

MATHS



CHAPITRE 3



1 Multiplication de nombres rationnels

Propriété

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Autrement dit, si a , b , c et d sont quatre nombres relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$, on a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Exemples :

$$1. \frac{2}{3} \times \frac{-4}{5} = \frac{2 \times (-4)}{3 \times 5} = \frac{-8}{15}$$

$$2. \frac{5}{6} \times 3 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{5 \times 3}{6 \times 1} = \frac{15}{6} = \frac{\cancel{3} \times 5}{\cancel{3} \times 2} = \frac{5}{2}$$

Remarque : Pour faciliter le calcul d'un produit de fractions, on peut décomposer les nombres afin de trouver des diviseurs communs aux numérateurs et aux dénominateurs pour simplifier au maximum avant d'effectuer les multiplications.

Exemples :

$$1. \frac{32}{25} \times \frac{15}{28} = \frac{32 \times 15}{25 \times 28} = \frac{\cancel{4} \times 8 \times \cancel{5} \times 3}{\cancel{5} \times 5 \times \cancel{4} \times 7} = \frac{24}{35}$$

2. On peut également utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers.

$$\begin{aligned} \frac{3\,575}{63} \times \frac{84}{2\,275} &= \frac{3\,575 \times 84}{63 \times 2\,275} \\ &= \frac{\cancel{5} \times \cancel{5} \times 11 \times \cancel{13} \times 2 \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{7} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times 7 \times \cancel{13}} \\ &= \frac{11 \times 2 \times 2}{3 \times 7} = \frac{44}{21} \end{aligned}$$

Propriété

Calculer une fraction d'une autre fraction revient à multiplier ces deux fractions entre elles.

Remarque : Dans un énoncé, le mot « de » (ou « d' ») est une indication pour utiliser la multiplication.

Exemples :

$$1. \frac{3}{5} \text{ de } \frac{7}{4} \text{ est égal à } \frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \times 7}{5 \times 4} = \frac{21}{20}.$$

2. Dans un paquet de 30 bonbons, les $\frac{2}{3}$ sont de couleur jaune.
 $\frac{2}{5}$ des bonbons jaunes sont au citron.

Pour déterminer la proportion de bonbons jaunes au citron sur l'ensemble des bonbons, on calcule $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$, soit $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$.

La proportion de bonbons au citron est donc de $\frac{4}{15}$.

Pour connaître ensuite le nombre de bonbons au citron, on calcule $\frac{4}{15}$ de 30 bonbons, soit $\frac{4}{15} \times 30 = \frac{4}{15} \times \frac{30}{1} = \frac{4 \times 30}{15 \times 1} = \frac{4 \times 15 \times 2}{15 \times 1} = \frac{4 \times 2}{1} = 8$.

Il y a donc 8 bonbons jaunes au citron dans ce paquet.



2 Division de nombres rationnels

A Inverse d'un nombre

Définition

Deux nombres non nuls sont dits **inverses** l'un de l'autre lorsque leur produit est égal à 1.

Exemple :

$2 \times 0,5 = 1$ donc 2 et 0,5 sont inverses l'un de l'autre.

Propriétés

Soit a et b deux nombres relatifs non nuls.

1. L'inverse du nombre a est le nombre $\frac{1}{a}$.
2. L'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est le nombre $\frac{b}{a}$.

Remarque : 1 est son propre inverse, -1 est son propre inverse et 0 est le seul nombre qui n'a pas d'inverse.

Démonstration :

Soit a et b , deux nombres relatifs non nuls.

$$a \times \frac{1}{a} = \frac{a}{1} \times \frac{1}{a} = \frac{a}{a} = 1 \text{ donc l'inverse du nombre } a \text{ est le nombre } \frac{1}{a}.$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{\cancel{a} \times \cancel{b}}{\cancel{b} \times \cancel{a}} = 1 \text{ donc l'inverse du nombre } \frac{a}{b} \text{ est le nombre } \frac{b}{a}.$$

Exemple :

L'inverse du nombre $-\frac{2}{7}$ est le nombre $\frac{7}{-2}$ qui s'écrit également $-\frac{7}{2}$.

En général, on ne laisse jamais de signe $-$ au dénominateur.

B Division de nombres rationnels

Propriété

Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse.

Autrement dit, si a , b , c et d sont quatre nombres relatifs avec $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$, alors :

$$a \div b = a \times \frac{1}{b} \text{ et } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}.$$

Exemples :

$$1. \frac{-4}{9} \div \frac{3}{-2} = \frac{-4}{9} \times \frac{-2}{3} = \frac{-4 \times (-2)}{9 \times 3} = \frac{8}{27}$$

$$2. \frac{5}{3} \div 4 = \frac{5}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5 \times 1}{3 \times 4} = \frac{5}{12}$$