MATHS

soutienscolaire@monsieurtahar.com

Triangles et cercles

Cours

1 Construire un triangle

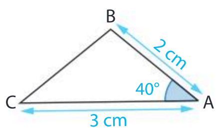
Propriété

On peut construire un triangle dans les deux cas suivants :

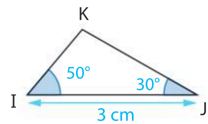
- si on connait la longueur de deux côtés et la mesure de l'angle formé par ces deux côtés ;
- si on connait la longueur d'un côté et les mesures de deux angles dont la somme est inférieure à 180°.

Exemples

- Construire un triangle ABC tel que $AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm et $\widehat{BAC} = 40°$.



- Construire un triangle IJK tel que $IJ = 3$ cm, $\widehat{KIJ} = 50°$ et $\widehat{IJK} = 30°$.



Propriété

Inégalité triangulaire

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

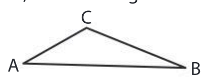
Exemple

Dans un triangle ABC non aplati, on a les inégalités triangulaires suivantes :

$AB < AC + CB$

$AC < AB + CB$

$CB < AC + AB$



Le plus court chemin entre deux points est la ligne droite !

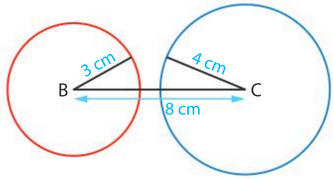
Propriété

On peut construire un triangle dont on connait les longueurs des trois côtés lorsque la longueur de son plus grand côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemples

- Peut-on construire un triangle ABC tel que $AB = 3$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 4$ cm ?

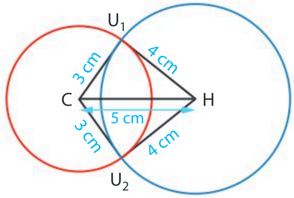
La plus grande longueur est BC, et $BC > AB + AC$.
Donc le triangle **n'est pas** constructible.



Si $BC = 8$ cm, il est impossible de construire un point A tel que $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm.

- Peut-on construire un triangle CHU tel que $CH = 5$ cm, $CU = 3$ cm et $UH = 4$ cm ?

La plus grande longueur est CH, et $CH < CU + UH$.
Donc le triangle CHU **est** constructible.



Il existe deux possibilités pour le point U.

Remarque

Si la plus grande longueur est égale à la somme des deux autres, alors le triangle est aplati : les trois sommets sont alignés.

Cours

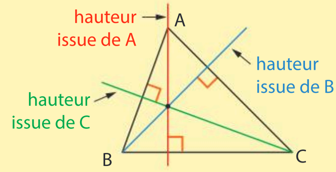
2 Construire des hauteurs et des médiatrices

Définition

Soit ABC un triangle.
La **hauteur** du triangle ABC issue de A est la droite passant par le point A et perpendiculaire à la droite (BC).

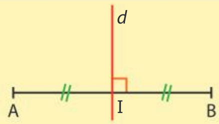
Propriété **Définition**

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes : elles passent par un même point appelé **orthocentre** du triangle.



Définition

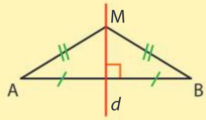
La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.



Propriétés

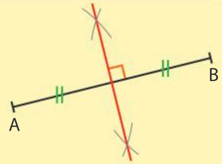
A et B désignent deux points distincts.
La médiatrice du segment [AB] est l'ensemble de tous les points situés à égale distance de A et de B.

- Si un point M appartient à la médiatrice de [AB], alors MA = MB.
- Si MA = MB, alors le point M appartient à la médiatrice de [AB].



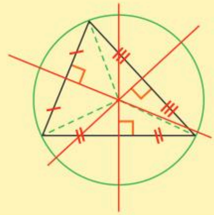
Méthode

Pour construire la médiatrice d'un segment [AB], on peut placer à l'aide d'un compas deux points à égale distance de A et de B.



Propriété **Définition**

Dans un triangle, les médiatrices des trois côtés sont concourantes : elles passent par un même point qui est le centre du cercle passant par les sommets du triangle.
Ce cercle est appelé le **cercle circonscrit** au triangle.



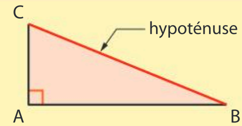
Cours

3 Connaitre les triangles particuliers

Définitions

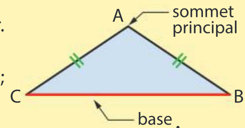
Triangle rectangle

- Un triangle **rectangle** est un triangle qui possède un angle droit.
- Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**.



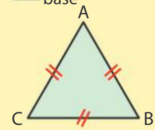
Triangle isocèle

- Un triangle **isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.
- On appelle :
  – **sommet principal** : le point commun à deux côtés de même longueur ;
  – **base** : le côté opposé à un sommet principal.



Triangle équilatéral

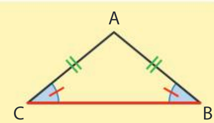
Un triangle **équilatéral** est un triangle dont les trois côtés ont même longueur.



Propriétés

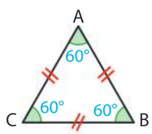
Soit ABC un triangle.

- Si ABC est isocèle en A, alors $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.
- Si $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$, alors ABC est isocèle en A.



Remarques

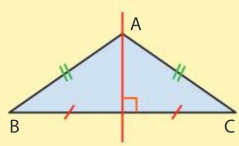
- Si un triangle ABC est équilatéral, alors il est isocèle en A, en B et en C. Ce sont donc les mesures de ses trois angles qui sont égales.
Comme la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°, alors ces trois angles ont pour mesure 60°.
- Réciproquement, si les trois angles d'un triangle ABC ont même mesure, alors il est isocèle en A, en B et en C : il est donc équilatéral.



Propriétés

Soit ABC un triangle.

- Si ABC est isocèle en A, alors la hauteur issue de A et la médiatrice de [BC] sont confondues : elles constituent un axe de symétrie du triangle ABC.
- Si la hauteur issue de A et la médiatrice de [BC] sont confondues, alors ABC est isocèle en A.



Remarque

Si un triangle ABC est équilatéral, alors les hauteurs et les médiatrices des côtés sont confondues deux à deux et constituent chacune un axe de symétrie du triangle.