Répéter en solo

Carte mentale

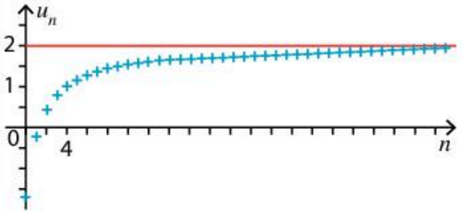
Suites et limites

Notion de limite d'une suite

On étudie le comportement de u_n quand n tend vers $+\infty$.

Limite finie

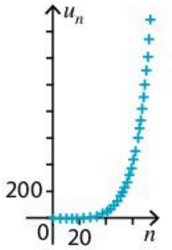
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$



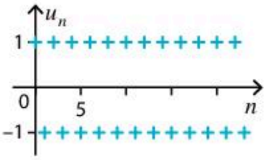
On dit que (u_n) converge vers 2.

Limite infinie

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$



Pas de limite



Lorsque n tend vers $+\infty$, la suite (u_n) n'admet pas de limite.

Déterminer une limite — Limites et opérations

- Les suites de terme général n, n^2, … , n^k et $\sqrt{n}$ tendent vers $+\infty$.
- **Opérations**

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	∞	0	∞
Si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	∞	∞	0
alors $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n v_n) =$	∞	**FI**	**FI**
alors $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_n}{v_n} =$	**FI**	0	∞

FI = Forme indéterminée

Déterminer une limite — Limites et comparaison

- Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$, $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \ell'$, et, à partir d'un certain rang, $u_n \leqslant v_n$, alors $\ell \leqslant \ell'$.
- **Théorème des gendarmes**
  Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$, $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \ell$ et, à partir d'un certain rang, $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$, alors (v_n) converge vers ℓ.

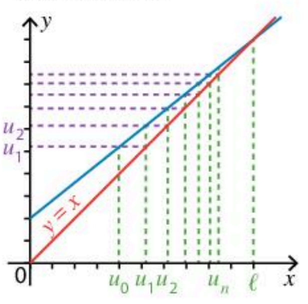
Suites arithmétiques et suites géométriques

- (u_n) **arithmétique** de premier terme u_0 et de raison r.
  Si $r > 0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.
  Si $r < 0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.
  Si $r = 0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = u_0$.
- (u_n) **géométrique** de premier terme u_0 et de raison $q \geqslant 0$.
  Si $0 \leqslant q < 1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.
  Si $q = 1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = u_0$.
  Si $q > 1$, alors
  $$\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty \text{ lorsque } u_0 \text{ est positif} \\ \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty \text{ lorsque } u_0 \text{ est négatif} \end{cases}$$

Suites arithmético-géométriques $u_{n+1} = au_n + b$

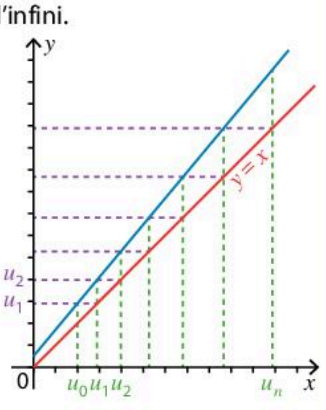
- **Représentation graphique**
  $u_{n+1} = f(u_n)$ avec f affine de la forme $f(x) = ax + b$; on trace la droite d'équation $y = ax + b$ et la droite d'équation $y = x$.
- **Limite**

1^er^ cas : La suite tend vers l'abscisse du point d'intersection entre les deux droites.



$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$

2^e^ cas : La suite tend vers l'infini.



$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$