Répéter en solo

Carte mentale

Calcul intégral

Calculer une intégrale à l'aide d'une intégration par parties

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I telles que u' et v' soient continues sur I et soient a et b deux réels appartenant à I.

$$\int_a^b u'(t)v(t)\mathrm{d}t = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t)\mathrm{d}t$$

Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive

Soient f une fonction continue sur I et a et b deux réels appartenant à I :

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

où F est une primitive de f sur I.

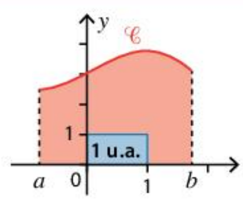
Calculer une intégrale à l'aide de propriétés

Soient f une fonction continue sur I ; a, b et c trois réels appartenant à I et λ un réel.

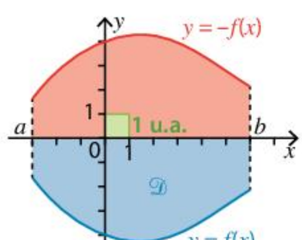
- $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$
- $\int_b^a f(x)\mathrm{d}x = -\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$
- **Relation de Chasles :**
$$\int_a^c f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\mathrm{d}x$$
- **Linéarité :**
$$\int_a^b (f(x)+g(x))\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$$
$$\int_a^b \lambda f(x)\mathrm{d}x = \lambda\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$$
- **Positivité :**
si $f \geqslant 0$ sur $[a\,;b]$, alors $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \geqslant 0$.
- **Ordre :**
si $f \leqslant g$ sur $[a\,;b]$, alors $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \leqslant \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.
- Si f est paire, alors $\int_{-a}^0 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^a f(x)\mathrm{d}x$.
- Si f est impaire, alors $\int_{-a}^0 f(x)\mathrm{d}x = -\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$.

Calculer des aires

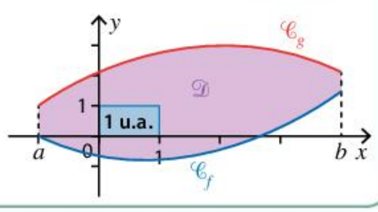
- ***f* continue et positive sur $[a\,;b]$.**
L'aire du domaine délimité par la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=a$ et $x=b$ est égale à $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.



- ***f* continue et négative $[a\,;b]$.**
L'aire du domaine délimité par la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=a$ et $x=b$ est égale à $\int_a^b(-f(x))\mathrm{d}x$.



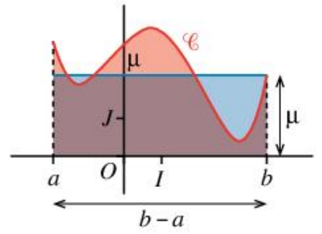
- **$g \geqslant f$ sur $[a\,;b]$.**
L'aire du domaine délimité par les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ et les droites d'équations $x=a$ et $x=b$ est égale à :
$$\int_a^b (g(x)-f(x))\mathrm{d}x.$$



Calculer la valeur moyenne d'une fonction

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a\,;b]$ $(a < b)$.
On appelle **valeur moyenne** de la fonction f sur l'intervalle $[a\,;b]$ le nombre réel :

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$$



Si $f \geqslant 0$, l'aire du rectangle bleu est égale à $\mu(b-a) = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.