

MATHS



CHAPITRE 10

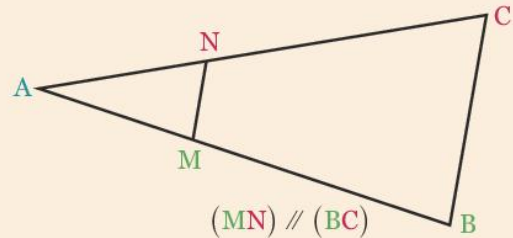


1 Le théorème de Thalès

Théorème de Thalès

Si ABC est un triangle tel que M appartient au segment [AB], N appartient au segment [AC] et que les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors on a les égalités suivantes.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Remarques : 1. On peut aussi écrire $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.

2. Les numérateurs sont les longueurs des côtés d'un triangle et les dénominateurs sont celles de l'autre triangle.
3. Les longueurs des côtés du triangle ABC et celles des côtés du triangle AMN sont proportionnelles.
4. Le triangle ABC est un agrandissement du triangle AMN et le triangle AMN est une réduction du triangle ABC.
5. Dans cette configuration, on peut se rappeler que AMN et ABC sont emboîtés.

Conséquence

Si deux des trois quotients ne sont pas égaux, alors les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles. Pour le justifier, on peut faire un **raisonnement par l'absurde**. Cette propriété s'appelle également la **contraposée du théorème de Thalès**.

Exemple :

ABC est un triangle tel que M appartient à [AB] et N appartient à [AC]. De plus, on sait que AM = 3 cm, AB = 10 cm, AN = 4 cm et AC = 13 cm.

D'une part $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{10}$ et d'autre part $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{13}$. On obtient $\frac{3}{10} = \frac{39}{130}$ et $\frac{4}{13} = \frac{40}{130}$ donc $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$.

On en déduit que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

2 La réciproque du théorème de Thalès

Théorème

Si ABC est un triangle tel que M appartient au segment [AB], N appartient au segment [AC] et que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Exemple :

Dans un triangle ABC, AB = 9 et AC = 3. On place un point M ∈ [AB] tel que AM = 3 et un point N ∈ [AC] tel que AN = 1. Alors $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$ donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ donc (MN) // (BC).