Cours

5e 1 Déterminer les diviseurs d'un nombre entier

Vidéo

Définition

a et b désignent deux nombres entiers positifs ($b \neq 0$).
Effectuer la **division euclidienne** de a par b, c'est déterminer les deux entiers positifs q et r tels que $a = bq + r$ et $0 \leqslant r < b$.
q s'appelle le **quotient** de la division euclidienne et r le **reste**.

Exemple

Division euclidienne de 25 par 3 :

dividende	25	3	diviseur
	− 24	8	quotient
reste	1		

$25 = 3 \times 8 + 1$ et on a bien $0 \leqslant 1 < 3$.

Définition

a et b désignent deux nombres entiers positifs ($b \neq 0$).
On dit que b est un **diviseur** de a si le reste de la division euclidienne de a par b est nul, c'est-à-dire s'il existe un entier q tel que $a = bq$.
On dit aussi que b divise a, que a est divisible par b ou que a est un multiple de b.

Exemple

$5 \times 3 = 15$.
On dit que 15 est un multiple de 3 et de 5 et que 15 est divisible par 3 et 5.

Méthode

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre entier N, on teste la divisibilité de N par tous les nombres entiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{N}$.

Exemple

Pour trouver les diviseurs de 18, on calcule $\sqrt{18}$.
$\sqrt{18} \approx 4{,}2$. Il faut donc tester la divisibilité par 1, par 2, par 3 et par 4.
$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$. Les diviseurs de 18 sont 1 2 3 6 9 18

! Tout nombre entier non nul est divisible par 1 et par lui-même.

Propriétés

Critères de divisibilité

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si le nombre formé par les deux derniers chiffres d'un nombre entier est divisible par 4, alors ce nombre est **divisible par 4**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.

Exemples

175 est divisible par 5, car son chiffre des unités est 5.
189 est divisible par 3, car la somme de ses chiffres est égale à 18, qui est lui-même divisible par 3.
228 est divisible par 4, car 28 est divisible par 4.

Cours

2 Reconnaitre un nombre premier

Vidéo

Définition 5e

Un **nombre premier** est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples

6 n'est pas un nombre premier : il admet 2 et 3 comme diviseurs.
7 est un nombre premier : il n'est divisible que par 1 et par 7.

- 0 n'est pas premier, car il possède une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas premier, car il possède un seul diviseur : lui-même.
- 2 est le seul nombre premier pair, car tous les nombres pairs sont divisibles par 2.

Propriété

- Il existe une infinité de nombres premiers.
- Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97.

Méthode

Soit N un entier supérieur ou égal à 2.
Pour **montrer que N est premier**, il suffit de montrer que N n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{N}$.

Exemple

On veut savoir si 157 est un nombre premier.
$\sqrt{157} \approx 12{,}5$. Il faut donc tester la divisibilité de 157 par 2, par 3, par 5, par 7 et par 11.
157 n'est divisible par aucun de ces cinq nombres, donc 157 est premier.

On peut aussi montrer que 157 n'est divisible par aucun nombre entier entre 2 et 12, mais c'est plus long…

3 Décomposer un entier en produit de facteurs premiers

Vidéo

Propriété

Tout nombre entier peut s'écrire comme un produit de facteurs premiers.

Exemples

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ou $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
$728 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 13$ ou $728 = 2^3 \times 7 \times 13$

Pour un entier donné, il n'existe qu'une seule décomposition en produit de facteurs premiers (si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).