Répéter en solo

Carte mentale

Définir et représenter une fonction réciproque

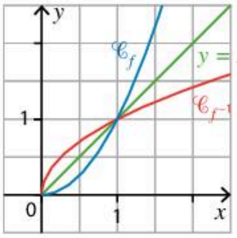
Soit f une fonction continue sur un intervalle I à valeurs dans un intervalle J.

- Pour tout réel y appartenant à J, l'équation $f(x)=y$ admet une solution unique dans I (cas particulier du TVI).

La fonction réciproque de f est $f^{-1} : J \to I$
$y \mapsto x$

$f\left(f^{-1}(x)\right)=x$ et $f^{-1}(f(x))=x$.

- Les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y=x$.



- La fonction exponentielle admet une fonction réciproque définie sur $]0\,;+\infty[$ par $y \mapsto x=\ln(y)$.

Cette fonction s'appelle la fonction logarithme népérien.

Fonction logarithme népérien

Utiliser les propriétés de ln

- Pour tout réel $y>0$ et tout réel x :
  $e^x=y \Leftrightarrow x=\ln(y)$
- $\ln(1)=0$
- Pour tout réel $x>0$, $e^{\ln(x)}=x$.
- Pour tout réel x, $\ln\left(e^x\right)=x$.

Pour tous réels a et b strictement positifs :

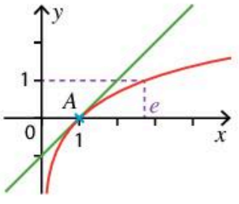
- $\ln(ab)=\ln(a)+\ln(b)$
- $\ln\left(\frac{1}{a}\right)=-\ln(a)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln(a)-\ln(b)$
- $\ln(a)\leqslant 0 \Leftrightarrow 0<a\leqslant 1$
- $\ln(a)\geqslant 0 \Leftrightarrow a\geqslant 1$
- $\ln(a)=\ln(b) \Leftrightarrow a=b$
- $\ln(a)\leqslant \ln(b) \Leftrightarrow a\leqslant b$

Pour tout entier naturel n, on a :

- $\ln\left(a^n\right)=n\ln(a)$
- $\ln\left(\sqrt{a}\right)=\frac{1}{2}\ln(a)$

Étudier la fonction ln

- La fonction logarithme népérien est continue et dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout réel $x>0$, $\ln'(x)=\frac{1}{x}$.
- u dérivable et $u(x)>0$.
  On a $(\ln(u))'=\frac{u'}{u}$.
- La fonction logarithme népérien est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.



- $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to 0}\ln(x)=-\infty$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$
- $\lim\limits_{x\to 0}(x\ln(x))=0$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=0$