FICHE DE RÉVISION

1 **Dans un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u}\,,\vec{v})$, on peut associer, à tout point M de coordonnées $(x\,;y)$, le nombre complexe $z = x + iy$. On dit que z est l'affixe du point M et du vecteur $\overrightarrow{OM}$.**
On appelle module de z le nombre réel $|z| = OM = \sqrt{x^2+y^2}$ et, pour $z \neq 0$, on appelle arguments de z les nombres $\arg(z) = (\vec{u}\,,\overrightarrow{OM}) + k \times 2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Cela permet de :

- ✔ étudier des configurations géométriques ;
- ✔ résoudre des problèmes d'alignement de points et de parallélisme ou d'orthogonalité de droites.

2 **Pour tout nombre complexe non nul de forme algébrique $z = x + iy$, on peut déterminer une forme trigonométrique $|z|\,(\cos(\alpha) + i\sin(\alpha))$ et une forme exponentielle $|z|\,e^{i\alpha}$.**
De plus, on a $\cos(\alpha) = \dfrac{x}{|z|}$ et $\sin(\alpha) = \dfrac{y}{|z|}$. Cela permet de :

- ✔ simplifier le calcul de module et d'arguments d'un nombre complexe défini par une somme, un produit ou un quotient de nombres complexes ;
- ✔ résoudre des problèmes géométriques, en particulier ceux en lien avec des calculs d'angles.

3 **Pour tout $\theta \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$, $\cos(\theta) = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin(\theta) = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$ (formules d'Euler) et $\cos(n\theta) + i\sin(n\theta) = (\cos(\theta) + i\sin(\theta))^n$ (formule de Moivre). Cela permet de :**

- ✔ linéariser des expressions trigonométriques ;
- ✔ simplifier l'étude de certaines suites et intégrales.

4 **L'ensemble des solutions complexes de $z^n = 1$ (où $n \in \mathbb{N}^*$) est $\mathbb{U}_n = \left\{e^{\frac{2i\pi k}{n}},\ k \in \mathbb{N},\ 0 \leqslant k \leqslant n-1\right\}$.**
Cela permet de :

- ✔ résoudre certaines équations polynomiales dans $\mathbb{C}$;
- ✔ étudier des configurations liées aux polygones réguliers.

CARTE MENTALE

Toutes les mesures d'angles et d'arguments sont données à un multiple de 2π près.

NOMBRES COMPLEXES : POINT DE VUE GÉOMÉTRIQUE

Dans un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u},\vec{v})$, on associe à tout point $M(x\,;y)$ le nombre complexe $z = x + iy$

Le module de z est $|z| = OM = \sqrt{x^2+y^2}$

$z \times \overline{z} = |z|^2$; $AB = |z_B - z_A|$

$|z \times z'| = |z| \times |z'|$; $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$ si $z' \neq 0$

Un argument de $z \neq 0$ est $\arg(z) = \alpha = (\vec{u}\,;\overrightarrow{OM})$

$\cos(\alpha) = \dfrac{x}{|z|}$; $\sin(\alpha) = \dfrac{y}{|z|}$

$\arg(z \times z') = \arg(z) + \arg(z')$

$\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$

$(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}) = \arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)$

Forme trigonométrique :
Pour tout $z \neq 0$,
$z = |z|(\cos(\alpha) + i\sin(\alpha))$

$\cos(\alpha) = \dfrac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}$

$\sin(\alpha) = \dfrac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}$

Forme exponentielle :
Pour tout $z \neq 0$,
$z = |z|e^{i\alpha}$

$\cos(n\alpha) + i\sin(n\alpha) = (\cos(\alpha) + i\sin(\alpha))^n$