PHYSIQUE-CHIMIE

soutienscolaire@monsieurtahar.com

CHAPITRE 17

Chapitre 4 Décrire un mouvement et lois de Newton

I. VECTEUR POSITION, VECTEUR VITESSE ET VECTEUR ACCELERATION

1) Référentiels et Trajectoire

a) Référentiel et repère

Un référentiel est un solide imaginaire. Il est déterminé par la donnée de quatre points non coplanaires

- **Le référentiel terrestre** **(solide imaginaire construit à partir d'un point du sol et de trois axes.)** est utilisé pour étudier le mouvement des objets qui nous entourent.
- Le **référentiel Géocentrique** (solide imaginaire construit à partir des centres de la Terre et de trois étoiles, les 4 points n'étant pas dans un même plan) est utilisé pour étudier le mouvement des satellites terrestres.
- Le **référentiel Héliocentrique** (solide imaginaire construit à partir des centres du soleil et de trois autres étoiles, les 4 points n'étant pas coplanaires) est utilisé pour étudier les voyages interplanétaires (Terre → Mars par exemple) ou pour étudier le mouvement des planètes autour du Soleil.

A chaque référentiel est associé :

- un repère d'espace pour quantifier la position
- un repère de temps pour associer une date à chaque position.

b) Trajectoire d'un mobile ponctuel

Dans un référentiel donné, la trajectoire d'un mobile ponctuel est formée par l'ensemble des positions successives occupées par le mobile au cours du temps.

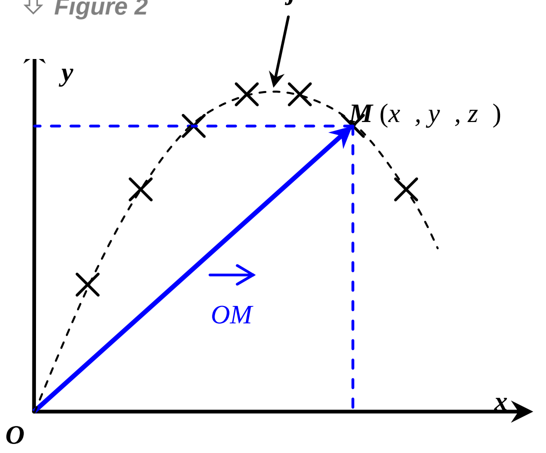
2) Vecteur position

La position d'un mobile M dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est donnée par son **vecteur position** $\overrightarrow{OM}$:

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_M - x_0 \\ y_M - y_0 \\ z_M - z_0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = x\ \vec{i} + y\ \vec{j} + z\ \vec{k}}$$

Figure 2



L'ensemble des points occupés successivement par le mobile *M* au cours du temps est appelé trajectoire.

Lorsqu'un mobile se déplace sur sa trajectoire, sa position change au cours du temps. A chaque position $\overrightarrow{OM}$ est donc associée une date *t*.
La position étant donc fonction du temps, on la notera : $\overrightarrow{OM}(t)$

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

avec $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ des fonctions qui dépendent du temps *t*.

3) Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse caractérise la variation du vecteur position en fonction du temps

Dans un référentiel donné, à chaque instant, le vecteur vitesse instantanée d'un mobile *M* est la dérivée par rapport au temps de son vecteur position.

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

v en $m{\cdot}s^{-1}$
OM en *m*
t en *s*

$$\boxed{\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}}$$

Notation : $v_x = \dot{x} = \dfrac{d\,x}{dt}$ - $v_y = \dot{y} = \dfrac{d\,y}{dt}$ - $v_z = \dot{z} = \dfrac{d\,z}{dt}$

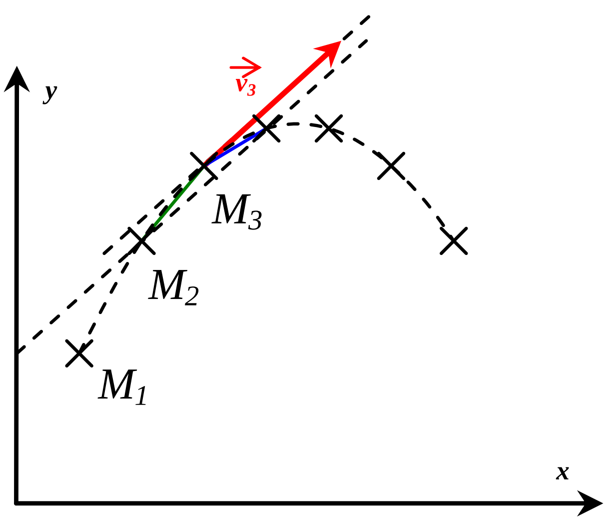
La valeur de la vitesse à une date donnée est égale à la norme du vecteur :

$$\boxed{\left\|\vec{v}\right\| = v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2} + v_z^{\,2}}}$$

Graphiquement, sur un relevé de position, le vecteur vitesse en un point est une moyenne de la vitesse entre le point précédent et le point suivant. Ce vecteur est porté par la tangente à la trajectoire et est orienté dans le sens du mouvement.

$$\vec{v} = \frac{\text{variation position}}{\text{variation temps}} = \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}_3 = \frac{\overrightarrow{OM_4} - \overrightarrow{OM_2}}{t_4 - t_2} = \frac{\overrightarrow{OM_4} + \overrightarrow{M_2O}}{t_4 - t_2} = \frac{\overrightarrow{M_2M_4}}{2\tau}$$



Méthode de tracé du vecteur vitesse $\vec{v}_3$:

1) Mesurer les segments M_2M_3 et M_3M_4
2) Calculer la norme du vecteur :
$$\left\|\vec{v}_3\right\| = v_3 = \frac{M_2M_3 + M_3M_4}{2\,\tau}$$
3) Tracer ce vecteur sur le relevé en tenant compte de l'échelle.

4) Vecteur accélération

a) dans un repère cartésien fixe (OxOyOz)

Le vecteur accélération caractérise la variation du vecteur vitesse en fonction du temps.

Dans un référentiel donné, à chaque instant, le vecteur accélération instantanée d'un mobile *M* est la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse.

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

a en $m{\cdot}s^{-2}$
v en $m{\cdot}s^{-1}$
t en s

$$\boxed{\vec{a} = a_x\,\vec{i} + a_y\,\vec{j} + a_z\,\vec{k} = \dot{v}_x\,\vec{i} + \dot{v}_y\,\vec{j} + \dot{v}_z\,\vec{k}}$$

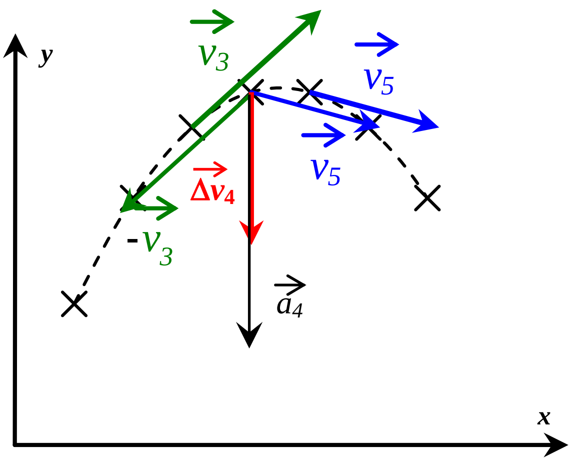
Notation : $a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} = \dfrac{d\,v_x}{dt} = \dfrac{d^2\,x}{dt^2}$ - De même pour a_y et a_z

Graphiquement, sur un relevé de position, pour tracer le vecteur accélération en un point, il faut au préalable tracer le vecteur « variation de vitesse » noté $\Delta\vec{v}$.

$$\vec{a} = \frac{\text{variation vitesse}}{\text{variation temps}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Méthode de tracé du vecteur accélération $\vec{a}_4$:

$$\vec{a}_4 = \frac{\overrightarrow{\Delta v_4}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_3}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_3}{2\tau}$$



1) Tracer le vecteur vitesse en M_3 et celui en M_5.
2) Construire en partant de M_4 le vecteur : $\Delta\vec{v} = \vec{v}_5 - \vec{v}_3$

   Choisir une echelle des vitesses.

3) Calculer la norme de l'accélération grâce à la formule :

$$a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\,\tau}$$

Attention!! il faut mesurer le vecteur $\Delta\vec{v}$ sur le schéma et en déduire sa valeur en utilisant l'echelle des vitesses.

4) Tracer ce vecteur accélération dans le même sens et la même direction que $\overrightarrow{\Delta v_4}$

   Choisir une echelle des accélérations

Application:
La position d'un mobile *M* au cours du temps est donnée par le vecteur : $\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) = 2t - 1 \\ y(t) = -5t^2 + 10t + 2 \end{pmatrix}$

a) Déterminer l'expression du vecteur vitesse et du vecteur accélération.
b) Calculer la valeur de la vitesse et de l'accélération subie par le mobile à la date *t* = 2,0 *s*.

b) dans le repère de Fresnet

En présence d'un mouvement curviligne et surtout d'un mouvement circulaire, il est commode de travailler avec le repère de FRENET.

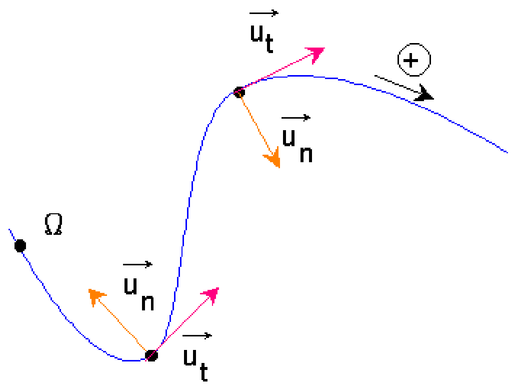
Considérons une trajectoire curviligne quelconque :

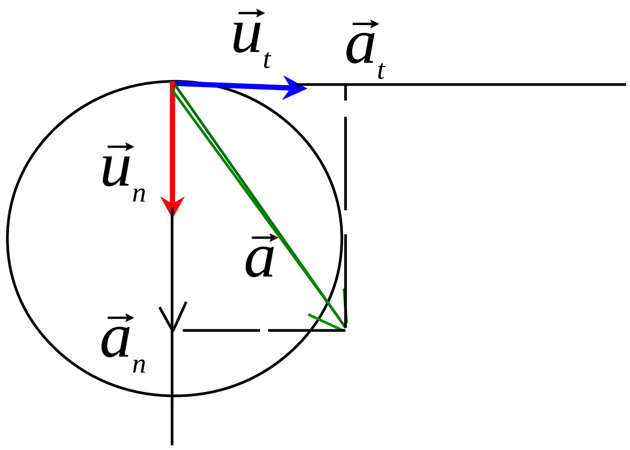
La trajectoire étant connue, on choisit une origine des espaces sur la trajectoire, le point O et une orientation positive $\oplus$ celle du mouvement. En conséquence chaque point de la courbe est repéré par son abscisse curviligne s = OM.

Considérons deux vecteurs unitaires :

$\vec{u}_t$ vecteur tangent à la trajectoire au point considéré et orienté dans le sens $\oplus$

et $\vec{u}_N$ vecteur normal au vecteur tangent et orienté vers le centre de courbure de la courbe qui représente la trajectoire.





En conséquence, le vecteur accélération peut être décomposé en une :

- **Accélération tangentielle** $\boxed{\vec{a}_t = a_t\vec{u}_t = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t}$ qui dépend de la variation de la valeur de la vitesse.

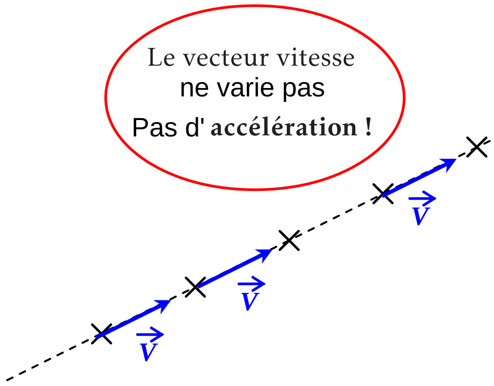
- **Accélération normale** $\boxed{\vec{a}_N = a_N\vec{u}_N = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N}$ qui est liée à la variation de la direction du vecteur vitesse, R est le rayon de courbure de la trajectoire.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$ A connaitre par coeur

II. LE MOUVEMENT

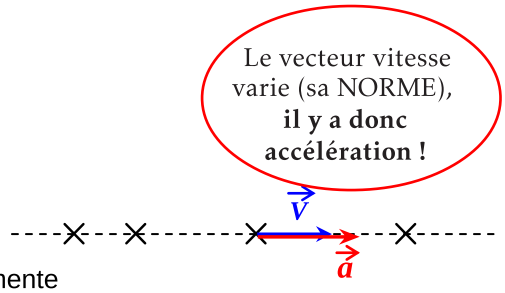
1) Le mouvement rectiligne uniforme

Le **mouvement rectiligne uniforme** est caractérisé par une accélération nulle car le vecteur vitesse du mobile est constant.



mouvement rectiligne uniforme ⇔ $\vec{V}=$ `constant`
⇔ $\vec{a}=\vec{0}$

2) Le mouvement rectiligne accéléré

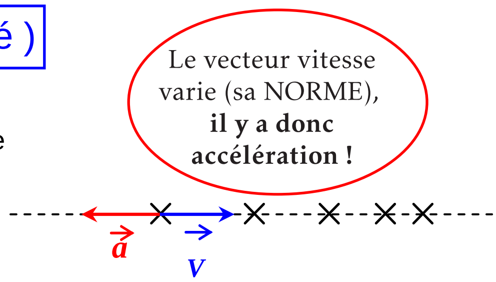


Le vecteur $\vec{V}$ garde une meme direction et un meme sens par contre v augmente

Le **mouvement rectiligne accéléré**
$\vec{a}$ et $\vec{v}$ ont meme diretion et meme sens.

3) Le mouvement rectiligne décéléré (ralenti ou retardé)

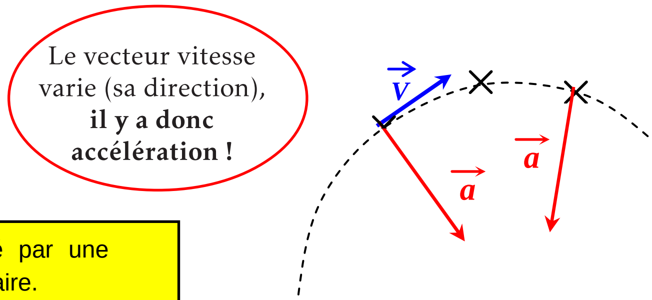
Le vecteur $\vec{V}$ garde une meme direction et un meme sens par contre v augmente



Le **mouvement rectiligne décéléré**
$\vec{a}$ et $\vec{v}$ ont meme diretion et des sens opposé.

Le mouvement est dit uniformement accéléré ou retardé lorsque la valeur de a est constante.

4) Le mouvement circulaire uniforme



Le **mouvement circulaire uniforme** est caractérisé par une accélération dirigée vers le centre de la trajectoire circulaire.
L'accélération est dite centripète.

On retrouve ce résultats en utilisant le repère de Fresnet:

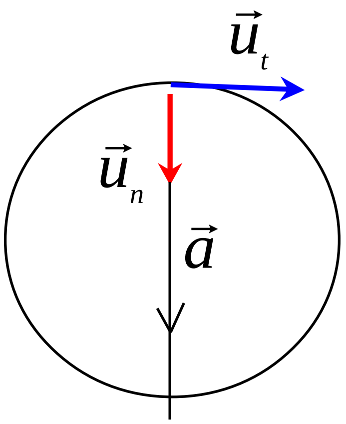
$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$

Dans le cas d'un mouvement circulaire unforme, la veleur de la vitesse est constante.

$$\frac{dv}{dt} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad \vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$

$\vec{a}$ et $\vec{u}_N$ sont coléaires et de meme sens.

$\vec{u}_N$ est toujours centripète donc $\vec{a}$ est centripète.



Mouvement circulaire uniforme

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, la norme de la vitesse est constante $v(t) = v$, donc sa dérivée est nulle : $\frac{dv(t)}{dt} = 0$. L'expression de l'accélération dans le repère de Frenet se simplifie alors comme suit :

$$\overrightarrow{a(t)} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$

On dit que l'accélération est **centripète**, c'est-à-dire dirigée vers le centre du cercle.

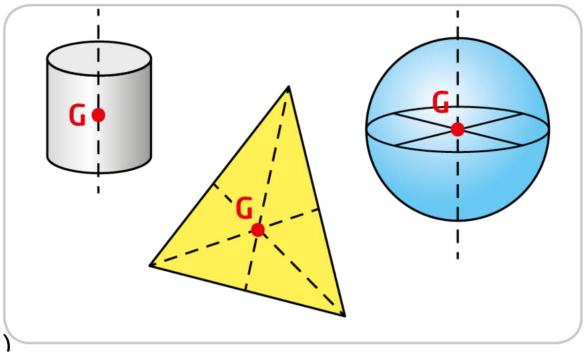
III. LES LOIS DE NEWTON

1) Centre de masse d'un système

Un système est un solide ou un ensemble de points matériels.

Le centre de masse d'un système est un point situé à la position moyenne de la répartition de la masse du système.

Dans le cas d'un solide homogène, le centre de masse est confondu avec le centre de symétrie du solide. (voir figure)



Centre de masse G de solides homogènes.

2) 1 ere Loi de Newton ou Principe d'inertie

Principe d'inertie

Dans un référentiel galiléen, tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme s'il est soumis à des forces qui se compensent.

Autrement dit $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}_G = \vec{cst}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$

MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME

SYSTEME AU REPOS

- L'**état de repos** et le **mouvement rectiligne uniforme** sont tous deux caractérisés par un **vecteur vitesse constant**

$\vec{v} = \overrightarrow{\text{constant}}$

Donc $\Delta \vec{v} = 0$

Or $\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ donc $\vec{a} = \frac{\vec{0}}{\Delta t} = \vec{0}$

- Un corps soumis à des forces qui se compensent est dit **pseudo-isolé**.
- Un corps soumis à aucune force est dit **isolé**.

Un référentiel est dit galiléen si le principe de l'inertie y est vérifié.

Les référentiels terrestre et géocentrique ne sont pas galiléens puisque la Terre tourne autour du soleil. Néanmoins, pour la plupart des applications pratiques qui ne réclament pas une extrême précision, l'expérience montre qu'ils peuvent être considérés comme galiléens.

3) 2ième Loi de Newton

Dans un référentiel Galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de la masse du solide par le vecteur accélération de son centre d'inertie. On écrit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

4) 3ième Loi de Newton

Principe des actions réciproques

Si un système A exerce sur un système B une force $\vec{F}_{A/B}$ alors le système B exerce sur le système A une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que :

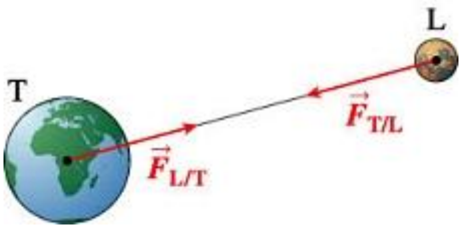
$$\vec{F}_{A/B} = - \vec{F}_{B/A}$$

A noter :

Ces deux forces ont donc **même direction** et **même intensité** mais sont de **sens opposés**.

Exemple :

La Terre attire la Lune avec une force $\vec{F}_{T/L}$. Réciproquement, la Lune attire la Terre avec une force $\vec{F}_{L/T}$ égale et opposée à $\vec{F}_{T/L}$:



$$\vec{F}_{T/L} = - \vec{F}_{T/L}$$

La force exercée par la Terre sur la Lune a même direction et même intensité que la force exercée par la Lune sur la Terre.

En norme: $$F_{T/L} = F_{L/T} = G \cdot \frac{M_L \cdot M_T}{d_{T-L}^{\ 2}}$$

Par contre ces deux forces sont de sens opposés.