PHYSIQUE-CHIMIE

soutienscolaire@monsieurtahar.com

CHAPITRE 5

Chapitre 5 Mouvement dans un champ uniforme

I. MOUVEMENT DANS LE CHAMP DE PESANTEUR

1) Mouvement de chute libre verticale sans vitesse initiale

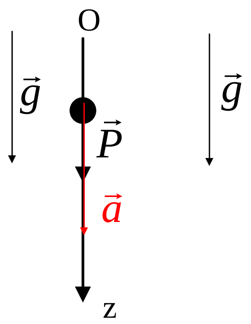
a) Définition.

L'objet est situé dans l'espace où règne le champ de pesanteur $\vec{g}$ (verticale, vers le bas , norme g = 9,81 N/kg)

L'objet est soumis au poids $\vec{P}$. On néglige les forces de frottements.

On appelle <u>chute libre</u> le mouvement d'un objet soumis uniquement à son poids $\vec{P}$.

b) bilan des forces



On lâche une bille de masse m à la date t = 0 d'un point O, origine de notre axe.
Système : bille de masse m
Référentiel : terrestre supposé galiléen
Bilan des forces :

$\vec{P}$ $\begin{cases} \text{direction verticale et sens descendant} \\ \text{localisable en G, centre d'inertie de la bille} \\ \text{de valeur } P = m_{bille}\, g = \end{cases}$

Appliquons la deuxième loi de Newton :

$\vec{P} = m\,\vec{a}$

$m\vec{g} = m\,\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

L'accélération du centre d'inertie est égale au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$. L'accélération est **<u>indépendant de la masse du solide</u>**.

<u>L'accélération étant constante</u>, le mouvement sera dit **<u>mouvement rectiligne uniformément accéléré.</u>**

c) <u>Chute sans vitesse initiale :</u>

$\vec{a} = \vec{g}$ d'où par projection sur l'axe (Oz):

$a_z = g$

D'où <u>par intégration</u>

$v_z = gt + v_{z0}$

Or $v_{z0} = 0$

$$\mathbf{v = gt}$$

La vitesse du projectile est indépendante de sa masse. La vitesse est proportionelle au temps t.

Par intégration, on en déduit z (t) = $\frac{1}{2}gt^2 + z_0$

à t= 0, z (0) = 0 car la bille se trouve à l'origine du repère (Oz).

d'où D'où

$$\mathbf{z\,(\,t\,)} = \frac{1}{2}gt^2$$

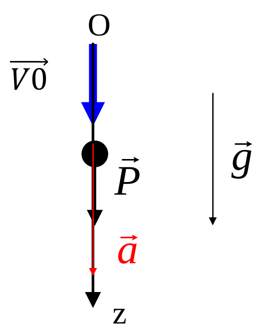
<u>En conclusion :</u>

a = g	**v(t) = gt**	$\mathbf{z\,(\,t\,)} = \frac{1}{2}gt^2$

2 Chute avec vitesse initiale vers le bas

$\vec{v}_0$ et $\vec{g}$ ont les memes directions (verticales)

$\vec{a} = \vec{g}$ d'où par projection sur l'axe (Oz):



$a_z = g$

D'où <u>par intégration</u>

$v_z = gt + v_{z0}$

à t = 0, $v_{z0} = v_0$

d'où D'où

$$\mathbf{v = gt + v_0}$$

Par intégration, on en déduit **z (t) =** $\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + z_0$

A t= 0, $z_0 = 0$ car la bille se trouve à l'origine du repère (Oz).

D'où

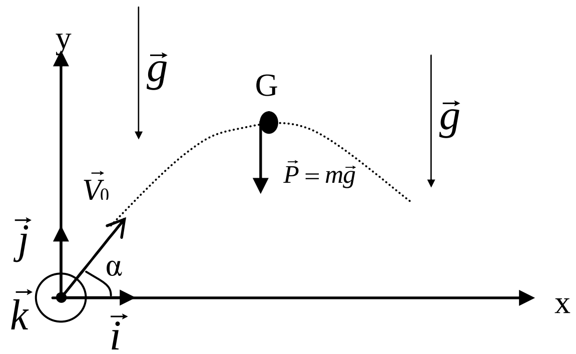
$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

En conclusion :

$a = g$ $v(t) = gt + v_0$ $z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$

3) Mouvement de chute libre parabolique : $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$ ont des directions quelconques

Une balle de tennis de masse **m** est lancée d'un point **O** avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle **α** avec l'horizontale. On considère que la balle est en chute libre. La seule force qui s'exerce sur le mobile est le poids On choisit le repère $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ pour effectuer l'étude de la trajectoire. Le plan **(x'x, y'y)** contient le vecteur vitesse $\vec{v}_0$.



On choisit comme origine des espaces le point **O** et l'origine des dates l'instant ou la balle occupe la position **O**.

1. Les équations horaires :

Appliquons la deuxième loi de Newton : $\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{a} = \vec{g}$

Les coordonnées du vecteur accélération sont donc :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = dV_x / dt = 0 \\ a_y = dV_y / dt = -g \end{cases}$$

Par intégration, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$:

$\vec{V}$	$V_x = vx_0$ $V_y = - g\, t + vy_0$

Les 2 constantes vx_0, vy_0 et sont des constantes d'intégration. On les détermine en se plaçant à l'instant initial.

$\vec{V}_0$	$V_{0x} = V_0 \cos\alpha$ $V_{0y} = V_0 \sin\alpha$

Par conséquent, les coordonnées du vecteur $\vec{V}$:

$\vec{V}$	$V_x = dx / dt = V_0 \cos \alpha$ $V_y = dy / dt = - g\, t + V_0 \sin \alpha$

Par intégration, on obtient les coordonnées du vecteur position :

$\overrightarrow{OM}$	$x = V_0 \cos\alpha.\, t + x_0$ $y = - \frac{1}{2} g\, t^2 + V_0 \sin \alpha.t + y_0$

On détermine x0 , y0 en utilisant les conditions initiales sur la position.

$\overrightarrow{OM}_0$	$x_0 = 0$ $y_0 = 0$

Par conséquent :

$\overrightarrow{OM}$	$x = V_0 \cos \alpha.\, t$ $y = - \frac{1}{2} g\, t^2 + V_0 \sin \alpha.t$

Vx(t) , vy(t), x (t), y (t), sont appelées les **équations horaires** (ou équations paramétrées).

Le mouvement **suivant l'axe x'Ox** **est rectiligne uniforme** car vx= $V_0\cos\alpha$ = constante
(voir activité expérimentale)

Le mouvement suivant **l'axe y'Oy est rectiligne uniformément varié**. Dans la phase ascendante, le mouvement est rectiligne uniformément décéléré.
Dans la phase descendante, le mouvement est uniformément accéléré.
(voir activité expérimentale)

2. L'équation de la trajectoire :

x= $V_0\cos\alpha$.t d'où t = $\dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$

En remplaçant t dans l'expression de y, on obtient :

$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + v_0\sin\alpha\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

D'où :

$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x.\tan\alpha$$

La trajectoire est donc un **arc de parabole de concavité dirigée vers le bas.**

Cette équation est appelée **l'équation de la trajectoire.**

Selon la direction du vecteur vitesse $\vec{v}_0$, la trajectoire d'une particule de masse m soumis au champ de pesanteur est soit rectiligne soit parabolique.

3. Détermination de la portée et de la flèche de la trajectoire:

a) la portée :

La portée est la distance maximale parcourue par le projectile, c'est la distance OP.

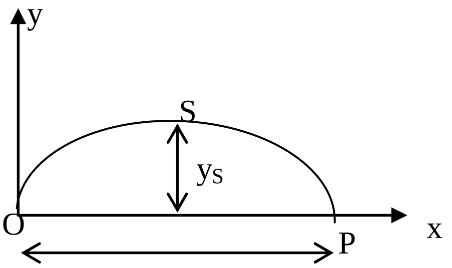
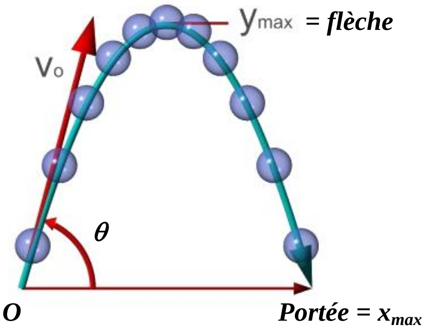


Figure 4 ⇨

Trajectoire parabolique



En ce point C, $y_P = 0$. Il suffit de résoudre l'équation du second degré pour obtenir OP = x_P

$$y_P = 0 = -\frac{1}{2} g \frac{x_P{}^2}{v^2{}_0 \cos^2 \alpha} + x_P . \tan \alpha$$

On rejette la solution $x_P = 0$.D'où :

$$0 = -\frac{1}{2} g \frac{x_P}{v^2{}_0 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha$$

VOIR DEMONSTRATION COMPLETE FICHE 8 A Maitrise du cours

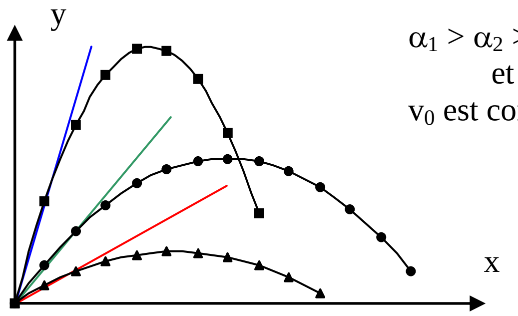
et donc :

$$x_P = \frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha . \tan \alpha}{g} = \frac{v_0{}^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\boxed{x_P = \frac{v_0{}^2 \sin 2\alpha}{g}}$$

- Influence de l'angle de départ α sur la portée (on fixe v_0 constant) :

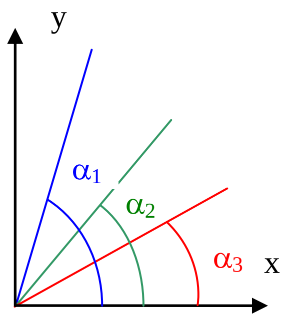
La portée est maximale lorsque $\sin(2\alpha) = 1$ d'où **$\alpha = \pi/4 = 45°$**



$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$

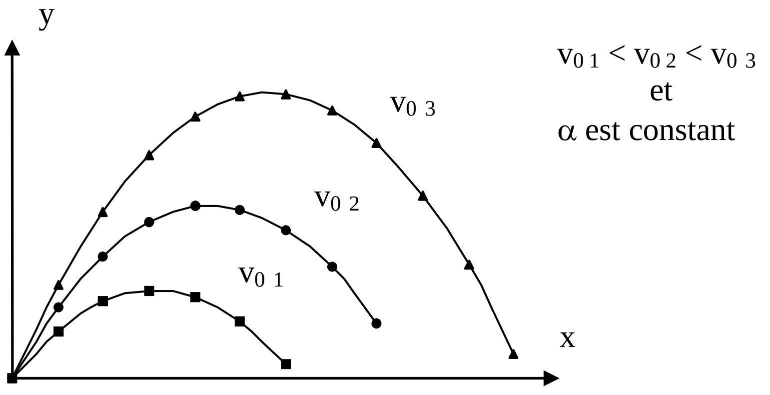
et

v_0 est constant



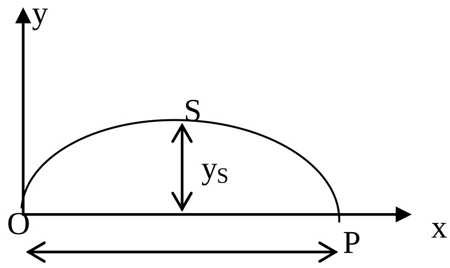
Influence de la vitesse v_0 sur la portée (on fixe α constant) :

La portée est proportionnelle au carré de la vitesse v_0.



b) la flèche :

La flèche est la hauteur maximale atteinte par le projectile, elle correspond à y_S. Le point S est le sommet de la parabole. En S, $(\frac{dy}{dx})_{x=x_S} = 0$



$$(\frac{dy}{dx})_{x=x_S} = -\frac{g.x_S}{v_0^2 \cos^2\alpha} + \tan\alpha = 0$$

$$x_S = \frac{v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g}$$

VOIR AUTRE DEMONSTRATION POSSIBLE FICHE 8 A

En remplaçant dans l'équation de la trajectoire, on en déduit y_S.

$$\boxed{y_s = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}}$$

II. MOUVEMENT DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME

1) Mouvement d'une particule dans le champ électrique

($\vec{E}$ et $\vec{v}_0$ ont des directions quelconques)

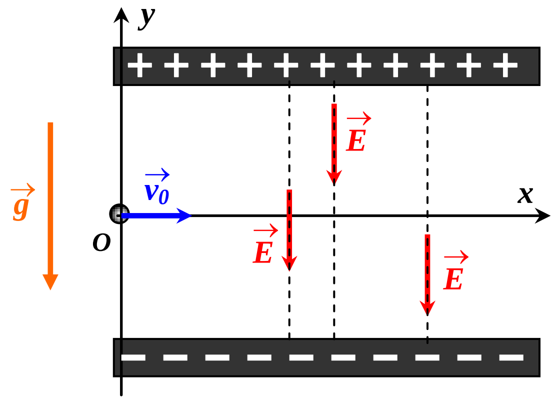
Soit une particule ponctuelle de charge q *positive* et de masse m placée dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$.

Système étudié : particule *de masse*

Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

Inventaire des forces extérieures :

- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- la force électrique $\vec{F_e} = q \cdot \vec{E}$



⇧ *Figure :*

Particule chargée dans un champ électrique

Le poids P est négligeable devant la force électrique Fe. Il suffit de faire le rapport Fe/ P et montrer que celui-ci est très grand.

La seule force qui s'exerce sur le système est donc la force électrique.

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F_e} = m\vec{a}$$

$$\text{Or } \vec{F_e} = q\vec{E} \quad \text{d'où } \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

D'où : $\boxed{\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{-qE}{m} \end{cases}}$

En intégrant le vecteur accélération, on trouve le vecteur vitesse :

$$\vec{v}\begin{pmatrix} vo_x \\ -\dfrac{qE}{m} \cdot t + vo_y\,' \end{pmatrix}$$

Or à *t* = 0, le vecteur vitesse initial s'écrit aussi $\vec{v_0}\begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{pmatrix}$

Donc $\boxed{\vec{v}\begin{pmatrix} v_x = v_0 \\ v_y = -\dfrac{qE}{m} \cdot t \end{pmatrix}}$

En intégrant le vecteur vitesse, on trouve le vecteur position :

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = v_0 t + x_0 \\ y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\cdot t^2 + y_0 \end{pmatrix}'$$

Or à t = 0, la particule est en O à l'origine du temps, donc $\overrightarrow{OM}_0\begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{pmatrix}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\cdot t^2 \end{pmatrix}}$

L'équation de la trajectoire :

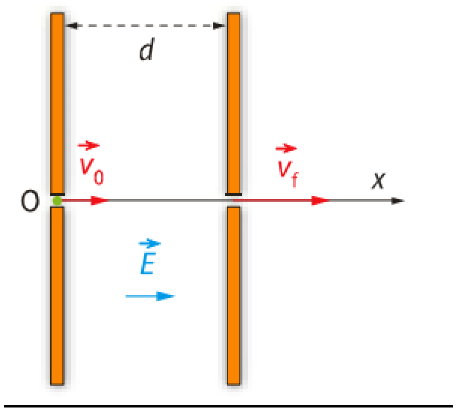
t = x/v_0 en remplaçant dans l'expression de y(t), on trouve l'équation de la trajectoire.

$$\boxed{y(x) = -\frac{qE}{2m\cdot v_0^{\,2}}\times x^2}$$

Cette trajectoire est aussi une parabole de concavité dirigée vers le bas car son équation est du type :
$y(x) = ax^2 + bx + c$ avec a <0.

2) Accélérateur linéaire de particule(E et $\vec{v}_0$ ont même direction)

<u>Le vecteur vitesse initiale</u> $\vec{v}_0$ a la même direction que le vecteur champ électrique $\vec{E}$.



Soit une particule ponctuelle de charge q *positive* et de masse m qui pénètre avec une vitesse initiale dans un espace où règne un champ électrique.

La seule force qui s'exerce sur le système est la force électrique.

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma\vec{F} = \overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$$

Or $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$ d'où $\vec{a} = \dfrac{q\vec{E}}{m}$

D'où le vecteur accélération $\vec{a}$ et $\vec{E}$ ont même direction et même sens. Le mouvement est donc rectiligne. La valeur de l'accélération est constante, **le mouvement est donc rectiligne uniformément accéléré.**

Pour étudier la trajectoire du mouvement, un axe (ox) est suffisant.

D'où : $\boxed{a_x = \dfrac{qE}{m}}$

En intégrant l'accélération, on trouve la vitesse :

$$v_x = \frac{qE}{m} \cdot t + vo_x$$

Or $vo_x = v_0$

Donc

$$\boxed{v_x = \frac{qE}{m} \cdot t + vo}$$

En intégrant la vitesse, on trouve la position :

$$x = \frac{1}{2}\frac{qE}{m} \cdot t^2 + v_0 t + x_0$$

Or à *t* = 0, la particule est en O à l'origine du temps, donc $x_0 = 0$

Donc : $\boxed{x = \dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m} \cdot t^2 + v_0 t}$

L'équation de la trajectoire :

t = x/v_0 en remplaçant dans l'expression de y(t), on trouve l'équation de la trajectoire.

$$\boxed{y(x) = -\frac{qE}{2m \cdot {v_0}^2} \times x^2}$$

Cette trajectoire est aussi une parabole de concavité dirigée vers le bas car son équation est du type : $y(x) = ax^2 + bx + c$

Selon la direction du vecteur vitesse $\vec{v}_0$, la trajectoire d'une particule de masse m et de charge q dans un champ électrique est soit rectiligne soit parabolique.