PHYSIQUE-CHIMIE

soutienscolaire@monsieurtahar.com

CHAPITRE 6

CHAPITRE 6 MOUVEMENT DES PLANETES ET DES SATELLITES

I.Les lois de Képler

1) Historique

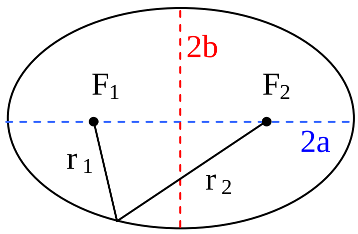
- Pour Ptolémée (II^{e} siècle), la Terre autour de laquelle tourne le Soleil est le centre du Monde.

-Copernic est à l'origine du système héliocentrique (1543). Dans ce référentiel, les neuf planètes du système solaire ont des trajectoires quasi circulaires dont le centre est le Soleil.

- Kepler (1571 – 1630) utilisant les travaux de son maître Tycho Brahé (1546 – 1601) formule les trois lois qui décrivent le mouvement des planètes autour du Soleil.

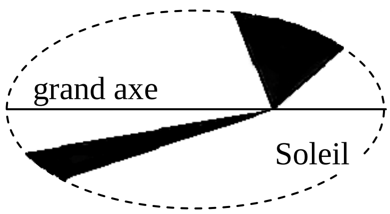
2) Lois de Képler (1609 et 1619)

<u>Première loi :</u> Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le soleil est l'un des foyers.



$r_1 + r_2 = 2a$

<u>Deuxième loi</u> Le segment de droite reliant le soleil à une planète balaie des aires égales pendant des durées égales.



Les planètes se déplacent plus rapidement lorsqu'elles sont proches du soleil et plus lentement lorsqu'elles en sont plus éloignées

<u>Troisième loi</u>

Le carré de la durée d'une révolution T d'une planète (ou d'un satellite) est proportionnel au cube de la longueur du demi-grand axe de l'ellipse :

$$\frac{T^2}{a^3}=K$$

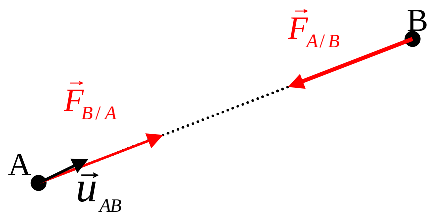
où K est une **constante** qui **ne dépend pas** de la **planète** considérée mais de l'astre autour duquel elle tourne.

II. RAPPELS SUR LA LOI DE GRAVITAION

1) Loi de gravitation universelle:

Deux objets ponctuels A et B exercent l'un sur l'autre une force attractive dirigée suivant la droite qui les joint. Cette force varie proportionnellement au produit de leurs masses et à l'inverse du carré de la distance qui les sépare.

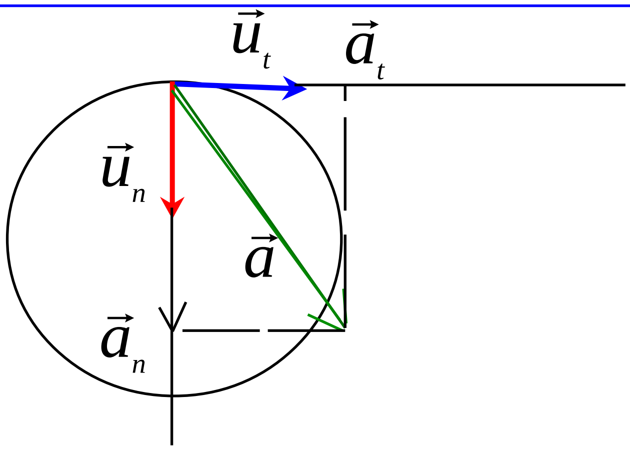
$$F_{A/B} = F_{B/A} = G\frac{m_A m_B}{r^2} \qquad \vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\vec{u}_{AB}$$



- $\vec{u}_{AB}$ est le vecteur unitaire dirigé de A vers B.
- r est la distance qui sépare A et B.
- G est la constante de gravitation : G = $6{,}67.10^{-11}$ dans le système international d'unités (S.I.)

Cette relation est encore **vraie pour deux objets à répartition sphérique de masse (cas des planètes)**. La distance r est alors égale à la distance séparant le centre des deux sphères.

2) Rappele sur le repère de Fresnet (Vu au chapitre 4)



En conséquence, le vecteur accélération peut être décomposé en une :

- **Accélération tangentielle** $\boxed{\vec{a}_t = a_t\vec{u}_t = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t}$ qui dépend de la variation de la valeur de la vitesse.

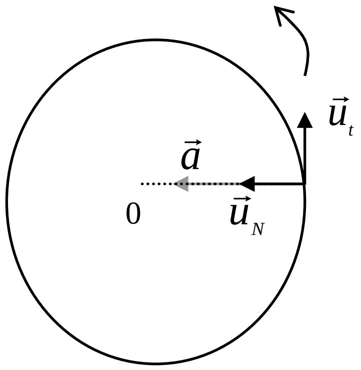
- **Accélération normale** $\boxed{\vec{a}_N = a_N\vec{u}_N = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N}$ qui est liée à la variation de la direction du vecteur vitesse, R est le rayon de courbure de la trajectoire.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$

A connaitre par coeur

3) Cas du mouvement circulaire uniforme:

Si le mobile ponctuel décrit sa trajectoire circulaire à vitesse constante on dit qu'il est animé d'un **mouvement circulaire uniforme**.



Le vecteur vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_t$ est tangent à la trajectoire. Sa valeur est constante mais sa direction varie.

Par conséquent, seule l'accélération tangentielle $\frac{dv}{dt}$ est nulle.

L'accélération normale, elle, n'est pas nulle. Sa valeur $\frac{v^2}{R}$ traduit la variation de la direction du vecteur vitesse.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$

Mouvement circulaire uniforme $\Leftrightarrow$ $\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$; $a = a_N = \frac{v^2}{R}$

L'accélération est **centripète**. Elle est dirigée vers le centre de la trajectoire.

III. ETUDE DU MOUVEMENT DES PLANETES ET DES SATELLITES

1) expression de la vitesse :

On considère une planète de masse *m* et de centre d'inertie P, en mouvement circulaire uniforme à la vitesse v autour du Soleil, de masse M. Le mouvement est étudié dans le référentiel héliocentrique. Soit S le centre du Soleil et *r* le rayon de la trajectoire de P dont le centre est S.

Système: planète P, de masse m
Référentiel : héliocentrique

Bilan des forces : Force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Planète : $\vec{F}_{S/P}$

direction: droite joignant le centre du Soleil et celui de la planète
sens: vers le Soleil
$F_{S/P} = \frac{GMm}{r^2}$

Appliquons la 2ième loi de Newton : $\vec{F}_{S/P} = m\vec{a}$

Soit $\vec{F}_{S/P} = \frac{GMm}{r^2}\vec{u}_n = m\vec{a}$

$\frac{GM}{r^2}\vec{u}_N$ $\vec{a}$

L'accélération est donc colinéaire à $\vec{u}_N$ et de même sens que $\vec{u}_N$. L'accélération du satellite , est toujours dirigée vers le centre de Mars, centre de la trajectoire. **L'accélération est dite centripète**.

Dans le repère de Frenet, l'accélération a pour expression : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$

D'après la deuxième loi de Newton, on a établi que: $\vec{a} = 0\,\vec{u}_t + \frac{GM}{r^2}\vec{u}_N$

PAR IDENTIFICATION

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0 \Leftrightarrow v = Cste \Rightarrow \text{le mouvement est uniforme.} \\ \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \quad \text{d'où } v^2 = \frac{GM}{r} \end{cases}$$

$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ **la vitesse de la planète ne dépend pas de la masse de la planète.**

2) expression de la période :

Soit T la période de la planète : $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ **la période du mouvement ne dépend pas de la masse de la planète**

Vérifions la 3ième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2 r^3 / GM}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = K = constante$$

La constante K dépend de l'astre autour duquel gravite la planète, autrement dit de la masse du Soleil.

4) Le satellite géostationnaire

Un Satellite Géostationnaire est un Satellite qui reste toujours à la verticale d'un même point P de la Terre.

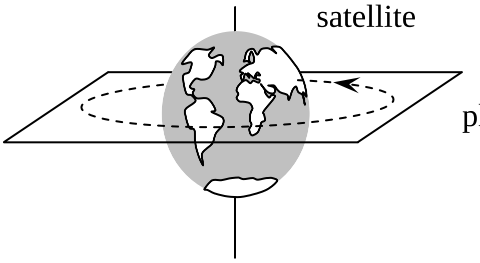
Comme l'orbite du satellite est contenue dans un plan passant par le centre de la Terre, elle doit obéir aux contraintes suivantes :

- le **<u>plan de l'orbite est le plan équatorial</u>**

- la **<u>trajectoire est un cercle,</u>** décrit dans le même sens que le sens de rotation de la Terre

- la **<u>période orbitale *T* est de 1 jour sidéral, période de révolution de la Terre</u>**

- le rayon *r* de l'orbite se calcule par la relation : $\frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{GM_T}$, soit **<u>r = 42,2.10³ km</u>**. (l'altitude du satellite est h = 36 000 km).



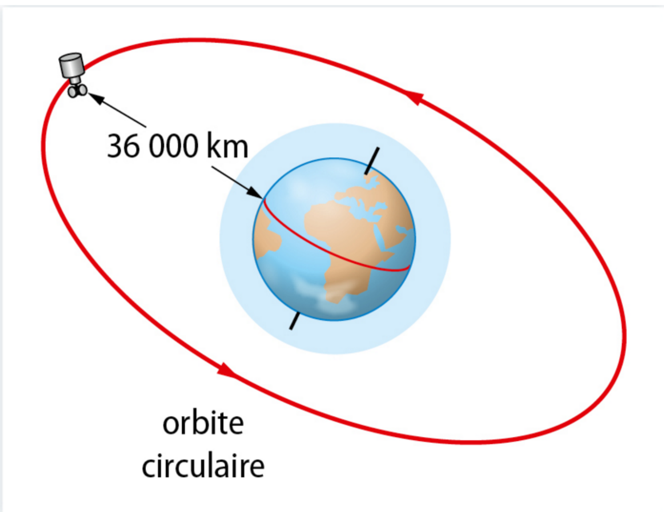
L'altitude d'une telle orbite peut se déterminer par la relation de la période telle que : $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M}}$ donc

$$h = \left(\frac{T^2}{4\pi^2} G \cdot M\right)^{\frac{1}{3}} - R_T$$

La période de rotation sidérale de la Terre est de 23 h 56 min 4 s, soit $T = 86\,204$ s.

$$h = \left(\frac{(86\,204)^2}{4\pi^2} \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}\right)^{\frac{1}{3}} - 6{,}37 \times 10^6 = 3{,}59 \times 10^7 \text{ m}$$

Un satellite géostationnaire est placé sur une orbite située à environ 36 000 km de la Terre sur son plan équatorial.

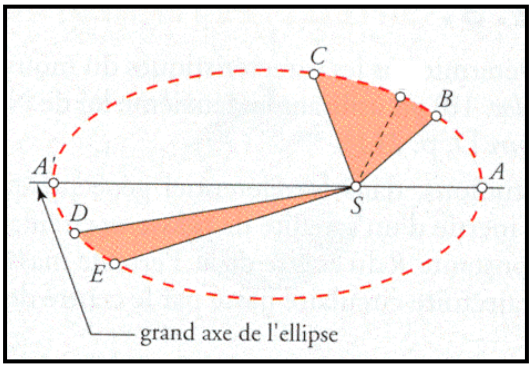


Orbite d'un satellite géostationnaire.

APPLICATION DE LA 2 ième Loi de Kepler

Questions de bac fréquentes !!

Montrons que la vitesse est maximale au point le plus proche du Soleil (Périhélie)



D'après la 2 ieme Loi de Kepler:

Le rayon vecteur SP qui relie la planète P au soleil S **balaie des aires égales en des temps égaux.**

A1 = A2

$\Delta t1 = \Delta t2$

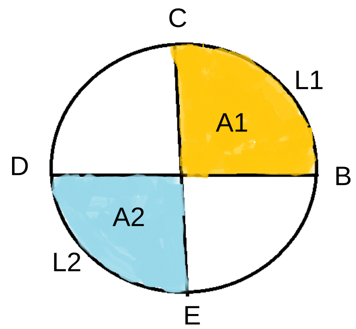
Par conséquent: L1 > L2

en divisant par $\Delta t1$ $\frac{L1}{\Delta t1} > \frac{L2}{\Delta t2}$

V1 > V2

- Les aires A1 et A2 sont égales.
- La portion d'ellipse **BC est parcourue dans le même temps que la portion DE**, ce qui implique que **la planète va plus vite quand elle est proche d'un foyer de l'ellipse que quand elle est loin.**

Montrons que dans le cas d'un mouvement circulaire, le mouvement est uniforme.



A1 = A2

$\Delta t1 = \Delta t2$

Par conséquent: L1 = L2

en divisant par $\Delta t1$ $\frac{L1}{\Delta t1} = \frac{L2}{\Delta t2}$

V1 = V2

D'après la 2 ieme Loi de Kepler:

Le rayon vecteur SP qui relie la planète P au soleil S **balaie des aires égales en des temps égaux.**

- Les aires A1 et A2 sont égales.
- La portion de cercle **BC est parcourue dans le même temps que la portion DE**, ce qui implique que **la planète** se déplace à la meme vitesse entre B et C et entre D et E car les distances BC et DE sont égales.