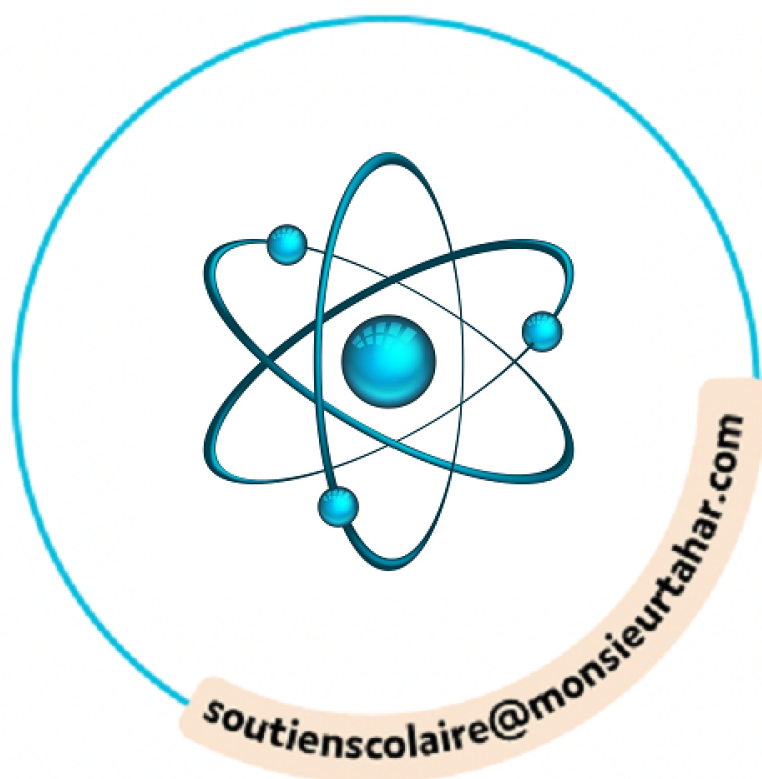


MATHS



CHAPITRE 6



1 D'une égalité à une équation

A Définitions

Définition

Une **égalité** est une expression comportant un signe égal et deux membres de part et d'autre du signe égal.

Remarque : Une égalité peut être vraie ou fausse mais, dans la résolution d'équations, on travaillera systématiquement sur des égalités vraies.

Exemples :

1. $12 + 7 = 20 - 1$ est une égalité vraie. $12 + 7$ est le membre de gauche et $20 - 1$ est le membre de droite.
2. Puisque $10 - 3 \neq 8 + 1$, alors $10 - 3 = 8 + 1$ est une égalité fausse et on ne peut pas s'en servir pour résoudre une équation.

Définition

Une **équation** est une égalité dont un ou plusieurs termes des membres ne sont pas connus. Les termes qui ne sont pas connus sont appelés **inconnues** et sont désignés par une lettre.

Exemples :

1. $x + 7 = 10$ est une équation dont l'inconnue est x . Le membre de gauche est $x + 7$ et le membre de droite est 10. L'égalité est vraie ou fausse en fonction de la valeur choisie pour x .
2. $y^2 - 2y + 3 = 7$ est une équation d'inconnue y .
3. $2x + 3y - 5 = 0$ est une équation à deux inconnues : x et y .

B Solutions d'une équation

Définition

Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie. Les valeurs trouvées sont appelées les **solutions** de l'équation.

Exemples :

1. On considère l'équation $x + 7 = 10$. Pour $x = 3$, l'égalité est vraie donc 3 est une solution de l'équation. Pour $x = 4$, l'égalité n'est pas vraie donc 4 n'est pas une solution.
2. On considère l'équation $x^2 - 5x - 14 = 0$. Pour $x = -2$, l'égalité est vraie. En effet, $(-2)^2 - 5 \times (-2) - 14 = 4 + 10 - 14 = 14 - 14 = 0$ donc -2 est une solution de l'équation. On pourrait vérifier que 7 est une autre solution.

- Remarques :**
1. Certaines équations ont plusieurs solutions. $x^2 = 9$ a deux solutions : 3 et -3 .
 2. Certaines équations n'ont pas de solution. Par exemple, $x = x + 8$ n'a pas de solution.



2 Résoudre une équation

A Égalités et opérations

Propriété

Une égalité reste vraie si on ajoute ou si on soustrait un même nombre à ses deux membres.

Exemples :

1. Si $x - 3 = 15$, alors on peut ajouter 3 à gauche et à droite et écrire $x - 3 + 3 = 15 + 3$.

On obtient alors $x = 18$. En effet, $18 - 3 = 15$.

2. Si $2x + 7 = 20$, alors $2x + 7 - 7 = 20 - 7$ et ainsi $2x = 13$.

Propriété

Une égalité reste vraie si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre différent de 0.

Exemples :

1. Dans l'exemple précédent, on avait $2x = 13$. On peut donc écrire $\frac{2x}{2} = \frac{13}{2}$ soit $x = 6,5$.

2. Si on sait que $0,7y = 2,3$ alors on peut dire que $7y = 23$ en multipliant chaque membre de l'égalité par 10. De même, on pourrait écrire $700y = 2\,300$ en multipliant par 1000.

B Résoudre une équation du premier degré à une inconnue

Définition

Une **équation du premier degré à une inconnue** x est une égalité qui peut s'écrire sous la forme $ax + b = 0$ où a et b sont des nombres donnés tels que a est non nul ($a \neq 0$). x est l'unique inconnue.

Remarques :

1. Une équation de ce type admet toujours une solution et cette solution est unique.

2. On parle d'équation du premier degré car x est écrit à la puissance 1 : $x = x^1$.

Propriété

Pour **résoudre** une équation du premier degré à une inconnue, on utilise les propriétés des opérations sur les égalités.

Exemple :

Résoudre $7x - 18 = 0$ revient à résoudre $7x - 18 + 18 = 0 + 18$ soit $7x = 18$.

On peut ensuite écrire $\frac{7x}{7} = \frac{18}{7}$ soit finalement $x = \frac{18}{7}$. La solution de l'équation est $\frac{18}{7}$.