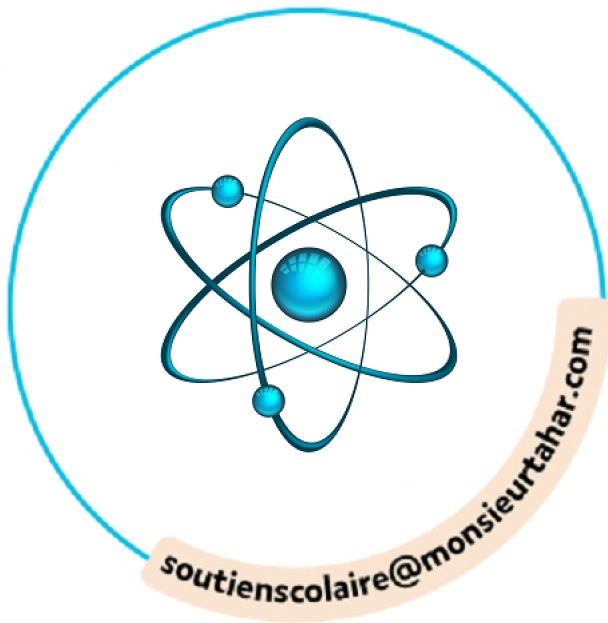


MATHS



CHAPITRE 4

Proportionnalité

Cours

1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

► Exemple 1

Une situation de proportionnalité

Des t-shirts sont vendus à l'unité. Un t-shirt coûte 11 €.

Le **prix à payer** en euros s'obtient en multipliant le **nombre de t-shirts achetés** par 11.

Le **nombre de t-shirts achetés** et le **prix à payer** sont deux grandeurs proportionnelles.

11 est le **coefficient de proportionnalité**.

Luc a acheté 6 t-shirts.

Le prix en euros qu'il a payé est : $6 \times 11 = 66$.

Hatim a acheté des t-shirts et a payé 132 euros.

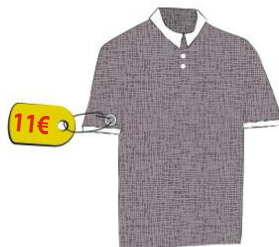
Le nombre de t-shirts qu'il a achetés est : $132 \div 11 = 12$.

Les deux grandeurs étudiées sont le nombre de t-shirt et le prix à payer (en €). On peut regrouper les données dans un tableau.

	Nombre de t-shirts	1	6	12
$\div 11$	Prix à payer (en €)	11	66	132



C'est un tableau de proportionnalité.



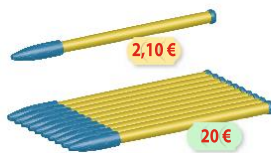
► Exemple 2

Une situation qui ne relève pas de la proportionnalité

Des stylos sont vendus 2,10 € l'un et 20 € le paquet de dix.

On ne peut pas obtenir le **prix à payer** en multipliant le **nombre de stylos achetés** par un même nombre : le **prix à payer** et le **nombre de stylos achetés** ne sont pas des grandeurs proportionnelles.

Nombre de stylos achetés	1	10
Prix à payer (en €)	2,10	20



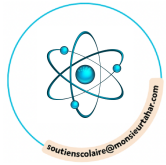
Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.



On aurait pu aussi faire le raisonnement suivant.

Si les deux grandeurs étaient proportionnelles, alors 10 stylos coûteraient 10 fois plus cher qu'un stylo, soit $10 \times 2,1 \text{ €} = 21 \text{ €}$.

Ce n'est pas le cas (10 stylos coûtent en réalité 20 €), donc ces deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.



Cours

2 Calculer une quatrième proportionnelle

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, lorsque l'on connaît trois valeurs, on peut calculer la quatrième valeur, appelée **quatrième proportionnelle**.

Méthode 1

Lien entre les colonnes

Pour obtenir les nombres d'une colonne d'un tableau de proportionnalité, on peut :

- ajouter les nombres de deux autres colonnes ;
- multiplier (ou diviser) les nombres d'une autre colonne par un même nombre.

Exemple

Au restaurant scolaire, tous les repas sont au même prix.

Si 3 repas coûtent 12,90 € et 2 repas coûtent 8,60 €, alors :

- 5 repas coûtent $12,90 € + 8,60 € = 21,50 €$
- 15 repas coûtent $21,50 € \times 3 = 64,50 €$

Nombre de repas	3	+	2	5	15
Prix (en €)	12,90	+	8,60	21,50	64,50

Diagram illustrating the calculation of the fourth proportional using addition and multiplication. Green arrows show the addition of 3 and 2 to get 5, and then 21,50 and 8,60 to get 29,10. Blue arrows show the multiplication of 5 by 3 to get 15, and then 29,10 by 3 to get 87,30. The final result 64,50 is shown in the last cell.

Méthode 2

Passage par l'unité

Pour traiter une situation de proportionnalité, il est parfois plus judicieux de revenir à l'unité.

Exemple

En randonnée, Marianne marche toujours à la même vitesse.

En 3 heures, elle parcourt 12 km. Combien parcourt-elle en 5 heures ?

En 1 heure, elle parcourt 3 fois moins de distance qu'en 3 heures, soit 4 km.

En 5 heures, elle parcourt 5 fois plus de distance qu'en 1 heure, soit 20 km.

Temps de marche (en h)	3	1	5
Distance parcourue (en km)	12	4	20

Diagram illustrating the calculation of the fourth proportional using the unit method. Blue arrows show the division of 3 by 3 to get 1, and then 12 by 3 to get 4. Green arrows show the multiplication of 1 by 5 to get 5, and then 4 by 5 to get 20.

Méthode 3

Coefficient de proportionnalité

Pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut utiliser un coefficient de proportionnalité pour passer d'une ligne à l'autre.

Exemple

Pour fabriquer 10 sacs, une usine a besoin de 20 m² de tissu.

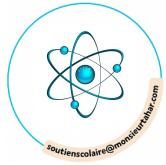
On passe du nombre de sacs fabriqués à la surface de tissu (en m²) en multipliant par 2.

On cherche la surface de tissu dont elle aura besoin pour fabriquer 32 sacs.

$32 \times 2 = 64$. Elle aura besoin de 64 m² de tissu.

Nombre de sacs fabriqués	10	32
Surface de tissu (en m ²)	20	64

Diagram illustrating the calculation of the fourth proportional using the coefficient method. A green arrow shows the multiplication of 32 by 2 to get 64.



Cours

3 Utiliser une échelle

Définitions

Dans une représentation à l'**échelle**, les longueurs représentées et les longueurs réelles sont proportionnelles.

L'**échelle** est le coefficient de proportionnalité. Elle est égale au rapport $\frac{\text{longueur représentée}}{\text{longueur réelle}}$ où les longueurs sont exprimées dans la même unité.

- Si l'échelle est inférieure à 1, la représentation est une **réduction**.
- Si l'échelle est supérieure à 1, la représentation est un **agrandissement**.

►Exemple

Sur le plan ci-contre à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$, qu'on peut aussi noter 1 : 200 000, le chemin de randonnée entre les Granges d'Astau et le lac d'Oô mesure environ 3,4 cm. Quelle est sa longueur réelle ?

+ 200 000	Longueur sur le plan (en cm)	1	3,4	× 200 000
	Longueur réelle (en cm)	200 000	?	



Une longueur de 3,4 cm sur le plan correspond à une longueur réelle de : $3,4 \text{ cm} \times 200\,000 = 680\,000 \text{ cm}$ soit 6 800 m ou encore 6,8 km.

4 Appliquer un taux de pourcentage

Définition

Un **pourcentage** est une proportion par rapport à 100. Il traduit une situation de proportionnalité.

►Exemple

L'eau de la mer Méditerranée contient 4 % de sel. Cela signifie que :

- 100 g d'eau contiennent 4 g de sel ;
- la proportion de sel dans l'eau est égale à $\frac{4}{100}$;
- la **masse de sel** et la **masse d'eau** sont proportionnelles, avec pour coefficient de proportionnalité $\frac{4}{100}$ soit 0,04.

Masse d'eau (en g)	100	
Masse de sel (en g)	4	× 0,04

Propriété

Pour calculer t % d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$.

►Exemple

Quelle est la **masse de sel** contenue dans 680 g d'eau de la mer Méditerranée ?

On doit calculer 4 % de 680 g :

$$680 \times \frac{4}{100} = 680 \times 0,04 = 27,2.$$

Dans 680 g d'eau, il y a 27,2 g de sel.

Masse d'eau (en g)	100	680
Masse de sel (en g)	4	?