FICHE DE RÉVISION

1 D'après l'algorithme d'Euclide, le PGCD des entiers naturels a et b est égal au dernier reste non nul lorsqu'on effectue les divisions euclidiennes successives. Cela permet de :

- ✔ déterminer le PGCD de deux entiers ;
- ✔ montrer que deux entiers sont premiers entre eux en vérifiant que leur PGCD vaut 1.

2 D'après l'identité de Bézout, pour tout couple $(a\,;b)\in(\mathbb{Z})^2$, il existe $(u\,;v)\in\mathbb{Z}^2$ tel que $au+bv=\text{PGCD}(a\,;b)$. Cela permet de :

- ✔ montrer que deux entiers sont premiers entre eux ;
- ✔ déterminer si un entier est inversible modulo un entier naturel non nul ;
- ✔ démontrer le théorème de Gauss ;
- ✔ déterminer si une équation diophantienne de la forme $ax+by=c$ admet une solution.

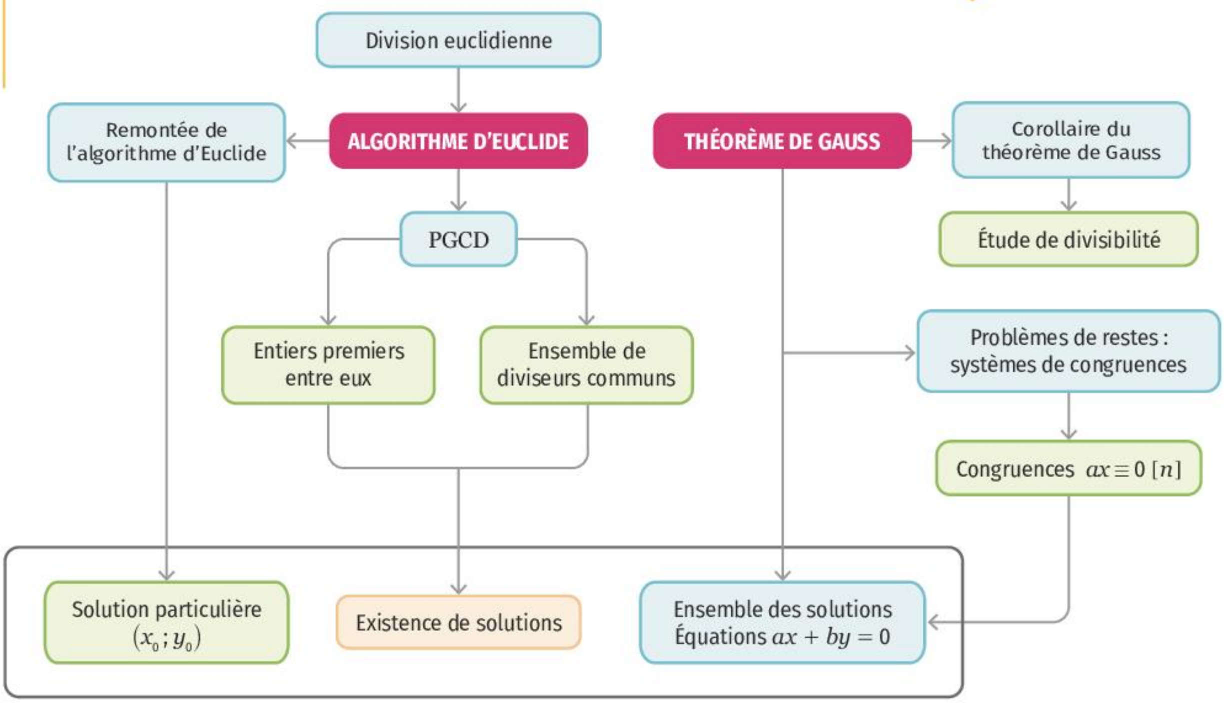
3 D'après le théorème de Gauss, pour tous entiers relatifs non nuls a, b et c, si a divise bc et si a et b sont premiers entre eux, alors a divise c. Cela permet de :

- ✔ résoudre une équation diophantienne de la forme $ax=by$;
- ✔ résoudre une congruence de la forme $ax\equiv 0\,[n]$ lorsque a et n sont deux entiers naturels premiers entre eux.

4 D'après le corollaire du théorème de Gauss, pour tous entiers relatifs non nuls a, b et c, si b et c sont premiers entre eux et divisent a, alors bc divise a. Cela permet d' :

- ✔ établir la divisibilité d'un nombre par le produit de deux entiers premiers entre eux.

CARTE MENTALE



Équations diophantiennes $ax+by=c$ (ou $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$)