Répéter en solo

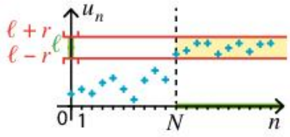
Carte mentale

Limites de suites

Suite convergente

Soit ℓ un réel. (u_n) **converge vers** ℓ lorsque, pour tout $r > 0$, il existe un rang N tel que pour tout $n \geqslant N$, $|u_n - \ell| < r$.

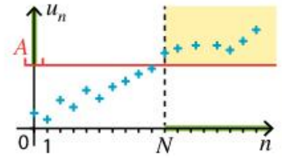
$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \ell$$



Suite divergente

- (u_n) **diverge vers** $+\infty$ lorsque, pour tout réel A, il existe un rang N tel que, pour tout $n \geqslant N$, $u_n \geqslant A$.

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$$



- (u_n) **diverge vers** $-\infty$ lorsque, pour tout réel A, il existe un rang N tel que, pour tout $n \geqslant N$, $u_n \leqslant A$.

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = -\infty$$

- Certaines suites n'admettent pas de limite lorsque n tend vers $+\infty$.

Étudier le comportement de (u_n) quand n tend vers $+\infty$

Déterminer la limite d'une suite avec les opérations

Si…					
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	0	∞
$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	∞	0
alors…					
$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n + v_n) =$	$+\infty$	$-\infty$	FI*	∞	∞
$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n \times v_n) =$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	FI	FI
$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n} =$	FI	FI	FI	0	∞**

* forme indéterminée

** (v_n) de signe constant à partir d'un certain rang pour conclure.

Étudier la convergence de suites de référence

- Soit un entier $k \geqslant 1$.

$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n^k} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0$

$\lim\limits_{n\to+\infty} n^k = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$

- Soit q un réel.

$q \leqslant -1$	(q^n) n'a pas de limite.
$-1 < q < 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$
$q = 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 1$
$q > 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$

Comparer pour étudier la convergence d'une suite

- Soit N un entier naturel. Soient (u_n) et (v_n) deux suites telles que, pour tout $n \geqslant N$, $u_n \leqslant v_n$.
Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.
Si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.
- Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell'$ et, à partir d'un certain rang, $u_n \leqslant v_n$, alors $\ell \leqslant \ell'$.
- **Théorème des gendarmes :**
si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$, $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \ell$ et, à partir d'un certain rang, $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$, alors (v_n) converge vers ℓ.
- Si (u_n) est une suite croissante qui converge vers ℓ, alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant \ell$.
- Si (u_n) est une suite décroissante qui converge vers ℓ, alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geqslant \ell$.
- Si (u_n) est **croissante et majorée** par M, alors (u_n) **converge** et sa limite ℓ est telle que $\ell \leqslant M$.
- Si (u_n) est **décroissante et minorée** par m, alors (u_n) **converge** et sa limite ℓ est telle que $\ell \geqslant m$.