Répéter en solo

Carte mentale

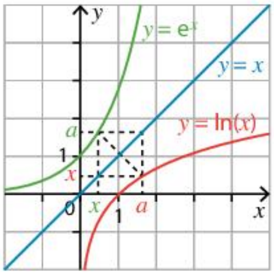
Fonction logarithme

Appliquer la définition et les propriétés du logarithme

- La fonction **logarithme népérien** est la fonction réciproque de la fonction exponentielle. Elle est définie sur $]0\,;+\infty[$ et est notée **ln**.

$$y=\ln(x) \Leftrightarrow x=e^y$$

- Dans un repère orthonormé, les courbes représentatives des fonctions exponentielle et logarithme népérien sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y=x$.
- $\ln(1)=0$ et $\ln(e)=1$
- Pour tout réel $a>0$, $e^{\ln(a)}=a$
- Pour tout réel a, $\ln(e^a)=a$



Pour tous réels $x>0$ et $y>0$:

- $\ln(xy)=\ln(x)+\ln(y)$
- $\ln\left(\frac{1}{x}\right)=-\ln(x)$
- $\ln\left(\frac{x}{y}\right)=\ln(x)-\ln(y)$

Pour tout réel $x>0$ et pour tout entier relatif n :

- $\ln(x^n)=n\ln(x)$
- $\ln(\sqrt{x})=\frac{1}{2}\ln(x)$

Étudier les variations de la fonction ln

- **Dérivées**

Pour tout réel $x>0$, $\ln'(x)=\frac{1}{x}$.

Si $u(x)>0$, $(\ln\circ u)'=\frac{u'}{u}$.

- **Variations**

x	0	1	$+\infty$
$\ln(x)$	$-\infty$ ↗	0 ↗	$+\infty$

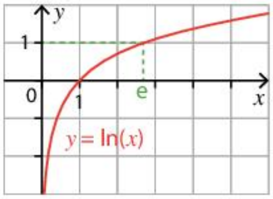
Résoudre des équations ou des inéquations

Soient a et b des réels strictement positifs.

- $e^a=b \Leftrightarrow a=\ln(b)$.
- $\ln(a)=\ln(b) \Leftrightarrow a=b$.
- $\ln(a)\leqslant\ln(b) \Leftrightarrow a\leqslant b$.
- $\ln(a)\leqslant 0 \Leftrightarrow a\in\,]0\,;1]$.
- $\ln(a)\geqslant 0 \Leftrightarrow a\in[1\,;+\infty[$.

Déterminer des limites

- $\lim\limits_{x\to 0}\ln(x)=-\infty$
- $\lim\limits_{x\to +\infty}\ln(x)=+\infty$
- La courbe de la fonction ln admet une **asymptote verticale** d'équation $x=0$.



- $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{\ln(x)}{x}=0$
- $\lim\limits_{x\to 0}x\ln(x)=0$

Pour tout entier naturel $n\geqslant 2$:

- $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{\ln(x)}{x^n}=0$
- $\lim\limits_{x\to 0}x^n\ln(x)=0$