



# Répéter en solo

## Carte mentale

### Calculer une primitive d'une fonction

Fonction $f: x \mapsto \dots$	Une primitive $F: x \mapsto \dots$
$a$ (constante réelle)	$ax$
$x^n$ ( $n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$ et $n \neq -1$ )	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$\cos(x)$	$\sin(x)$
$e^x$	$e^x$

Fonction $f$ de la forme...	Une primitive $F$ :
$u'u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u}$
$\frac{u'}{u}$	$\ln( u )$
$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\sqrt{u}$
$u'e^u$	$e^u$
$(v' \circ u) \times u'$	$v \circ u$

### Déterminer une primitive d'une fonction

- Une **primitive** d'une fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  est une fonction  $F$  dérivable sur  $I$  telle que  $F' = f$ .
- Toute fonction continue sur un intervalle  $I$  admet des primitives sur  $I$ .
- Résoudre sur  $I$  l'**équation différentielle**  $y' = f$ , c'est trouver toutes les primitives  $F$  de  $f$  sur  $I$ .
- Quels que soient  $x_0 \in I$  et  $y_0 \in \mathbb{R}$ , il existe une unique primitive  $F$  de  $f$  sur  $I$  telle que  $F(x_0) = y_0$ .
- Toutes les primitives de  $f$  sur  $I$  sont les fonctions  $F$  définies sur  $I$  par  $F(x) = G(x) + C$ , où  $C$  est une constante réelle et  $G$  une primitive donnée de  $f$  sur  $I$ .
- Soient  $F$  et  $G$  deux primitives respectives de  $f$  et de  $g$ .  $F + G$  est une primitive de  $f + g$  et  $kF$  est une primitive de  $kf$  ( $k$  réel donné).

## Primitives, équations différentielles

### Résoudre $y' = ay$

Les solutions de l'équation différentielle  $y' = ay$  ( $a$  réel) sont les fonctions :

$$x \mapsto Ce^{ax}$$

où  $C$  est une constante réelle.

### Résoudre $y' = ay + b$

- L'unique solution particulière constante de l'équation différentielle  $y' = ay + b$  ( $a \neq 0$  et  $b$  réel) est la fonction  $x \mapsto -\frac{b}{a}$ .
- Les solutions de l'équation

$$x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$$

où  $C$  est une constante réelle.

### Résoudre $y' = ay + f$

Les solutions de l'équation différentielle  $y' = ay + f$  ( $a$  réel et  $f$  une fonction) sont les fonctions :

$$x \mapsto Ce^{ax} + g(x)$$

où  $C$  est une constante réelle et  $g$  une solution particulière de l'équation différentielle.