Répéter en solo

Carte mentale

Orthogonalité et distances dans l'espace

Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **orthogonaux** $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow AB\times AC\times\cos\left(\widehat{BAC}\right)=0.$

Caractériser l'orthogonalité de deux droites

Avec des vecteurs directeurs

- d et d' sont **orthogonales** si un vecteur directeur de l'une est orthogonal à un vecteur directeur de l'autre.
- Si deux droites sont **perpendiculaires**, alors elles sont orthogonales. La réciproque est fausse car deux droites orthogonales ne sont pas toujours coplanaires.

Caractériser l'orthogonalité d'un plan et d'une droite

Avec des vecteurs directeurs

- La droite d de vecteur directeur $\vec{w}$ et le plan $\mathcal{P}$ de base $(\vec{u}, \vec{v})$ sont **orthogonaux** si $\vec{w}$ est orthogonal à la fois à $\vec{u}$ et à $\vec{v}$.
- Si une droite est orthogonale à un plan, alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan.

Avec un vecteur normal

- Un vecteur $\vec{n}$ est **normal** au plan $\mathcal{P}$ de base $(\vec{u}, \vec{v})$ s'il est non nul et orthogonal à la fois à $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- Une droite est **orthogonale** à un plan si et seulement si un vecteur directeur de cette droite est colinéaire à un vecteur normal à ce plan.

Caractériser le parallélisme d'une droite et d'un plan

Une droite est **parallèle** à un plan si et seulement si un vecteur directeur de cette droite est orthogonal à un vecteur normal à ce plan.

Caractériser le parallélisme de deux plans

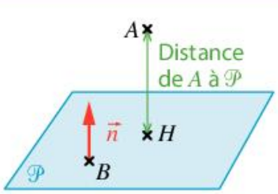
- Un plan $\mathcal{P}_1$ de vecteur normal $\vec{n}_1$ est **parallèle** à un plan $\mathcal{P}_2$ de vecteur normal $\vec{n}_2$ si et seulement si $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont colinéaires.
- Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont parallèles entre eux.

Calculer des distances

- H est le **projeté orthogonal de A sur $\mathcal{P}$** et la distance de A à $\mathcal{P}$ est :

$$AH=\frac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}\right|}{\|\vec{n}\|}.$$

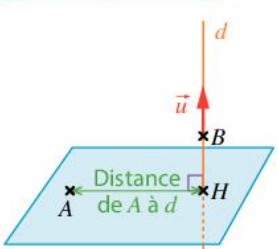
où $B\in\mathcal{P}$ et $\vec{n}$ est un vecteur normal à $\mathcal{P}$.



- H est le **projeté orthogonal de A sur d** et la distance de A à d est :

$$AH=\left\|\overrightarrow{AB}-\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}}{\|\vec{u}\|^2}\vec{u}\right\|,$$

où $B\in d$ et $\vec{u}$ est un vecteur directeur de d.



Calculer dans une base et un repère orthonormés

- $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est une **base orthonormée** signifie que :

$$\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{i}\cdot\vec{k}=\vec{j}\cdot\vec{k}=0 \text{ et } \|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=\|\vec{k}\|=1.$$

$(O\,;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est alors un **repère orthonormé** de l'espace.

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}, \vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}, A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B\,;\,z_B)$.

- **Produit scalaire :** $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'+zz'$.
- **Norme :** $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.
- $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$