaque issue de Ω un nombre réel.

On peut alors générer des événements :

- $\{X = x\}$: « la variable aléatoire X prend la valeur x » ;
- $\{X \leq x\}$: « la variable aléatoire X prend une valeur inférieure ou égale à x ».

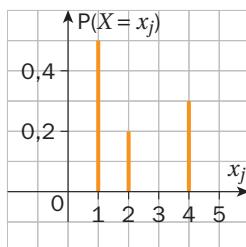
► Pour une variable aléatoire X , définir la loi de probabilité de X , c'est associer à chaque valeur prise par X une probabilité.

Valeur prise x_j	x_1	...	x_r
Probabilité $P(X = x_j)$	p_1	...	p_r

La somme des probabilités doit valoir 1 :

$$p_1 + \dots + p_r = 1.$$

► On peut représenter une variable aléatoire X en représentant les valeurs $P(X = x_j)$ par des barres.



► On peut simuler une variable aléatoire X à l'aide d'une fonction en Python où les valeurs prises par X sont renvoyées avec la probabilité définie dans la loi de probabilité de X .

```

1 import random
2 def simu_X():
3     alea=random.random()
4     if alea<0.5:
5         return 1
6     if alea<0.7:
7         return 2
8     return 4

```

Déterminer l'espérance et l'écart type d'une variable aléatoire

► L'espérance de X est :

$$E(X) = p_1 \times x_1 + \dots + p_r \times x_r.$$

► La variance de X est :

$$V(X) = p_1 \times (x_1 - E(X))^2 + \dots + p_r \times (x_r - E(X))^2.$$

► L'écart type de X est :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}.$$

Après un grand nombre de simulations de X :

- la valeur moyenne prise par X est proche de l'espérance de X ;
- l'écart type des valeurs prises par X est proche de l'écart type de X .

Détermination de l'espérance et de l'écart type avec python™

Pour une variable aléatoire X , on crée deux listes :

- Lx contenant les valeurs prises par X ;
- Lp contenant les probabilités de ces valeurs.

```

1 def Esp(Lx,Lp):
2     L=[Lp[i]*Lx[i] for i in range(len(Lx))]
3     return sum(L)
4
5 def E_Type(Lx,Lp):
6     L=[Lp[i]*(Lx[i]-Esp(Lx,Lp))**2 for i in range(len(Lx))]
7     return sum(L)

```

Modéliser une expérience aléatoire à l'aide d'une variable aléatoire

► Une répétition d'expériences aléatoires peut être modélisée par un arbre pondéré.

► La valeur prise par la variable aléatoire peut être notée au bout de chaque chemin de l'arbre.

