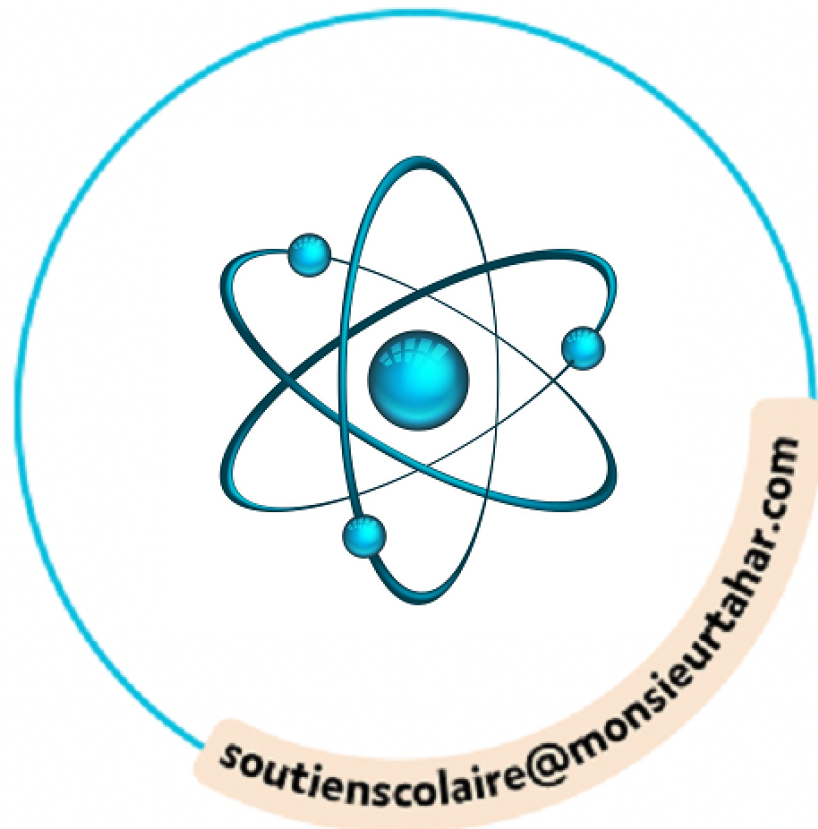
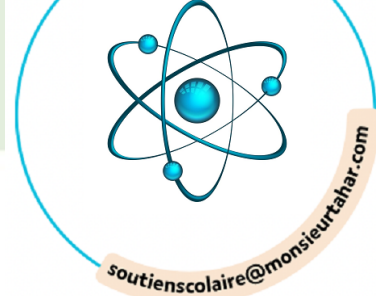


ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE



PHYSIQUE - CHIMIE

CHAPITRE 6



1. Modèle linéaire et suite arithmétique

► Les modèles démographiques permettent de prédire l'évolution dans le temps de populations. On étudie un phénomène caractérisé par une grandeur discrète u prenant différentes valeurs dans le temps, notées chacune $u(n)$. Lorsque u varie d'une valeur constante r à chaque palier temporel n , le phénomène peut être modélisé par une **suite arithmétique**.

► Une **suite** u est arithmétique s'il existe un nombre réel r tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) = u(n) + r$. Le réel r est la raison de la suite. Autrement dit, une suite arithmétique de raison r est une suite dont chaque terme s'obtient en ajoutant r au terme précédent. Graphiquement, les points $[n, u(n)]$ sont situés sur une droite.

► Pour un phénomène dont la variation absolue d'un palier à l'autre est presque constante, on utilise le **modèle linéaire**. Partant du nuage de points $[n, u(n)]$, un tableur permet de construire une droite dite de régression linéaire. Le modèle linéaire ne peut pas décrire l'évolution d'une population. > **Unité 1**

2. Modèle exponentiel et suite géométrique

► On étudie un phénomène caractérisé par une grandeur discrète v prenant différentes valeurs dans le temps, notées chacune $v(n)$. Si la variation d'un rang à l'autre $v(n+1) - v(n)$ est proportionnelle à la valeur courante $v(n)$, alors le phénomène peut être modélisé par une **suite géométrique**.

► Une suite v est géométrique s'il existe un nombre réel q tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v(n+1) / v(n) = q$. Le réel q est la raison de la suite. Autrement dit, une suite géométrique de raison q est une suite dont chaque terme s'obtient en multipliant le terme précédent par q . Graphiquement, les points $[n, v(n)]$ sont situés sur une exponentielle.

► Dans le **modèle exponentiel**, les variations du phénomène étudié sont modélisées par une suite géométrique. Ce modèle permet de décrire certaines phases de croissance d'une population : quand le **taux de croissance** (différence entre **taux de natalité** et **taux de mortalité**) est positif et que les ressources sont disponibles sans limites. Dans ces conditions, tant qu'aucun frein n'intervient, les effectifs de la population augmentent. > **Unité 2**

3. La démographie des populations humaines

► Au début du XIX^e siècle, l'économiste Robert Malthus propose un modèle de croissance géométrique de la population. Il prévoit que cette croissance sera limitée par les ressources alimentaires disponibles, dont il pense que l'augmentation suit un modèle linéaire. Ses prévisions s'avèrent être inexactes. > **Unité 3**

► La croissance des ressources alimentaires ne croît pas de façon arithmétique. L'économiste du XX^e siècle Ester Boserup déclare « l'innovation, et donc la propension à produire davantage, est une fonction directe de l'effectif de la population ».

► La phase de croissance exponentielle des populations humaines est liée au fait que le taux de natalité baisse moins vite que le taux de mortalité. Quand le taux de natalité se stabilisera, la **transition démographique** sera terminée. La population humaine mondiale atteindra 10 milliards d'habitants en 2050. Au-delà, ses effectifs dépendront de la valeur du taux de natalité après la transition démographique : stabilité, croissance ou diminution. > **Unités 3 et 4**

Les mots-clés du chapitre

• **Suite** : Fonction définie sur l'ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N}$ et qui prend des valeurs dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$. Le terme de rang n de la suite u est noté $u(n)$; $u(n)$ est l'image de l'entier n par la suite u .

• **Suite arithmétique** : Une suite arithmétique de raison r est une suite dont chaque terme s'obtient en ajoutant r au terme précédent.

• **Modèle linéaire** : Modèle utilisé pour décrire un phénomène dont la variation absolue d'un palier à l'autre est presque constante.

• **Suite géométrique** : Une suite géométrique de raison q est une suite dont chaque terme s'obtient en multipliant le terme précédent par q .

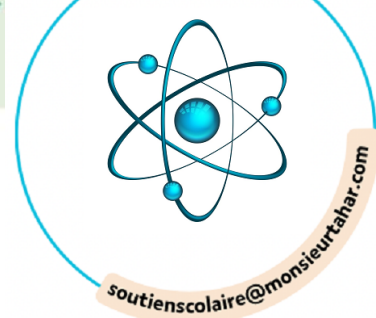
• **Modèle exponentiel** : Modèle dans lequel les variations du phénomène étudié sont modélisées par une suite géométrique.

• **Taux de croissance** : Taux de natalité – taux mortalité.

• **Taux de natalité** : Nombre de naissances d'enfants pour 1000 habitants, exprimé en pour mille (en ‰).

• **Taux de mortalité** : Nombre de décès pour 1000 habitants (en ‰).

• **Transition démographique** : Phase de l'évolution d'une population marquée d'abord par une augmentation de son taux de croissance (baisse de la mortalité), puis par une diminution du taux de croissance (baisse de la natalité). La transition est terminée quand la natalité est stable.



Modèle linéaire et suite arithmétique

Situation Une valeur r constante s'ajoute à chaque étape d'un phénomène

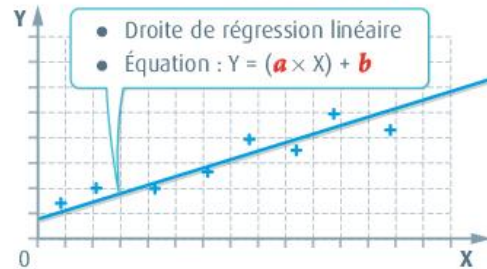
Traduction mathématique

- Le phénomène est modélisé par une **suite arithmétique** u :

$$u(n+1) = u(n) + r \quad \text{Avec } n \in \mathbb{N} \text{ et } u(n) \in \mathbb{R}$$
- Les points $[n, u(n)]$ sont situés sur une droite

Représentation graphique

Pour un phénomène dont la variation absolue d'un palier à l'autre est presque constante, on peut appliquer le **modèle linéaire**



Modèle exponentiel et suite géométrique

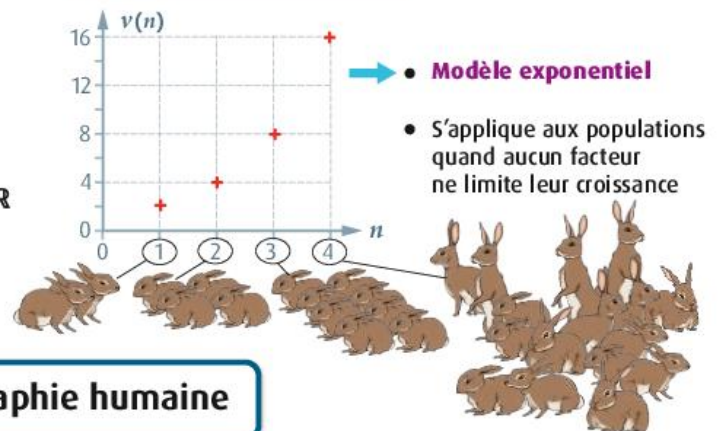
Situation Un taux de multiplication constant q s'applique à chaque étape d'un phénomène

Traduction mathématique

- Le phénomène est modélisé par une **suite géométrique** v :

$$v(n+1) = q \times v(n) \quad \text{Avec } n \in \mathbb{N} \text{ et } v(n) \in \mathbb{R}$$
- Les points $[n, v(n)]$ sont situés sur une courbe exponentielle

Représentation graphique



La démographie humaine



Robert Malthus (1766-1834)
 ... pensait que les populations avaient une croissance exponentielle...

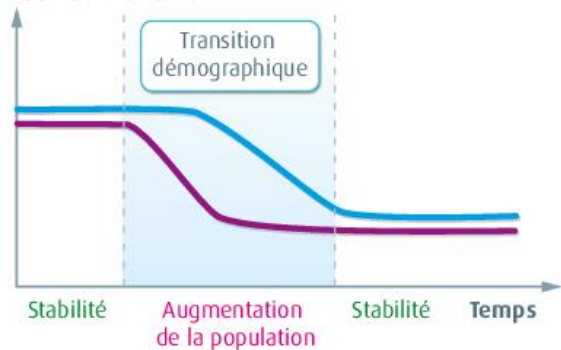


... et les ressources alimentaires une croissance arithmétique



Cela ne correspond pas aux **faits**

Taux de natalité
Taux de mortalité



Prévisions

- 10 milliards d'humains en 2050
- La population mondiale en 2100 dépendra du taux de naissance après transition démographique dans les différents pays du monde