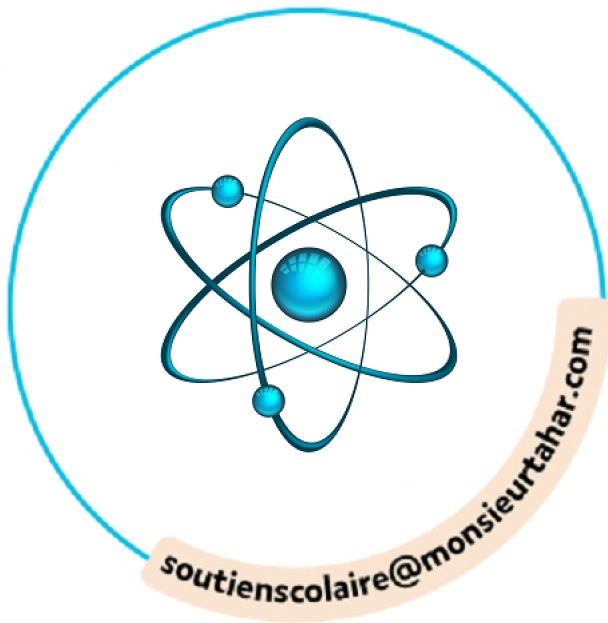
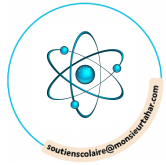


MATHS



Périmètre et Aires

CHAPITRE 10



Cours

1 Comparer et mesurer des périmètres

Définition

Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour.
Il s'exprime à l'aide d'une unité de longueur.

Exemple

On souhaite déterminer le périmètre de la figure ci-contre dans l'unité de longueur donnée.

$$6 \times 1 + 2 + 4 = 12$$

Le périmètre de cette figure est de 12 unités de longueur.

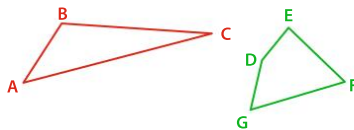


Méthode

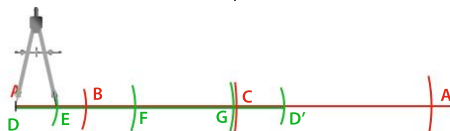
Pour **comparer les périmètres de plusieurs polygones**, on peut reporter les longueurs de leurs côtés sur une demi-droite.

Exemple

On veut comparer les périmètres des deux figures ci-contre.



Pour comparer ces périmètres, on peut reporter à la suite les unes des autres les longueurs de chaque côté sur une demi-droite, avec un compas.



La longueur du segment [AA'] est égale au périmètre du triangle ABC.

La longueur du segment [DD'] est égale au périmètre du quadrilatère DEFG.

Le périmètre de la figure rouge est donc le plus grand des deux.

Méthode

L'unité de longueur de référence est le mètre. Pour **convertir des unités de longueur**, on effectue des multiplications ou des divisions par 10. On peut s'aider du tableau suivant.

Multiples de l'unité			Unité	Sous-multiples de l'unité		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 km = 10 hm	1 hm = 10 dam	1 dam = 10 m	1 m = 10 dm	1 dm = 10 cm	1 cm = 10 mm	1 mm
	= $\frac{1}{10}$ km	= $\frac{1}{10}$ hm	= $\frac{1}{10}$ dam	= $\frac{1}{10}$ m	= $\frac{1}{10}$ dm	= $\frac{1}{10}$ cm

Exemples

• On veut convertir 43,5 cm en millimètres.

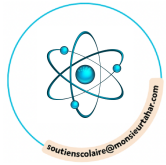
$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm donc}$$

$$43,5 \text{ cm} = 43,5 \times 10 \text{ mm} = 435 \text{ mm.}$$

• On veut convertir 21 500 cm en mètres.

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m donc}$$

$$21\,500 \text{ cm} = \frac{21\,500}{100} \text{ m} = 215 \text{ m.}$$



Cours

2 Calculer le périmètre d'un polygone

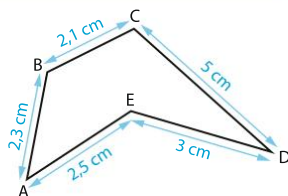
Propriété

Le **périmètre** d'un polygone est égal à la somme des longueurs de ses côtés.

Exemple

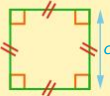
$\mathcal{P} = 2,3 \text{ cm} + 2,1 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm} = 14,9 \text{ cm}$
Le périmètre du pentagone ABCDE est égal à 14,9 cm.

Quand on calcule le périmètre d'une figure, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.



Propriétés

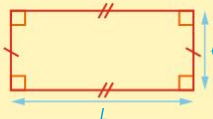
- Le **périmètre d'un carré** est égal au produit de la longueur de son côté par 4 : $\mathcal{P} = 4 \times c$



- Le **périmètre d'un rectangle** est égal à la somme du double de sa longueur et du double de sa largeur :

$$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell$$

ou $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$



Exemples

- Le périmètre d'un carré de côté 7 cm est égal à 28 cm.
 $\mathcal{P} = 4 \times c = 4 \times 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$

- Le périmètre d'un rectangle de longueur 5 dm et de largeur 3 dm est égal à 16 dm.
 $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell = 2 \times 5 \text{ dm} + 2 \times 3 \text{ dm}$
 $\mathcal{P} = 10 \text{ dm} + 6 \text{ dm} = 16 \text{ dm}$
ou $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell) = 2 \times (5 \text{ dm} + 3 \text{ dm})$
 $\mathcal{P} = 2 \times 8 \text{ dm} = 16 \text{ dm}$

3 Calculer la longueur d'un cercle

Propriétés

- La **longueur L** (ou **circonférence**) d'un cercle de diamètre D est égale au produit de son diamètre par le nombre π . Elle est donc **proportionnelle** à son diamètre (et à son rayon r) :

$$L = D \times \pi \text{ ou } L = 2 \times r \times \pi$$

- Le nombre π (pi) n'est pas un nombre décimal, il possède une infinité de chiffres après la virgule :
 $\pi \approx 3,141\,592\,653\,589\,793\dots$

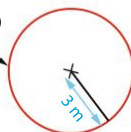
Remarque

En pratique, on utilise souvent 3,14 comme valeur approchée de π .
On peut aussi utiliser la touche π de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

Exemple

On cherche la longueur d'un cercle de rayon 3 m.
 $L = 2 \times r \times \pi = 2 \times 3 \text{ m} \times \pi = 6 \times \pi \text{ m} \approx 6 \times 3,14 \text{ m} \approx 18,84 \text{ m}$
La longueur exacte du cercle est $6 \times \pi \text{ m}$, soit environ 18,84 m.

Longueur (ou
circonférence)
du cercle



Cours

4 Comparer et déterminer des aires

Définition

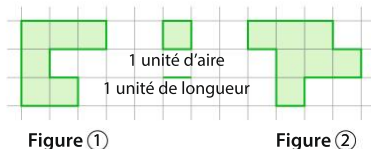
L'aire d'une figure est la mesure de sa surface intérieure, dans une unité donnée.

Exemple

Ces deux figures ont le même périmètre (14 unités de longueur) mais la surface de la figure ② est plus grande que celle de la figure ①.

Figure ① : 6 unités d'aire

Figure ② : 7 unités d'aire



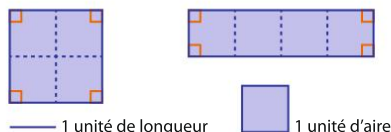
Remarque

Deux figures ayant la même aire n'ont pas forcément le même périmètre.

Exemple

L'aire du carré est de 4 unités d'aire, et son périmètre est de 8 unités de longueur.

L'aire du rectangle est de 4 unités d'aire, et son périmètre est de 10 unités de longueur.



Définitions

- L'unité d'aire de référence est le **mètre carré**, noté m^2 . Elle correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.
- Autres unités d'aire :

Multiples de l'unité			Unité	Sous-multiples de l'unité		
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1 km^2 = 100 hm^2$	$1 hm^2 = 100 dam^2$ $= \frac{1}{100} km^2$	$1 dam^2 = 100 m^2$ $= \frac{1}{100} hm^2$	$1 m^2 = 100 dm^2$ $= \frac{1}{100} dam^2$	$1 dm^2 = 100 cm^2$ $= \frac{1}{100} m^2$	$1 cm^2 = 100 mm^2$ $= \frac{1}{100} dm^2$	$1 mm^2 = \frac{1}{100} cm^2$

Exemples

- Un carré de 1 cm de côté a une aire de $1 cm^2$.
- Un carré de 1 dm de côté a une aire de $1 dm^2$.
- On veut convertir $12 m^2$ en cm^2 .
 $1 m^2 = 100 dm^2 = 10\,000 cm^2$ donc
 $12 m^2 = 12 \times 10\,000 cm^2 = 120\,000 cm^2$
- On veut convertir $1\,500 mm^2$ en cm^2 .

$$1 mm^2 = \frac{1}{100} cm^2 \text{ donc}$$

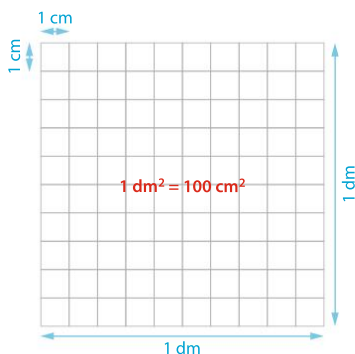
$$1\,500 mm^2 = \frac{1\,500}{100} cm^2 = 15 cm^2$$

Remarque

Pour mesurer l'aire d'un terrain, on utilise plutôt l'**are** (noté a) et l'**hectare** (noté ha).

$$1 a = 100 m^2$$

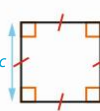
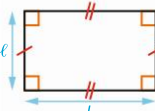
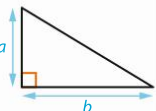
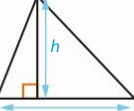
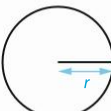
$$1 ha = 100 a = 1 hm^2$$



Cours

5 Calculer une aire avec une formule

Propriétés

	Carré	Rectangle	Triangle rectangle	Triangle	Disque
Figure					
Aire	$\mathcal{A} = c \times c$	$\mathcal{A} = L \times l$	$\mathcal{A} = (a \times b) \div 2$	$\mathcal{A} = (h \times b) \div 2$	$\mathcal{A} = r \times r \times \pi$

Remarque

- Pour le calcul d'une aire, toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.
 - En pratique, on utilise souvent 3,14 comme valeur approchée de π .
- On peut aussi utiliser la touche π de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

Exemple

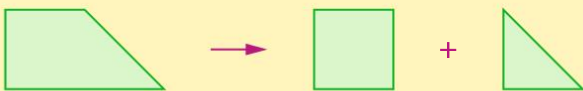
L'aire d'un rectangle de 3 cm sur 5 cm est : $\mathcal{A} = 3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$.

6 Calculer l'aire d'une figure complexe

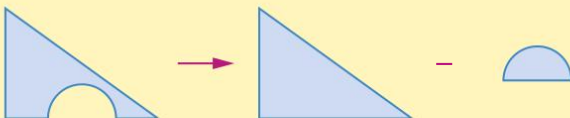
Méthodes

Pour calculer l'aire de certaines figures, on peut utiliser plusieurs méthodes suivant les cas.

- **Méthode 1** : on décompose et on additionne.



- **Méthode 2** : on complète et on soustrait.



- **Méthode 3** : on découpe et on déplace.

