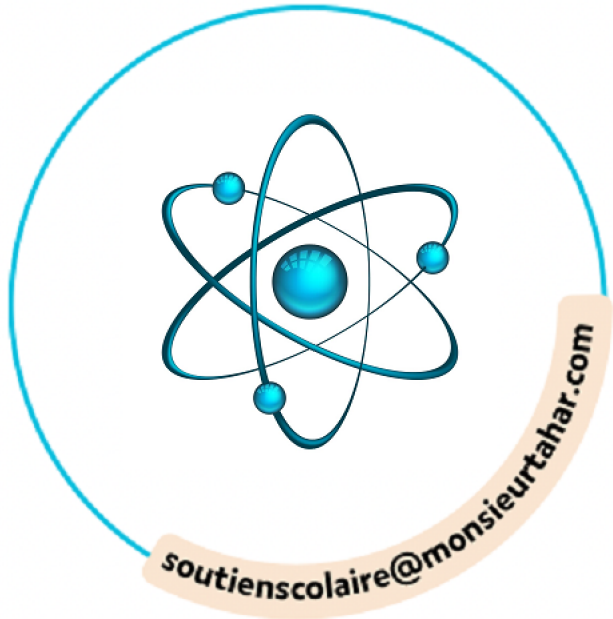
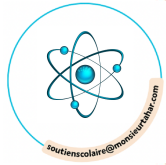


MATHS



Nombres entiers



Cours

1 Déterminer les diviseurs d'un nombre entier

Définition

Un **entier naturel** est un nombre entier positif ou nul.

Propriété

Définition

a et b désignent deux entiers naturels ($b \neq 0$).

Effectuer la division **euclidienne** de a par b , c'est déterminer les deux entiers naturels q et r tels que :

$$a = b \times q + r \text{ avec } r < b$$

a s'appelle le **dividende**, b le **diviseur**, q le **quotient** et r le **reste**.

Exemple

Division euclidienne de 25 par 3 :

$$\begin{array}{r|l}
 25 & 3 \\
 \underline{-24} & 8 \\
 1 &
 \end{array}$$

← **dividende** → 25
← **diviseur** ← 3
← **quotient** ← 8
← **reste** → 1

On ne peut jamais diviser par 0 !



On a bien : $25 = 3 \times 8 + 1$, avec $1 < 3$.

Définitions

a et b désignent deux entiers naturels ($b \neq 0$).

Lorsque la division euclidienne de a par b donne un reste nul, on a $a = b \times q$ où q est un entier naturel.

On dit que :

- a est un **multiple** de b
- b est un **diviseur** de a
- a est **divisible** par b

Exemple

On a : $85 = 5 \times 17$.

- 85 est un multiple de 17 et de 5.
- 5 et 17 sont des diviseurs de 85.
- 85 est divisible par 17 et par 5.

$$\begin{array}{r|l}
 85 & 5 \\
 \underline{-5} & 17 \\
 35 & \\
 \underline{-35} & \\
 0 &
 \end{array}$$

Tout entier naturel non nul est divisible par 1 et par lui-même.

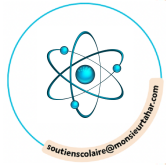
Propriétés

Critères de divisibilité

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8, alors il est divisible par 2.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est divisible par 3.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est divisible par 5.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est divisible par 9.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est divisible par 10.

Définitions

- Un nombre entier est **pair** s'il est divisible par 2.
- Un nombre entier est **impair** s'il n'est pas pair.



Cours

2 Reconnaître un nombre premier

Définition

Un nombre premier est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemple

- 6 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 2.
- 7 est un nombre premier : il n'est divisible que par 1 et par 7.

Remarques

- 0 n'est pas premier car il possède une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas premier car il possède un seul diviseur : lui-même.
- 2 est le seul nombre premier pair car tous les nombres pairs sont divisibles par 2.

Propriété

Les 10 nombres premiers inférieurs à 30 sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

Propriété

Il existe une infinité de nombres premiers.

3 Décomposer un entier en produit de facteurs premiers

Propriété

Tout entier naturel supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme un produit de facteurs premiers.

Exemples

- $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$
- $728 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 13$

Propriété

Pour un entier donné, il n'existe qu'une seule décomposition en produit de facteurs premiers (si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

Méthode

Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers :

- on écrit ce nombre comme un produit de deux facteurs (différents de 1) ;
- on recommence avec les facteurs qui ne sont pas des nombres premiers, jusqu'à n'avoir que des nombres premiers.

Exemple

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$