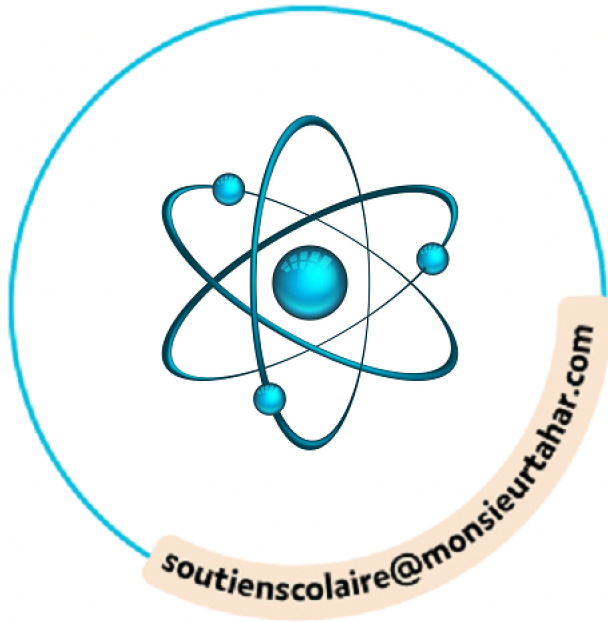
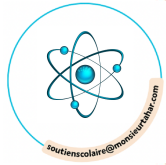


MATHS



Fractions : Opérations



Cours

1 Additionner et soustraire des fractions

Propriété

a, b et c désignent trois nombres ($c \neq 0$).

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions qui ont le même dénominateur :

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
- on garde le dénominateur commun.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemples

$$A = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}$$

$$A = \frac{2+4}{5}$$

$$A = \frac{6}{5}$$

2 cinquièmes plus 4 cinquièmes est égal à 6 cinquièmes.



$$B = \frac{7}{3} - \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{7-5}{3}$$

$$B = \frac{2}{3}$$

7 tiers moins 5 tiers est égal à 2 tiers.

Méthode

Pour additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les écrire avec le même dénominateur.

Exemples

$$C = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{3}{4}$$

On écrit les deux fractions avec pour dénominateur 4.

$$D = \frac{4}{3} - \frac{5}{12}$$

$$D = \frac{4 \times 4}{3 \times 4} - \frac{5}{12}$$

$$D = \frac{16}{12} - \frac{5}{12}$$

$$D = \frac{11}{12}$$

On écrit les deux fractions avec pour dénominateur 12.



2 Utiliser une proportion

Propriété

a, b et c sont trois nombres ($c \neq 0$).

Pour multiplier une fraction par un nombre :

- on multiplie le numérateur par ce nombre ;
- on garde le dénominateur.

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$$

Exemples

$$\bullet 2 \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\bullet \frac{3}{5} \times 8 = \frac{3 \times 8}{5} = \frac{24}{5}$$

Méthode

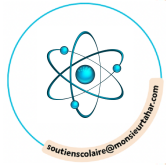
On peut utiliser cette propriété pour calculer une fraction d'une grandeur.

Exemple

On veut calculer ce que représentent les deux tiers d'une bouteille de 75 cL.

$$\frac{2}{3} \times 75 = \frac{2 \times 75}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

Les deux tiers de 75 cL représentent 50 cL.



Cours

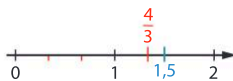
3 Comparer des fractions

Méthode

- Pour comparer deux nombres, on peut les placer sur une droite graduée.
- a et b désignent deux nombres ($b \neq 0$). Pour repérer le nombre $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée, on partage l'unité en b segments de même longueur, puis on reporte a fois cette longueur à partir de zéro.

Exemple

On veut comparer $\frac{4}{3}$ et 1,5. On commence par placer 1,5 sur une droite graduée. Pour placer $\frac{4}{3}$, on partage l'unité en 3 segments de même longueur et on reporte 4 fois ce segment à partir de zéro. On peut voir que $\frac{4}{3} < 1,5$.



Propriété

- Pour comparer deux fractions qui ont un même dénominateur positif, on peut comparer leurs numérateurs : la fraction la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.
- Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, on peut les écrire avec le même dénominateur.

Exemples

• On veut comparer $\frac{3}{7}$ et $\frac{5}{7}$.
 $3 < 5$ donc $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$.

• On veut comparer $\frac{7}{3}$ et $\frac{13}{6}$.

On peut écrire $\frac{7}{3} = \frac{2 \times 7}{2 \times 3} = \frac{14}{6}$.

Or $14 > 13$ donc $\frac{14}{6} > \frac{13}{6}$. Donc $\frac{7}{3} > \frac{13}{6}$.

Propriété

a et b désignent deux nombres ($b > 0$).

- Si $a > b$, alors $\frac{a}{b} > 1$.
- Si $a < b$, alors $\frac{a}{b} < 1$.
- Si $a = b$, alors $\frac{a}{b} = 1$.

Exemple

On veut comparer les nombres suivants : 1 ; $\frac{3}{4}$; $\frac{15}{12}$.

$3 < 4$ donc $\frac{3}{4} < 1$. Par ailleurs, $15 > 12$ donc $\frac{15}{12} > 1$. On peut conclure que $\frac{3}{4} < 1 < \frac{15}{12}$.

Propriété

Toute fraction peut être encadrée par deux nombres entiers consécutifs.

Si a et b sont deux entiers naturels ($b \neq 0$), on a : $q \leq \frac{a}{b} < q + 1$
 où q est le quotient de la division euclidienne de a par b .

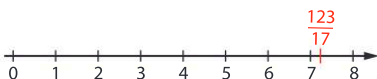


Le symbole \leq signifie « inférieur ou égal ».

Exemple

On veut encadrer la fraction $\frac{123}{17}$ par deux nombres entiers consécutifs.

La division euclidienne de 123 par 17 s'écrit $123 = 17 \times 7 + 4$ donc $7 < \frac{123}{17} < 8$.



$$\frac{123}{17} \approx 7,2$$