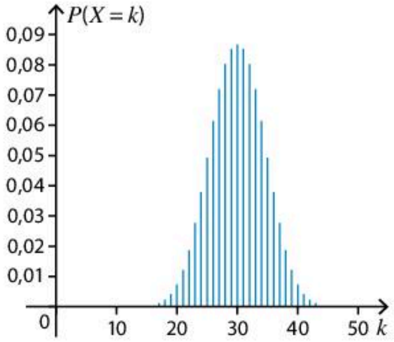
Répéter en solo

Carte mentale

Calculer la probabilité d'obtenir k succès parmi n

Loi binomiale



Dans un schéma de Bernoulli de paramètres n et p, X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n\ ;\ p)$.

$$\boldsymbol{P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}}$$

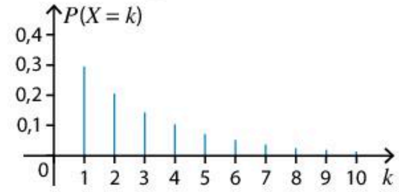
$\binom{n}{k}$ (« k parmi n ») s'appelle coefficient binomial.

Il se calcule avec le triangle de Pascal ou la calculatrice.

- $E(X)=np$
- $V(X)=np(1-p)$
- $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{np(1-p)}$

Calculer la probabilité d'obtenir le 1er succès au bout de k répétitions

Loi géométrique



Dans une succession d'épreuves indépendantes de Bernoulli dont la probabilité du succès est p, la variable aléatoire X qui compte le nombre k non nul de répétitions nécessaires pour obtenir le premier succès suit la loi géométrique de paramètre p.

$$\boldsymbol{P(X=k)=p\times(1-p)^{k-1}}$$

Loi sans mémoire : $P_{(X>k)}(X>k+\ell)=P(X>\ell)$

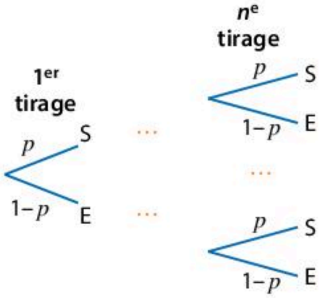
- $E(X)=\dfrac{1}{p}$
- $V(X)=\dfrac{1-p}{p^2}$
- $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\dfrac{\sqrt{1-p}}{p}$

Modéliser par un schéma de Bernoulli

Epreuve de Bernoulli : expérience aléatoire qui comporte deux issues : S (succès) et E (échec).

Loi de Bernoulli : si $P(\text{S})=p$, alors $P(\text{E})=1-p$.

Schéma de Bernoulli de paramètres n et p, n épreuves de Bernoulli indépendantes



Lois de probabilités discrètes

Utiliser la formule de Bayes

La probabilité conditionnelle de A sachant B est $P_{\text{B}}(\text{A})=\dfrac{P(\text{A}\cap\text{B})}{P(\text{B})}$ avec $P(B)\neq 0$

Formule de Bayes : $P_{\text{B}}(\text{A})\times P(\text{B})=P_{\text{A}}(\text{B})\times P(\text{A})$ ou $P_{\text{B}}(\text{A})=\dfrac{P_{\text{A}}(\text{B})\times P(\text{A})}{P(\text{B})}$

Théorème des probabilités totales : $\{\text{A}_1\ ;\ \text{A}_2\ ;\ \text{A}_3\ ;\ \dots\ ;\ \text{A}_n\}$ une partition de l'univers Ω.
Pour tout évènement B de Ω, on a :

$$\begin{aligned}P(\text{B})&=P(\text{B}\cap\text{A}_1)+P(\text{B}\cap\text{A}_2)+\ldots+P(\text{B}\cap\text{A}_n)\\&=P(\text{A}_1)\times P_{\text{A}_1}(\text{B})+P(\text{A}_2)\times P_{\text{A}_2}(\text{B})+\ldots+P(\text{A}_n)\times P_{\text{A}_n}(\text{B})\end{aligned}$$