FICHE DE RÉVISION

1 Soient trois entiers a, b et c. On dit que a divise b lorsqu'il existe un entier relatif k tel que $b = k \times a$. On note $a \mid b$. De plus, si $a \mid b$ et $a \mid c$, alors, pour tous entiers m et n, $a \mid (mb + nc)$. Cela permet de :

- ✔ déterminer les diviseurs d'un entier ;
- ✔ montrer qu'un entier b est divisible par un entier a ;
- ✔ déterminer des solutions entières d'équations en se ramenant à une équation du type $\mathrm{A} \times \mathrm{B} = \mathrm{C}$ où les diviseurs de C sont connus ;
- ✔ déterminer les diviseurs communs à deux entiers.

2 Soient deux entiers a et b avec b strictement positif. Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est déterminer l'unique couple d'entiers $(q\ ;\ r)$ tel que $a = bq + r$ et $0 \leqslant r < b$. Cela permet de :

- ✔ raisonner par disjonction de cas pour établir une divisibilité ;
- ✔ résoudre des problèmes de codage (clé de contrôle).

3 Soient deux entiers relatifs a et b, et m un entier naturel non nul. a et b sont congrus modulo m lorsqu'ils ont le même reste dans la division euclidienne par m. On note $a \equiv b\,[m]$. De plus, $a \equiv b\,[m] \Leftrightarrow m \mid (b - a)$. Cela permet de :

- ✔ établir les propriétés sur les congruences (compatibilité avec l'addition et la multiplication) ;
- ✔ établir un test de divisibilité ;
- ✔ étudier des problèmes de chiffrement ;
- ✔ résoudre une équation du type $ax \equiv b\,[m]$.

CARTE MENTALE