MATHS

soutienscolaire@monsieurtahar.com

Calcul numérique et littéral

Cours

1 Enchainer des opérations

Convention

Calcul sans parenthèses

- Dans une expression ne comportant que des additions et des soustractions, ou que des multiplications et des divisions, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.
- On effectue d'abord les multiplications et les divisions, puis les additions et les soustractions. On dit que **la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et à la soustraction**.

Exemples

$A = 12 - 5 + 8$
$A = 7 + 8$
$A = 15$

$B = 40 \div 8 \times 10$
$B = 5 \times 10$
$B = 50$

$C = 23 + 6 \times 4$
$C = 23 + 24$
$C = 47$

Convention

Calcul avec parenthèses

- Dans une expression avec des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
- Quand il y a plusieurs niveaux de parenthèses, on commence par les plus intérieures.
- À l'intérieur des parenthèses, on applique les priorités de calcul.
- Une expression qui figure au numérateur ou au dénominateur d'un quotient est considérée comme une expression entre parenthèses.

Exemples

$D = 9 \times (7 + 4)$
$D = 9 \times 11$
$D = 99$

$E = 2{,}5 \times [7 - (5 - 3)]$
$E = 2{,}5 \times [7 - 2]$
$E = 2{,}5 \times 5$
$E = 12{,}5$

$F = \dfrac{9 + 5}{7}$
F peut aussi s'écrire $(9 + 5) \div 7$
$F = \dfrac{14}{7}$
$F = 2$

Définitions

- Le résultat d'une addition est une **somme**. Les nombres additionnés sont les **termes**.
- Le résultat d'une soustraction est une **différence**. Les nombres qui interviennent dans la soustraction sont les **termes**.
- Le résultat d'une multiplication est un **produit**. Les nombres multipliés sont les **facteurs**.
- Le résultat d'une division est un **quotient**.
- La nature d'une expression comportant plusieurs opérations est déterminée par l'opération à effectuer en dernier.

Exemples

$\underbrace{25 + 3{,}5}_{\text{termes}} = \underbrace{28{,}5}_{\text{somme}}$

$\underbrace{38{,}7 - 12{,}4}_{\text{termes}} = \underbrace{26{,}3}_{\text{différence}}$

$\underbrace{7{,}3 \times 5}_{\text{facteurs}} = \underbrace{36{,}5}_{\text{produit}}$

$27 \div 6 = \dfrac{27}{6} = \underbrace{4{,}5}_{\text{quotient}}$

Dans l'expression $3 + 5 \times 4$, c'est l'addition qu'on effectue en dernier, car la multiplication est prioritaire. Cette expression est donc une **somme** : c'est la somme de 3 et du produit de 5 par 4.

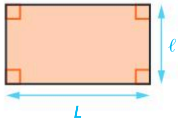
2 Écrire et utiliser une expression littérale

Définition

Une **expression littérale** est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

Exemple 1

L'aire $\mathcal{A}$ d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donnée par l'expression littérale :



$$\mathcal{A} = L \times \ell$$

On appelle aussi cela une formule.

Exemple 2

Un site internet vend des clés USB à 4 € l'unité et facture la livraison 3 €.
Le prix à payer dépend du nombre n de clés USB achetées.
On exprime ce prix P par l'expression littérale :

$$P = 4 \times n + 3$$

On dit que l'on exprime le prix P en fonction de n.

Méthode

Pour utiliser une expression littérale avec certaines valeurs, on remplace dans l'expression littérale toutes les lettres par leurs valeurs.

Exemple 1

On veut calculer l'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm.
On remplace L par **6** et ℓ par **4** dans la formule $\mathcal{A} = L \times \ell$:

$$\mathcal{A} = L \times \ell$$
$$\mathcal{A} = 6 \times 4$$
$$\mathcal{A} = 24$$

L'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm est donc de 24 cm^2.

Exemple 2

On reprend l'exemple 2 du paragraphe 1. On veut calculer le prix à payer si l'on achète 5 clés USB. On remplace n par 5 dans l'expression littérale $P = 4 \times n + 3$.

$$P = 4 \times n + 3$$
$$P = 4 \times 5 + 3$$
$$P = 20 + 3$$
$$P = 23$$

Ainsi, pour acheter 5 clés USB, il faudra payer 23 €.

Cours

3 Tester une égalité

Définition

- Une **égalité** est constituée de deux membres séparés par un signe =.
- Une égalité est **vraie** quand les deux membres ont la même valeur.

Exemple

$$\underbrace{3 \times 7}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{15 + 6}_{\text{membre de droite}}$$

Cette égalité est vraie car les deux membres ont la même valeur : 21.

Propriété

Une égalité où interviennent des expressions littérales peut être vraie pour certaines valeurs attribuées aux lettres et fausse pour d'autres.

Exemple

On considère l'égalité $x + 2 = 8$.

- Si $x = 6$, cette égalité est vraie car $6 + 2 = 8$. Les deux membres ont la même valeur : 8.
- Si $x = 9$, cette égalité est fausse car $9 + 2 = 11$ et $11 \neq 8$. Le membre de gauche vaut 11 et le membre de droite vaut 8.

Méthode

Pour **tester si une égalité est vraie** pour des valeurs affectées aux lettres :

- on calcule le membre de gauche en remplaçant chaque lettre par le nombre donné ;
- on calcule le membre de droite en remplaçant chaque lettre par le nombre donné ;
- on observe si les deux membres sont égaux ou non ;
- on conclut.

Exemple 1

On veut tester l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3$ pour $x = 8$:

– membre de gauche :

$$x + 2 = 8 + 2 = 10$$

– membre de droite :

$$2 \times x - 3 = 2 \times 8 - 3 = 16 - 3 = 13$$

Comme $10 \neq 13$, les deux membres n'ont pas la même valeur donc l'égalité est fausse pour $x = 8$.

Exemple 2

On veut tester l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3$ pour $x = 5$:

– membre de gauche :

$$x + 2 = 5 + 2 = 7$$

– membre de droite :

$$2 \times x - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$$

Les deux membres ont la même valeur donc l'égalité est vraie pour $x = 5$.

4 Simplifier une expression littérale

Convention

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe $\times$ lorsqu'il est placé :
- devant ou derrière une lettre ;
- devant ou derrière une parenthèse.

Exemples
- $4 \times a = 4a$
- $a \times 4 = 4a$ et non $a4$
- $b \times c = bc$
- $5 \times (x + 4) = 5(x + 4)$ Cela se lit « 5 facteur de $x + 4$ ».

Remarques
- On ne peut pas supprimer le signe $\times$ entre deux nombres : $4 \times 5 \neq 45$.
- On écrit $1 \times a = a$ plutôt que $1a$.
- On écrit $0 \times a = 0$ plutôt que $0a$.

Définition

a désigne un nombre. On note :
- $a \times a = a^2$ (on lit « a au carré »)
- $a \times a \times a = a^3$ (on lit « a au cube »)

Exemples
- $5 \times 5 = 5^2$
- $7 \times 7 \times 7 = 7^3$

Propriété

a, b et x désignent trois nombres.
- Pour simplifier une somme, on peut utiliser l'égalité : $ax + bx = (a + b)x$.
- Pour simplifier une différence, on peut utiliser l'égalité : $ax - bx = (a - b)x$.
- Pour simplifier un produit de plusieurs facteurs, on peut modifier l'ordre de ses facteurs.

Exemples

$A = 3x + 2x$
$A = (3 + 2)x$
$A = 5x$

$B = 2{,}4x - 2{,}1x$
$B = (2{,}4 - 2{,}1)x$
$B = 0{,}3x$

$C = 2 \times x \times 7$
$C = 2 \times 7 \times x$
$C = 14 \times x = 14x$

Méthode

On peut utiliser les règles de simplification des expressions littérales pour démontrer certaines propriétés.

Exemple

On veut démontrer la propriété suivante : « La somme de deux nombres entiers consécutifs est impaire. » On note n un entier quelconque.

Le nombre entier qui suit s'obtient en lui ajoutant 1 : il s'écrit donc $n + 1$.

La somme de deux entiers consécutifs s'écrit donc $n + n + 1$, soit $2n + 1$.

Or $2n$ désigne un multiple de 2, c'est-à-dire un nombre pair. Donc $\mathbf{2n + 1}$ désigne un nombre impair. On a ainsi démontré que, **pour tout entier n**, la somme de n et de l'entier qui le suit est impaire.

La propriété est donc bien démontrée pour tous les couples de nombres entiers consécutifs.