PHYSIQUE-CHIMIE

soutienscolaire@monsieurtahar.com

CHAPITRE 12

Chapitre 12 : Etude de la dynamique d’un système électrique

I. Rappel sur les notions d’électricité

Par convention, on utilise les lettres minuscules pour les grandeurs variables avec le temps et les lettres majuscules pour les grandeurs indépendantes du temps.

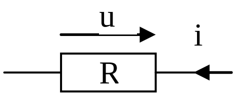
1. Caractéristiques tension intensité de dipôles électriques

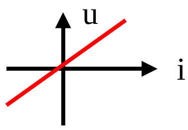
C'est la courbe représentant les variations de la tension aux bornes du dipôle en fonction de l'intensité du courant qui le traverse.

Les dipôle linéaires

Leur caractéristique tension intensité est linéaire (dipôle non linéaire dans le cas contraire)

Exemple la résistance





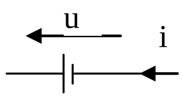
$u = R.i$ (loi d’Ohm)

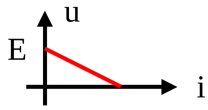
Les dipôles actifs

Leur caractéristique tension-intensité ne passe pas par l'origine (dipôle passif dans le cas contraire)

Exemples

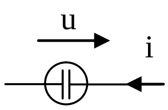
le générateur réel (pile)

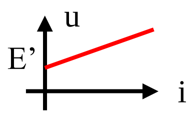




$u = E - r.i$

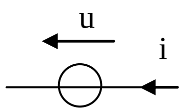
l'électrolyseur

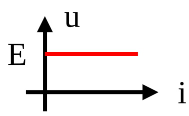




$u = E’ + r.i$

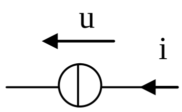
le générateur de tension

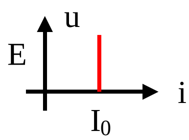




$u = E$

le générateur de courant





$i = I_0$

Remarques

Le générateur de tension est un générateur particulier dont la résistance interne est nulle. Quelle que soit l’intensité du courant qu’il débite, **la tension à ses bornes est constante**.

Le générateur de courant est générateur particulier dont la résistance interne est infinie. Quelle que soit la tension à ses bornes **l’intensité du courant qu’il débite est constante.**

2. Puissance mise en jeu dans un circuit électrique

Par définition la puissance électrique instantanée aux bornes d'un dipôle est :

$$\boxed{p = u.i}$$

3. Les dipôles générateurs ou récepteurs

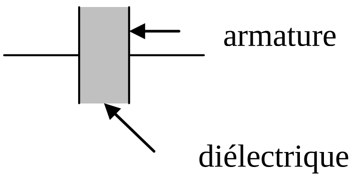
Dans la convention récepteur la flèche tension et la flèche intensité ont des sens contraires.
Dans la convention générateur la flèche tension et la flèche intensité ont même sens.

Il est commode d'adopter la convention récepteur aux bornes d'un récepteur et la convention générateur aux bornes d'un générateur. Certains dipôles assument les deux fonctions ; ils sont dit réversibles (une bobine, un condensateur, ...). Si un dipôle réversible passe continûment d'un fonctionnement à l'autre, une convention n'est pas meilleure que l'autre.

II. Le condensateur.

1. Définition et symbole.

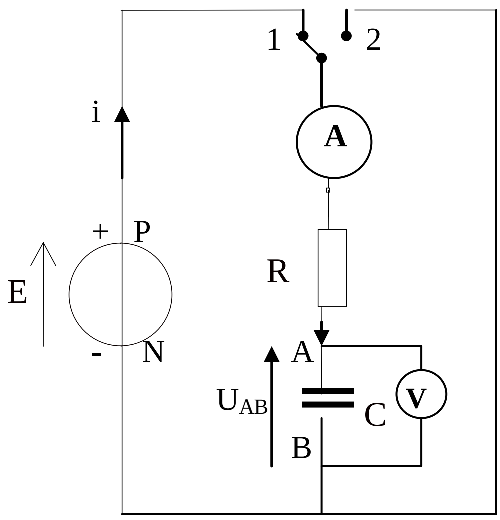
Un condensateur est constitué de deux conducteurs métalliques (les armatures) en influence mutuelle, séparés par un isolant (le diélectrique).




Son symbole

2. Charge et décharge du condensateur.

<u>a) Expérience :</u>



<u>Observation</u> :
Lorsqu'on ferme **<u>l'interrupteur en position 1,</u>** l'ampèremètre indique qu'un courant circule pendant quelques instants.
Simultanément, la tension u_{AB} aux bornes du condensateur croit progressivement.
L'intensité finit par s'annuler tandis que u_{AB} tend à se stabiliser à une valeur égale à la tension du générateur.

Lorsqu'on bascule **<u>l'interrupteur en position 2,</u>** l'ampèremètre indique qu'un courant circule pendant quelques instants dans le sens contraire à tout l'heure.
Simultanément, , la tension u_{AB} aux bornes du condensateur décroit progressivement.
La tension u AB et l'intensité tendent à se stabiliser vers une valeur nulle.

<u>b) Interprétation :</u>

Lorsqu'on ferme l'interrupteur en position 1, les électrons débités par le générateur vont se déplacer vers l'armature B.

Ces électrons ne peuvent traverser l'isolant séparant les armatures du condensateur : ils s'accumulent donc sur l'armature B qui se charge négativement.
Simultanément, des électrons de l'armature A quittent cette armature.

<u>On dit que le condensateur se charge.</u>

Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 2, les éléctrons accumulés sur l'armature B vers l'armature A pour y neutraliser les charges positives.
Les charges du condensateur diminue jusquà s'annuler.

<u>On dit que le condensateur se décharge.</u>

Les charges qA et qB varie en sens contraire. Lorsque des électrons partent de l'armature A, la meme quantité d'électrons arrive sur l'armature B.

$$\mathbf{q_A = - q_B = q}$$

Les charges s'expriment en Coulomb (C).

<u>3) Relation entre charge et intensité :</u>

La charge du condensateur évolue au cours du temps. C'est une fonction du temps :q(t).

Sa dérivée par rapport au temps est un débit de charge électrique, c'est-à-dire l'intensité du courant.

$$i = \frac{dq_A}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

Cette relation est valable aussi bien lors de la charge que lors de la décharge.

Lors de la charge, i circule dans le sens positif, i est positif et la charge augmente donc $\frac{dq}{dt}$ est positif.

Lors de la décharge, i circule dans le sens contraire au sens positif, i est négatif et la charge diminue donc $\frac{dq}{dt}$ est négative.

4. Capacité du condensateur .

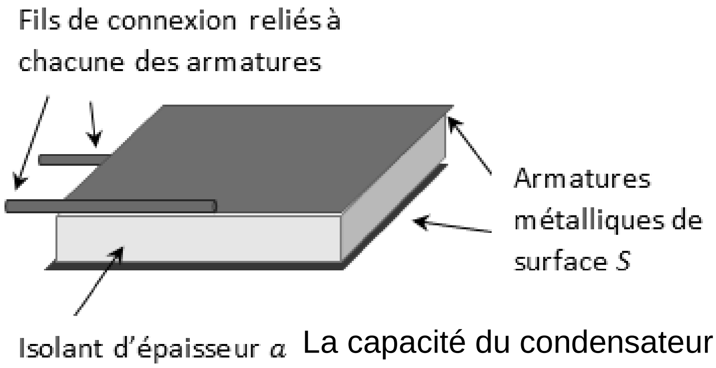
La charge q d'un condensateur est proportionnelle à la tensoin u entre ses armatures.

Ce coefficient de proportionnalité toujours positif est appelé capacité du condensateur et s'exprime en farad dans le SI.

$$\mathbf{q_A = C.u_{AB}}$$

q s'exprime en Coulomb (C), u en volt et C s'exprime en farad (F).

La capacité du condensateur dépend de la géométrie et de la nature du diélectrique. (isolant)



La capacité du condensateur plan est donnée par la relation :

$$C = \frac{\varepsilon \times S}{a}$$

C est proportionnel est à S
C est inv. proportionnel à a
C est proportionnel à ε

où ε est une constante qui dépend du matériau utilisé comme isolant.
On utilise couramment les sous multiples: 1mF=10^{-3}F, 1µF=10^{-6}F, 1nF=10^{-9}F (nanofarad) et 1pF=10^{-12}F (picofarad).

Selon le type d'utilisation, la valeur de la capacité C varie considérablement.

utilisation	Capacité C (F)
Mémoire d'ordinateur	0,1 à 1
Allumage de voiture	10^{-4}
Flash électronique	10^{-5}
Détection radio	10^{-9} à 10^{-12}

C supercondensateurs = de 100 à plusieurs milliers de F

5) Relation entre i, C et u.

$$\left.\begin{array}{l} q = C.u \\ \\ i = \dfrac{dq}{dt} \end{array}\right\} \quad i = \frac{d(Cu)}{dt} = C\frac{du}{dt}$$

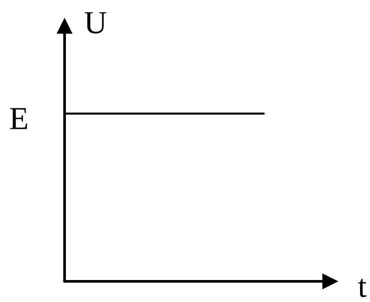
Par conséquent :

$$i = C.\frac{du}{dt}$$

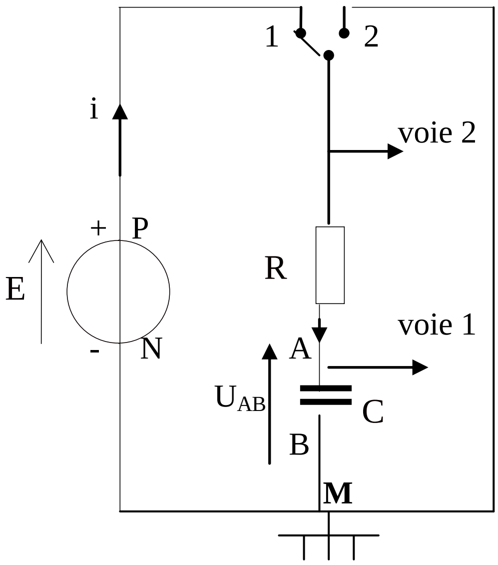
III. Dipôle (R, C) soumis à un échelon de tension.

1) Définition :

<u>Un échelon de tension E</u> est le passage instantané d'une tension de valeur nulle à une tension de valeur constante E.



2) Expériences :

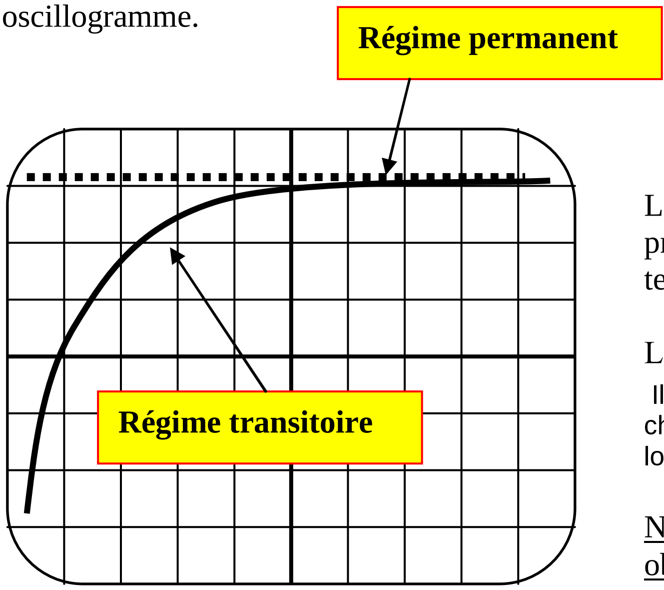


On veut visualiser les variations de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur lors de la charge et lors de la décharge et aux bornes du générateur.

L'observation à l'aide d'un oscilloscope n'est pas possible car les tensions ne sont pas périodiques. On utilisera un **<u>oscilloscope à mémoire</u>** qui permet de visualiser une variation de tension et qui ne se répète pas.
(ou bien un système d'acquisition comme celui utilisé au LIAD)

<u>a) charge du condensateur :</u>

On bascule l'interrupteur en position 1. On observe sur l'oscilloscope à mémoire l' oscillogramme.



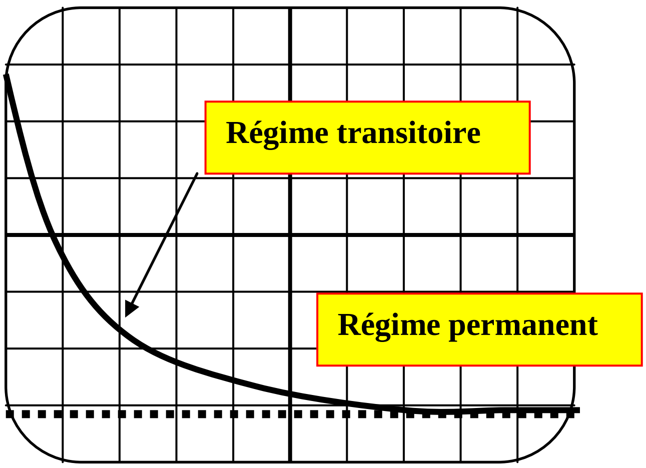
La tension aux bornes du condensateur augmente progressivement pour tendre vers la valeur de la tension E aux bornes du générateur.

La charge du condensateur n'est pas instantanée.
Il existe un **<u>régime transitoire</u>** qui correspond à la charge du condensateur et un **<u>régime permanent</u>** lorsque le condensateur est chargé.

<u>NB : Les courbes ont été décalées pour mieux observer le phénomène de la charge.</u>

<u>b) décharge du condensateur :</u>

On bascule l'interrupteur en position 2. On observe l'oscillogramme suivant :



La tension aux bornes du condensateur diminue progressivement pour tendre vers une valeur nulle.

La décharge du condensateur n'est pas instantanée.
Il existe un régime transitoire qui correspond à la décharge du condensateur et un régime permanent quand le condensateur est déchargé.

<u>NB : Les courbes ont été décalées pour mieux observer le phénomène de la décharge.</u>

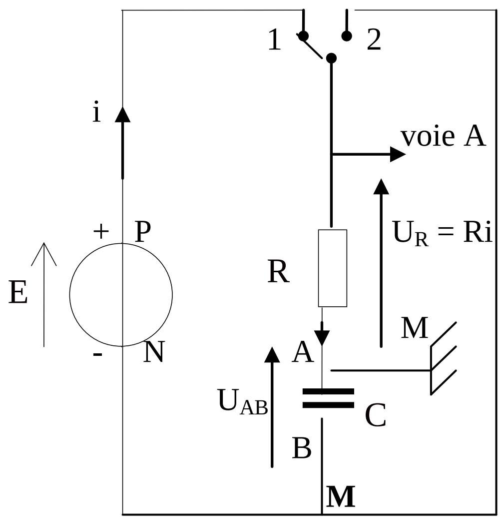
c) variation de l'intensité lors de la charge et de la décharge:

Comment peut on visualiser les variations de l'intensité du courant lors de la charge ou de la décharge ?

Un oscilloscope à mémoire permet de visualiser une tension et non une intensité.

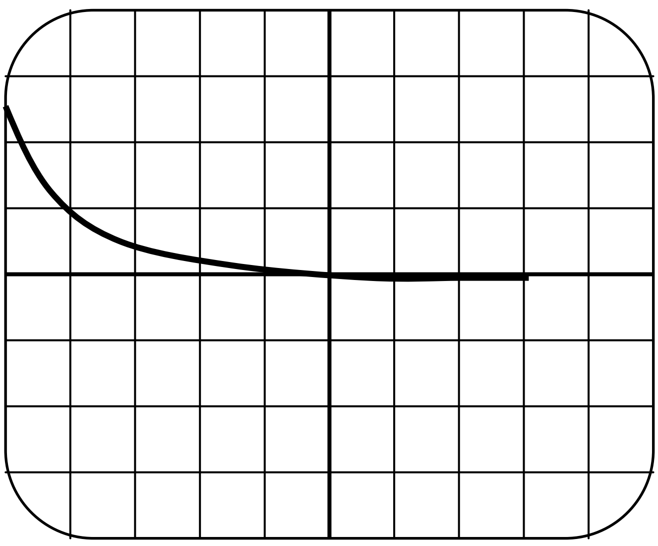
Cependant on sait que la tension aux bornes d'un conducteur ohmique (résistance) est proportionnelle l'intensité du courant électrique qui le traverse. (Loi d'Ohm).

Il suffira de visualiser les variations aux bornes d'une résistance $u_R = R.i$ et on obtient ainsi les variations de i (t) à un coefficient près.



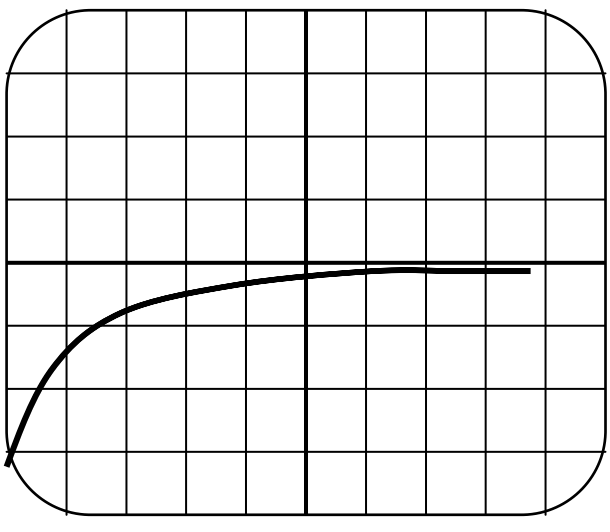
On observe les oscillogrammes suivants :

Lors de la charge :



Lors de la charge du condensateur, l'intensité i diminue pour tendre vers une valeur nulle. L'intensité i est positive et elle décroît.

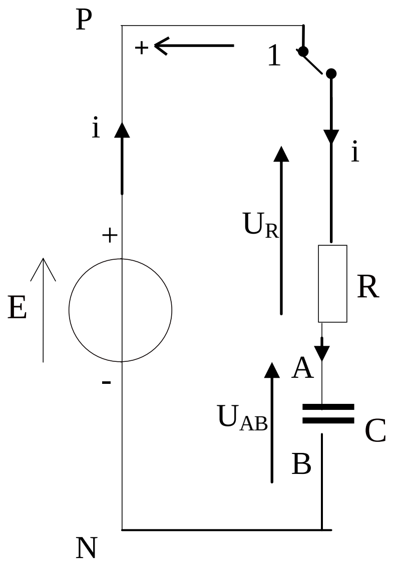
Lors de la décharge :



Lors de la décharge du condensateur, l'intensité du courant est négative. Le courant circule dans le sens inverse au sens du courant lors de la charge. L'intensité en valeur absolue diminue pour tendre vers une valeur nulle.

3) étude théorique :

a) de la charge du condensateur :



Appliquons **la loi des mailles** à notre circuit :

$u_{AB} + u_R - E = 0$

$u_R = Ri$ d'après **la loi d'Ohm**.

Or $i = \dfrac{dq}{dt}$ et $q = C.\,u_{AB}$

d'où $U_R = Ri = R\dfrac{dq}{dt} = R.\dfrac{d(Cu_{AB})}{dt} = RC\dfrac{du_{AB}}{dt}$

d'où $E = u_{AB} + RC\dfrac{du_{AB}}{dt}$

en divisant par RC, et en notant $U_{AB} = u_C$

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}}$$

En posant $\tau = RC$, on aura :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = \frac{E}{\tau} \qquad \text{avec} \quad \tau = RC}$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = \frac{E}{\tau}$$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{-1}{\tau}u_c + \frac{E}{\tau}$$

$$y' = ay + b$$

Il s'agit d'une équation différentielle du type: y' = ay + b

La solution d'une telle équation différentielle est du type: y = K.exp(ax) - b /a

D'ou $\quad uc(t) = K.\exp(-t/\tau) - \dfrac{E/\tau}{-1/\tau}$

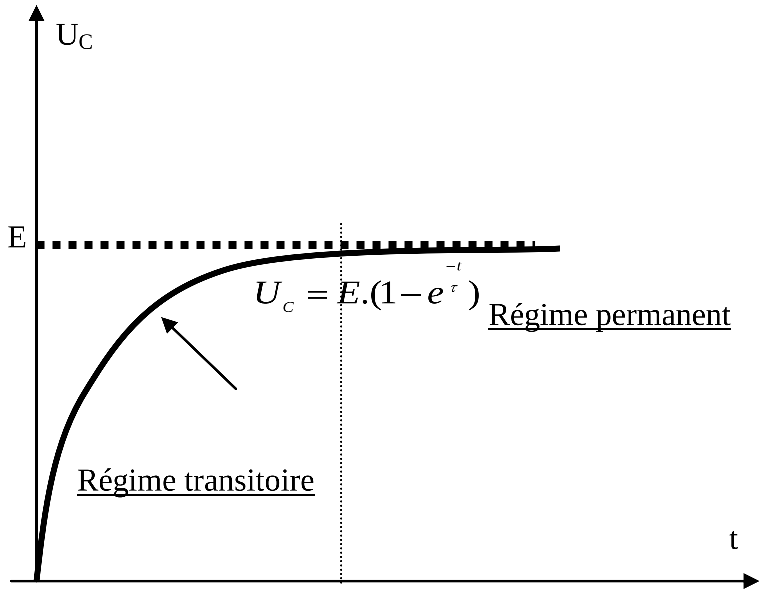
D'ou $\quad uc(t) = K.\exp(-t/\tau) + E$

On détermine K à partir des conditions initiales: uc (0) = 0V condensateur initialement déchargé

uc(t) = K.exp(-0) + E = K + E = 0 d'ou K = -E

En remplaçant K par -E et en factorisant par E, on obtient:

$$\boxed{u_C = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$



Certains élèves ne suivant pas l'enseignement de spécialité mathématiques n'ont pas traité les équations différentielles.
Dans les sujets de bac, on donnera la solution de l'équation diff. et on vous demander de vérifier que l'expression est bien solution.

Vérifions par le calcul que cette solution vérifie l'équation différentielle.

$$u_C = E - E\,e^{\frac{-t}{\tau}} \qquad \frac{du_C}{dt} = E.\frac{1}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}} \qquad \frac{1}{\tau}u_C = \frac{1}{\tau}.E - \frac{E}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$$

d'où $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}$, l'équation différentielle est bien vérifiée par cette solution.

b) Constante de temps du dipole RC:

$$E = u_C + RC\frac{du_C}{dt}$$

L'équation différentielle montre que <u>**τ = RC**</u> <u>**s'exprime en seconde.**</u>

De l'équation différentielle, on peut tirer τ

$$\tau = \frac{E - u_C}{\frac{du_C}{dt}} \quad \text{d'où} \quad [\,\tau\,] = \frac{[V]}{\frac{[V]}{[T]}} = [T]$$

L'analyse dimensionnelle du produit RC permet de retrouver ce résultat.

En effet :

- La loi d'Ohm U = Ri montre que [R] = [V] / [I]

- $i = C\dfrac{du_C}{dt}$ d'où $C = \dfrac{i}{\dfrac{du_C}{dt}}$ Cette relation montre que [C] = [I] [T] / [V]

On en déduit [RC] = [R] [C] = [T]

Le produit τ = RC a bien les dimensions d'un temps. Il s'exprime en seconde (unité du système international).

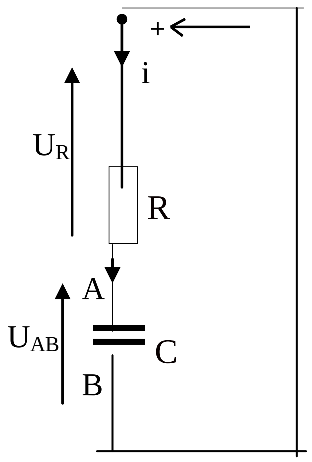
Le produit RC, homogène à une durée est appelée <u>constante de temps</u> du dipôle (R,C)

<u>τ = RC</u>

La constante de temps τ donne l'ordre de grandeur de l'établissement du régime permanent.
Elle correspond à la durée que met le condensateur pour se charger à 63% de sa charge totale.

<u>La charge sera d'autant plus rapide que τ soit petit c'est-à-dire R et C petits</u>

c) de la décharge :



Le condensateur est initialement chargé et $U_C(0) = E$.
Appliquons **la loi des mailles** à notre circuit :

$- u_{AB} - u_R = 0$ $\qquad$ $u_{AB} + u_R = 0$

Or $u_R = Ri$ d'après **la loi d'Ohm**.

Or $i = \dfrac{dq}{dt}$ et $q = C.\,u_{AB}$

d'où $u_R = Ri = R\dfrac{dq}{dt} = R.\dfrac{d(Cu_{AB})}{dt} = RC\dfrac{du_{AB}}{dt}$

d'où $0 = U_{AB} + RC\dfrac{du_{AB}}{dt}$

en divisant par RC, et en notant $u_{AB} = u_C$ et $\tau = RC$

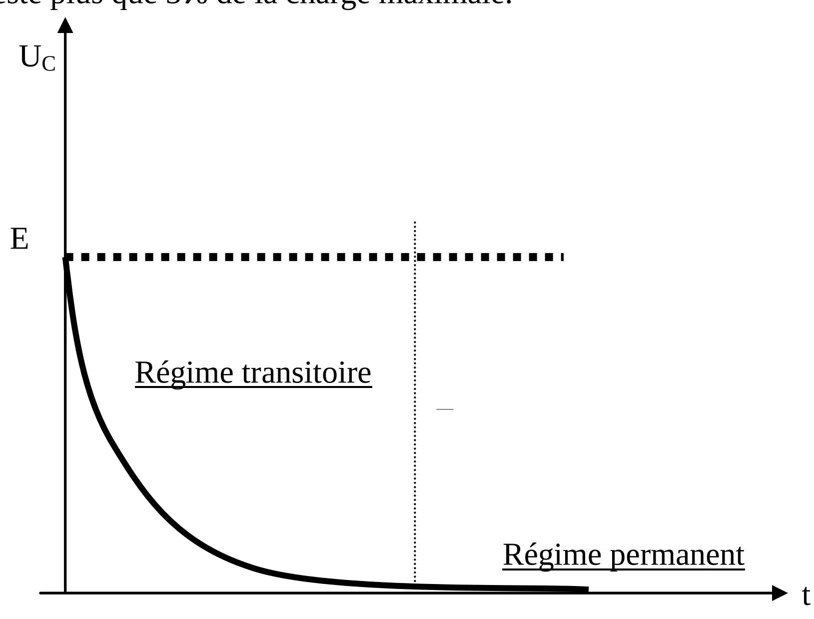
$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = 0}$$

Après résolution de l'équation différentielle: $u_C = E.e^{\frac{-t}{\tau}}$

Vérifions que cette solution vérifie bien l'équation différentielle.

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}} \quad , \quad \frac{1}{\tau}u_C = \frac{1}{\tau}E.e^{\frac{-t}{\tau}} \quad \text{et donc} \quad \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = 0$$

La constante de temps τ apparaît aussi bien dans la charge ou la décharge du condensateur. Elle correspond lors de la décharge à la durée pour que le condensateur se décharge à 63% de sa charge maximale. Il ne reste plus que 37% de la charge maximale.



4) Détermination expérimentale de la constante de temps :

a) Méthode des 63%

Examinons la valeur que prend u_C lors de la charge du condensateur lorsque t=t. en reprenant l'expression $u_C=E(1-e^{-t/RC})$, à la date t = τ, on a:

$u_C(\tau) = E(1 - e^{-1})$ d'où $\mathbf{\underline{u_C(\ \tau\ ) = 0{,}63\ E}}$

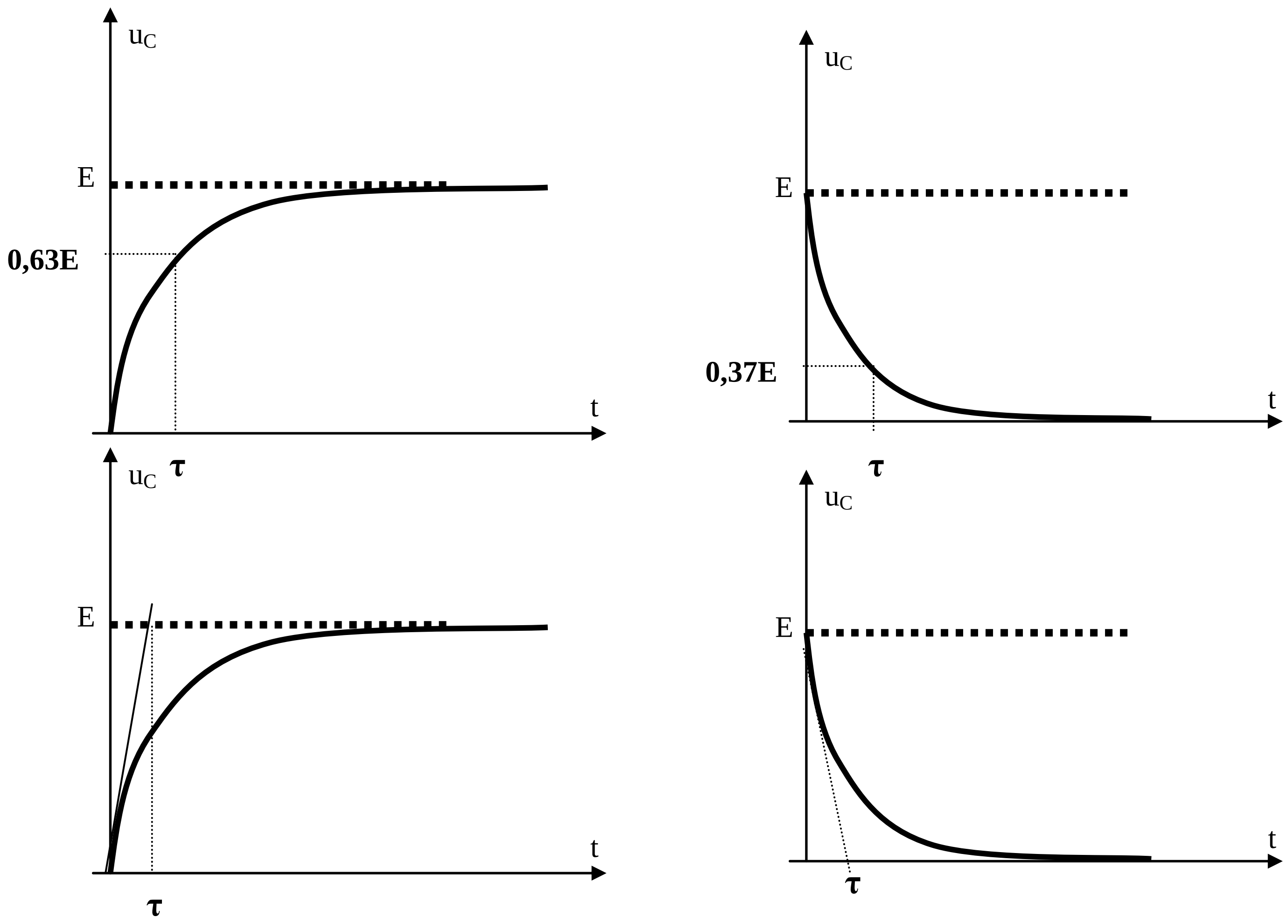
Il suffit alors de lire sur le graphe $u_C=f(t)$ la valeur de t.

Le même raisonnement appliqué à la décharge du condensateur donne :

pour **t=τ** $u_C\ (\ \tau\ ) = Ee^{-1}$ **d'où** $\mathbf{\underline{u_C\ (\ \tau\ )=0{,}37E}}$

b) méthode des tangentes à l'origine

On trace la tangente à la courbe uc (t) à l'origine. Celle-ci coupe l'asymptote horizontale $u_C = E$ en un point d'abscisse τ dans le cas de la charge du condensateur.

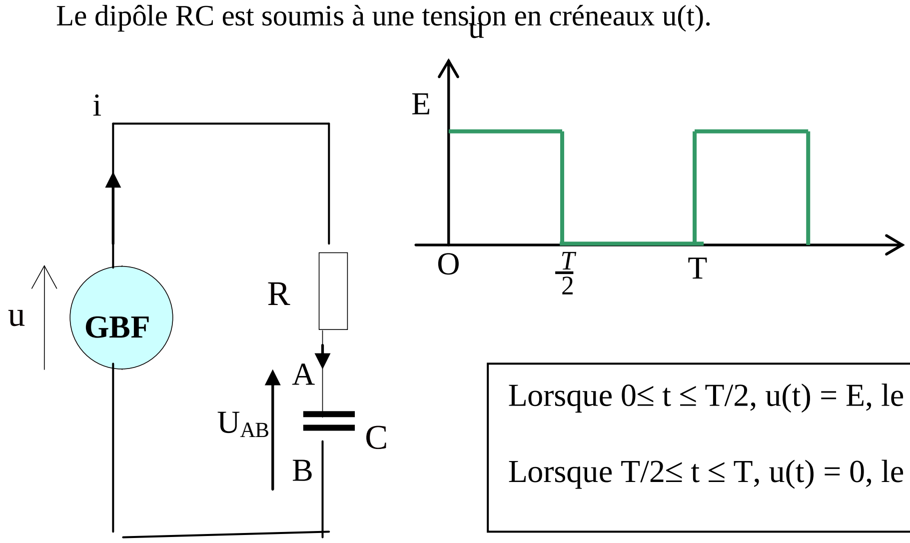


Dans le cas de la décharge, la tangente à la courbe à l'origine coupe l'axe des x en un point d'abscisse τ.

c) méthode par le calcul On détermine τ par le calcul : τ = RC.

IV. Dipole (RC) soumis à une tension en créneaux :

Le dipôle RC est soumis à une tension en créneaux u(t).



Lorsque $0 \leq t \leq T/2$, u(t) = E, le condensateur se charge.

Lorsque $T/2 \leq t \leq T$, u(t) = 0, le condensateur se décharge.

Deux cas peuvent se produire lors de la charge et de la décharge du condensateur.

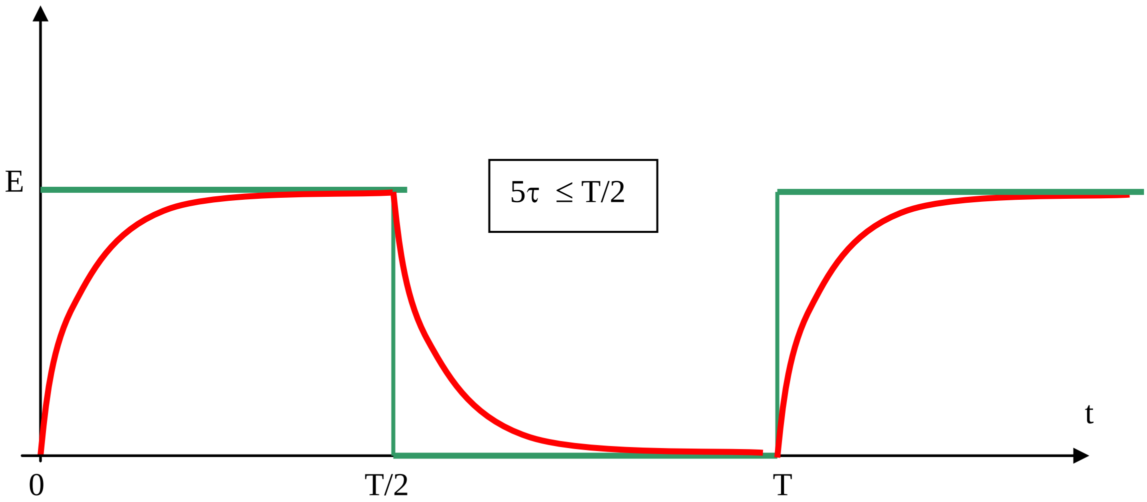
1^er^ cas : Le condensateur a le temps de se charger (ou de se décharger)

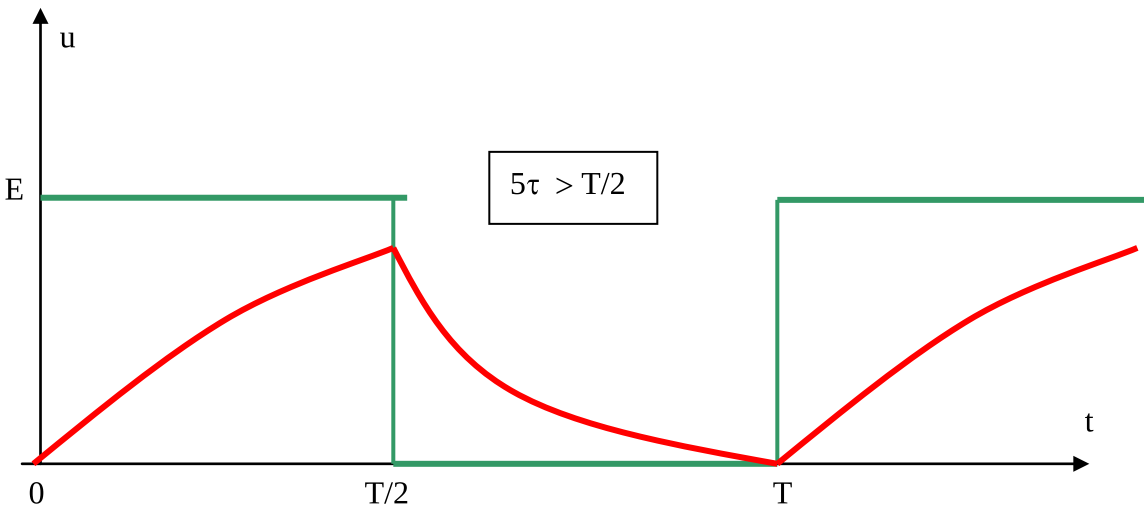
le condensateur a le temps de se charger si : $\mathbf{5\tau \leq T/2 \Leftrightarrow 5\,RC \leq T/2 \Leftrightarrow 10\,RC \leq 1/f_{GBF}}$

5τ correspond au temps au bout duquel le condensateur se charge à 99%.

2^ième^ cas : Le condensateur n'a pas le temps de se charger (ou de se décharger)

le condensateur n'a pas le temps de se charger si : $\mathbf{5\tau > T/2 \Leftrightarrow 5\,RC > T/2 \Leftrightarrow 10\,RC > 1/f_{GBF}}$

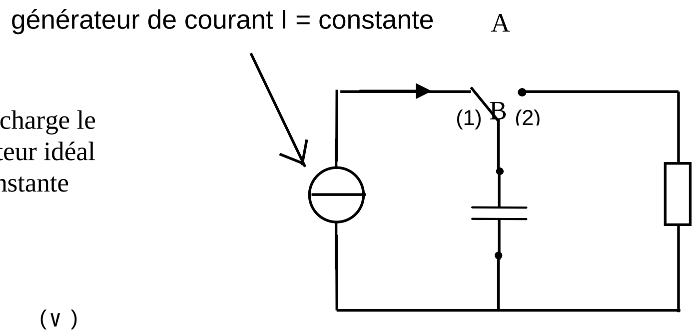




Le phénomène de charge et décharge du condensateur étant périodique, on peut visualiser ce phénomène à l'aide d'un oscilloscope simple.

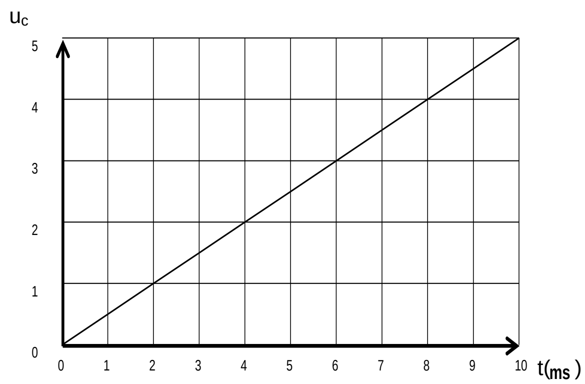
IV.Condensateur soumis à un échelon de courant:

On réalise le circuit schéma tisé ci-contre.
Quand le commutateur est en position (1), on charge le condensateur de capacité C grâce à un générateur idéal de courant débitant une intensité de valeur constante dans le temps $I_0 = 100\mu A$



(v)

On relie les bornes du condensateur, initialement déchargé, à l'interface d'un ordinateur et on fait une acquisition afin d'obtenir la courbe $u_{AB} = f(t)$.



$i = \frac{dq}{dt}$ (relation 1) et $q = C.U$ (relation 2),

On substitue q grâce à la relation 2 dans la relation 1

Alors $i = C.\ \frac{dU}{dt}$ car C est une constante.

Si i est constante et égale à I_0, alors $I_0 = C\frac{dU}{dt}$ et donc $\frac{dU}{dt} = \frac{I_0}{C}$

En intégrant on obtient : $U(t) = \frac{I_0}{C}t + U(0)$.

Si à t = 0s U(0) = 0V alors $\boxed{U(t) = \frac{I_0}{C}}$

La tension uc(t) augmente selon une fonction linéaire de coefficient directeur k = I0/ C

V. Energie emmagasinée dans un condensateur

(HORS PROGRAMME 2021)

Un condensateur emmagasine de l'énergie lorsqu'on le charge. Cette énergie est restituée lors de la décharge de ce condensateur.

En classe terminale, nous admettrons que l'énergie d'un condensateur chargé est :

$W_e = \frac{1}{2} C u_C{}^2$

D'après la relation $q_A = C \cdot u_{AB}$, on peut aussi écrire :

$$W_e = \frac{1}{2} C u_C{}^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

We s'exprime en Joule (J). C en farad (F) et UC en volt (V)