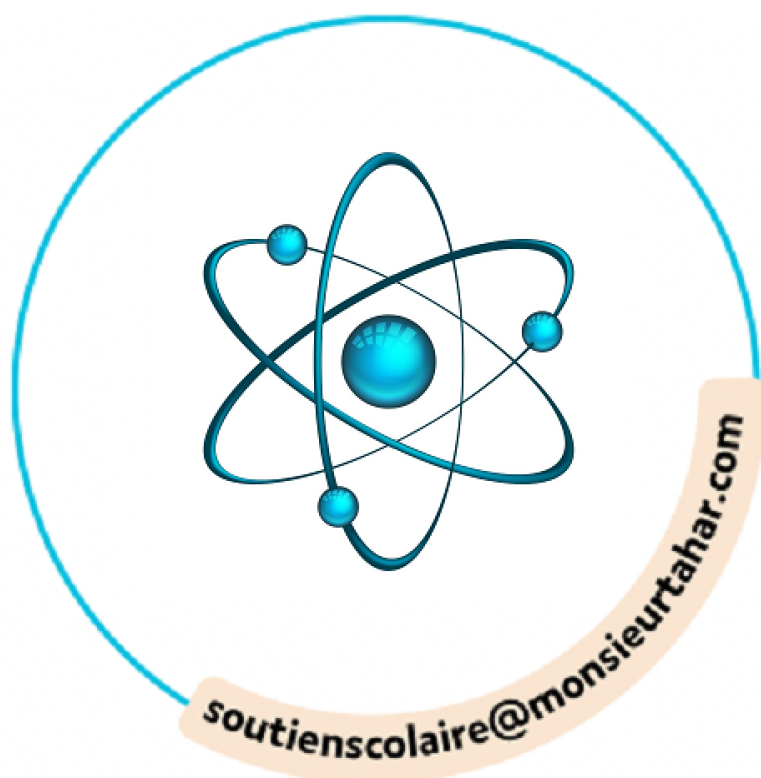
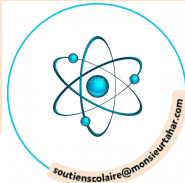


# MATHEMATIQUES



## CHAPITRE 10



### ● Définir et exploiter la loi de probabilité d'une variable aléatoire

Pour une expérience aléatoire d'univers  $\Omega$ , **définir une variable aléatoire  $X$** , c'est associer à chaque issue de  $\Omega$  un nombre réel.

On peut alors générer des événements :

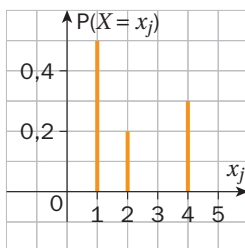
- $\{X = x\}$  : « la variable aléatoire  $X$  prend la valeur  $x$  » ;
- $\{X \leq x\}$  : « la variable aléatoire  $X$  prend une valeur inférieure ou égale à  $x$  ».

► Pour une variable aléatoire  $X$ , définir la **loi de probabilité de  $X$** , c'est associer à chaque valeur prise par  $X$  une probabilité.

Valeur prise $x_j$	$x_1$	...	$x_r$
Probabilité $P(X = x_j)$	$p_1$	...	$p_r$

La somme des probabilités doit valoir 1 :  
 $p_1 + \dots + p_r = 1$ .

► On peut **représenter** une variable aléatoire  $X$  en représentant les valeurs  $P(X = x_j)$  par des barres.



► On peut **simuler** une variable aléatoire  $X$  à l'aide d'une fonction en Python où les valeurs prises par  $X$  sont renvoyées avec la probabilité définie dans la loi de probabilité de  $X$ .

```
1 import random
2 def simu_X():
3     alea=random.random()
4     if alea<0.5:
5         return 1
6     if alea<0.7:
7         return 2
8     return 4
```

### ● Déterminer l'espérance et l'écart type d'une variable aléatoire

► L'**espérance** de  $X$  est :

$$E(X) = p_1 \times x_1 + \dots + p_r \times x_r$$

► La **variance** de  $X$  est :

$$V(X) = p_1 \times (x_1 - E(X))^2 + \dots + p_r \times (x_r - E(X))^2$$

► L'**écart type** de  $X$  est :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Après un grand nombre de **simulations** de  $X$  :

- la valeur moyenne prise par  $X$  est proche de l'espérance de  $X$  ;
- l'écart type des valeurs prises par  $X$  est proche de l'écart type de  $X$ .

**Détermination de l'espérance et de l'écart type avec python**

Pour une variable aléatoire  $X$ , on crée deux listes :

- $Lx$  contenant les valeurs prises par  $X$  ;
- $Lp$  contenant les probabilités de ces valeurs.

```
1 def Esp(Lx,Lp):
2     L=[Lp[i]*Lx[i] for i in range(len(Lx))]
3     return sum(L)
4
5 def E_Type(Lx,Lp):
6     L=[Lp[i]*(Lx[i]-Esp(Lx,Lp))**2 for i in range(len(Lx))]
7     return sum(L)
```

### ● Modéliser une expérience aléatoire à l'aide d'une variable aléatoire

► Une **répétition** d'expériences aléatoires peut être modélisée par un **arbre pondéré**.

► La **valeur prise par la variable aléatoire** peut être notée au bout de chaque chemin de l'arbre.

