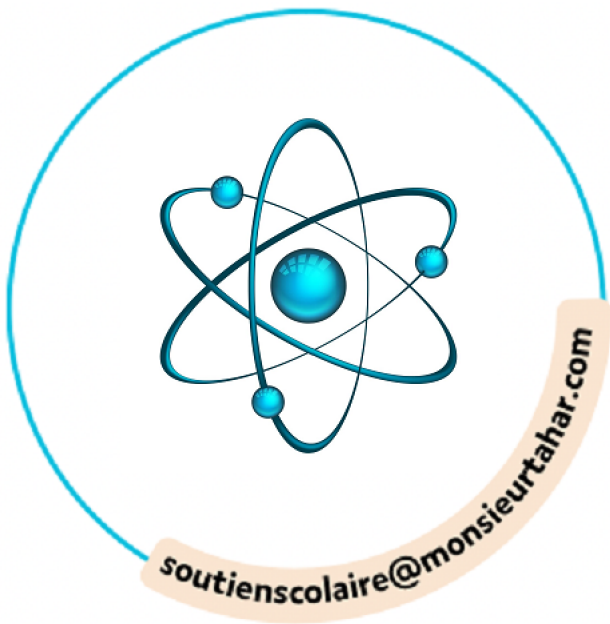


MATHS



Solides de l'espace

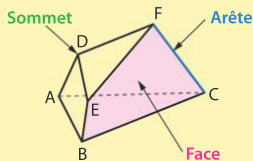
Cours

1 Reconnaître des solides

Définition

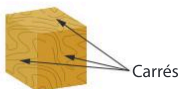
Un **polyèdre** est un solide dont les **faces** sont des polygones.

Les côtés de ces polygones sont appelés **arêtes**, leurs extrémités sont des points appelés **sommets**.

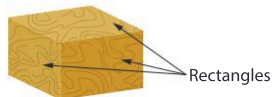


Exemples

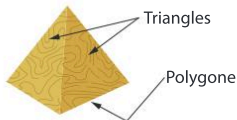
Un cube



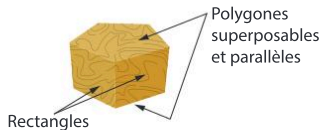
Un pavé droit



Une pyramide



Un prisme droit



Remarques

- Certains solides ne sont pas des polyèdres.



Cône



Cylindre



Boule

- Une pyramide est dite régulière si sa base est un polygone régulier (par exemple, un triangle équilatéral ou un carré) et si sa hauteur passe par le centre de ce polygone. Ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables.
- Une pyramide à 4 faces est appelée un tétraèdre. Sa base est un triangle.

Méthode

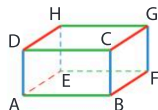
La représentation d'un solide en **perspective cavalière** respecte les règles suivantes.

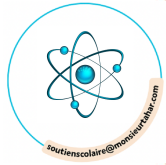
- ① Les faces avant et arrière sont représentées en vraie grandeur.
- ② Les arêtes parallèles et de même longueur sont représentées par des segments parallèles et de même longueur.
- ③ Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
- ④ Les arêtes obliques sont représentées par des segments moins longs qu'en réalité.

Exemple

On a représenté ci-contre un pavé droit en perspective cavalière.

- Les faces ABCD et EFGH sont des rectangles.
- Les segments [AE] et [BF] sont parallèles.
- Les longueurs DH et CG sont égales.
- L'arête [HE] est cachée.

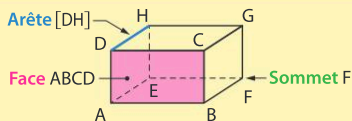




2 Connaître et représenter un parallépipède rectangle

Définition

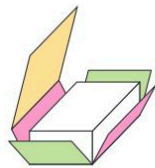
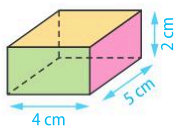
Un **parallépipède rectangle**, appelé aussi **pavé droit**, est un solide qui a 6 **faces** rectangulaires, 8 **sommets** et 12 **arêtes**.



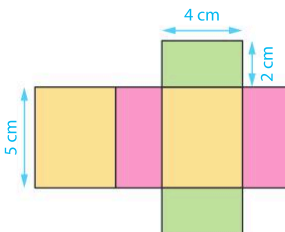
Exemples

On a représenté ci-dessous un parallépipède rectangle et l'un de ses patrons. Les faces de même couleur sont superposables.

Vue en perspective cavalière



Patron



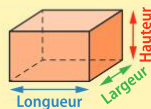
Remarques

- Il existe plusieurs patrons d'un même pavé droit.
- Un cube est un pavé droit particulier dont les 6 faces sont des carrés superposables.

Propriété

Le volume \mathcal{V} d'un parallépipède rectangle de longueur L , de largeur ℓ et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = L \times \ell \times h$$



Exemple

Soit un parallépipède de longueur $L = 10$ cm, de largeur $\ell = 5$ cm et de hauteur $h = 2$ cm. Le volume de ce pavé droit est :

$$\mathcal{V} = L \times \ell \times h = 10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^3$$

Les dimensions doivent être dans la même unité.



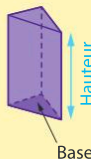
Remarque

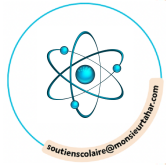
Un pavé droit est un prisme droit particulier dont la base est un rectangle.

Propriété

Le volume \mathcal{V} d'un prisme droit est donné par la formule :

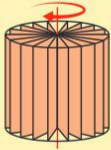
$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$





3 Connaître et représenter un cylindre de révolution

Définition

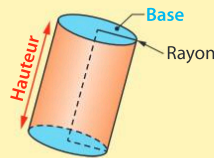


Un **cylindre de révolution** est un solide obtenu en faisant tourner un rectangle autour de l'un de ses côtés.

Propriété

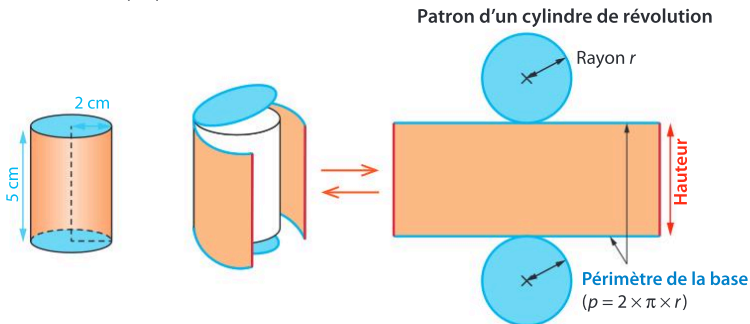
Définitions

- Les **bases** d'un cylindre sont deux **disques** de même rayon.
- La **hauteur** d'un cylindre est la longueur du segment qui a pour extrémités les centres des bases.



Exemple

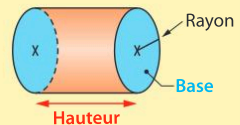
On a représenté ci-dessous un cylindre de révolution et son patron. Les faces de même couleur sont superposables.



Propriété

Le **volume** \mathcal{V} d'un **cylindre de révolution** de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = \pi \times r \times r \times h$$



Exemple

Soit un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm.

$$\begin{aligned} \text{Son volume est donné par : } \mathcal{V} &= \pi \times 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \\ &= 45 \times \pi \text{ cm}^3 \\ &\approx 141 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

