MATHS

soutienscolaire@monsieurtahar.com

Probabilités

Cours

1 Décrire une expérience aléatoire

Définitions

• Une **expérience aléatoire** est une expérience dans laquelle intervient le hasard : on ne peut pas en prévoir le résultat à l'avance.
• Les différents résultats possibles d'une expérience aléatoire sont appelés des **issues**.

Exemple 1

On lance **une pièce de monnaie** et on observe la face du dessus.

Il y a deux issues : « **Pile** » et « **Face** ».

On ne peut pas savoir à l'avance laquelle des deux on va obtenir.

Exemple 2

On lance un **dé à 6 faces** et on observe le numéro inscrit sur la face du dessus.

Il y a 6 issues : **1**, **2**, **3**, **4**, **5** et **6**.

On ne peut pas savoir à l'avance laquelle de ces 6 issues on va obtenir.

Définitions

• Selon l'issue obtenue lors d'une expérience aléatoire, un **évènement** peut être **réalisé** ou non.
• On peut décrire un évènement par une phrase ou en donnant la liste des issues qui le réalisent.

Exemples

• **Lancer de dé**

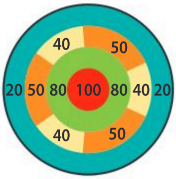
Lors d'un lancer de dé, on s'intéresse à la question suivante : « Le résultat obtenu est-il pair ? »

On parle alors de l'**évènement** « Obtenir un résultat pair », c'est-à-dire « Obtenir 2, 4 ou 6 ».

– Si on obtient l'une des issues 2, 4 ou 6, on dit que **l'évènement** « Obtenir un résultat pair » **est réalisé**.
– Si on obtient l'une des issues 1, 3 ou 5, on dit que **l'évènement** « Obtenir un résultat pair » **n'est pas réalisé**.

• **Lancer de fléchettes**

On tire une fléchette les yeux bandés vers la cible ci-contre et on observe le nombre de points obtenus. Si la fléchette ne se plante pas dans la cible, on n'obtient aucun point. On s'intéresse à la question suivante : « le nombre de points obtenus est-il supérieur à 60 ? »



On parle alors de **l'évènement** « Obtenir un nombre de points supérieur à 60 », c'est-à-dire « Obtenir 80 ou 100 ».
– Si on obtient l'une des issues 80 ou 100, on dit que **l'évènement** « Obtenir un nombre de points supérieur à 60 » **est réalisé**.
– Si on obtient l'une des issues 0, 20, 40 ou 50, on dit que **l'évènement** « Obtenir un nombre de points supérieur à 60 » **n'est pas réalisé**.

Définition

Si un évènement n'est réalisé que par une seule issue, on dit que c'est un **évènement élémentaire**.

Exemple

On reprend l'exemple de la cible précédente. Les issues de cette expérience aléatoire sont : 0, 20, 40, 50, 80 et 100.
On peut s'intéresser à l'évènement « Obtenir 100 points ».
Si on obtient l'issue 100 lors de cette expérience, cet évènement sera réalisé. Si on obtient une autre issue, cet évènement ne sera pas réalisé.
Cet évènement n'est réalisé que par une seule issue, c'est donc un évènement élémentaire.

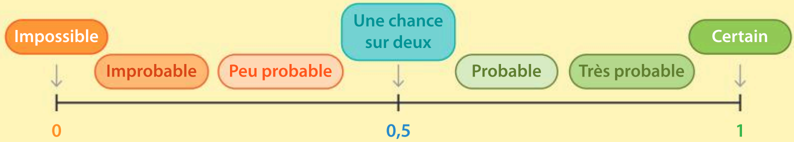
Cours

2 Exprimer la probabilité d'un évènement

Définitions

La **probabilité** d'un évènement peut s'interpréter comme la « proportion de chances » que cet évènement se réalise. C'est un nombre compris entre 0 et 1.

- Plus un évènement a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 1.
- Moins il a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 0.



Remarque

On peut exprimer une probabilité sous plusieurs formes : un nombre décimal, une fraction, un pourcentage…

Exemples

- **Lancer de dé**

Lorsqu'on lance un dé équilibré à 6 faces, il a autant de chances de tomber sur une face que sur une autre. On a donc 1 chance sur 6 d'obtenir le 1. On a également 1 chance sur 6 d'obtenir le 2, 1 chance sur 6 d'obtenir le 3, etc.
Toutes les issues ont les mêmes chances d'être obtenues. On dit aussi que les issues ont la même probabilité.

Cette probabilité est égale à $\frac{1}{6}$.

Ici, la probabilité est écrite sous la forme d'une fraction.

- **Lancer de pièces**

Lorsqu'on lance une pièce de monnaie équilibrée, elle a autant de chances de tomber sur une face que sur l'autre. On a donc 50 % de chances d'obtenir « Face » et 50 % de chances d'obtenir « Pile ».

La probabilité de ces deux issues est égale à $\frac{1}{2}$ soit 0,5.

On a exprimé ici la probabilité sous la forme d'un pourcentage, d'une fraction et d'un nombre décimal.

- **Œuf surprise**

Dans un œuf de Pâques, il y a 10 petits œufs emballés de manière identique : 3 sont au chocolat blanc et 7 sont au chocolat noir. Mélissa prend un œuf au hasard et regarde de quel type de chocolat il s'agit. Elle a 3 chances sur 10 de prendre un œuf au chocolat blanc et 7 chances sur 10 de prendre un œuf au chocolat noir.
Dans cette expérience aléatoire, les deux issues, « chocolat blanc » et « chocolat noir », n'ont pas les mêmes chances de se produire.

– La probabilité de l'issue « chocolat blanc » est égale à $\frac{3}{10}$ soit 0,3.

– La probabilité de l'issue « chocolat noir » est égale à $\frac{7}{10}$ soit 0,7.

On dit que l'issue « chocolat noir » est la plus probable.

Cours

3 Calculer des effectifs et des fréquences

Définitions

Dans une série de données :

- L'**effectif** d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparait.
- L'**effectif total** est la somme de tous les effectifs.

Exemple

Voici les réponses d'un groupe d'élèves à la question « Quelle est votre couleur préférée ? » :

bleu – **rouge** – **bleu** – **vert** – **violet** – **bleu** – **vert** – **rouge** – **vert** – **vert** – **violet** – **violet** – **rose** – **vert** – **orange** – **bleu** – **rouge** – **bleu** – **orange** – **vert**

On peut regrouper cette série de données dans un tableau.

Couleur	bleu	rouge	vert	orange	violet	rose	Total
Effectif	5	3	6	2	3	1	20

Effectif de la donnée « **vert** »

Effectif total

Définition

Dans une série de données, la **fréquence** d'une donnée est le quotient de son effectif par l'effectif total.

$$\text{Fréquence d'une donnée} = \frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

On reprend la situation de l'exemple précédent.

Couleur	bleu	rouge	vert	orange	violet	rose	Total
Effectif	5	3	6	2	3	1	20
Fréquence	0,25	0,15	0,3	0,1	0,15	0,05	1

Effectif total

Fréquence de la donnée « **orange** » : $\frac{2}{20} = 0,1$

Remarque

Une fréquence peut être donnée sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage.

Propriété

Dans une série de données :

- Les fréquences sont comprises entre 0 et 1.
- Les fréquences sont proportionnelles aux effectifs.
- La somme de toutes les fréquences est égale à 1.

Cours

4 Représenter graphiquement des données

Définition

Un **diagramme en bâtons** est un diagramme dans lequel les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux effectifs des catégories.

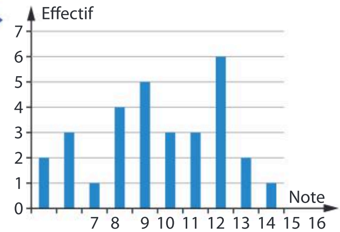
Exemple

Le professeur de mathématiques a relevé les notes de ses élèves au dernier contrôle :

Note	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Effectif	2	3	1	4	5	3	3	6	2	1

Chaque note est représentée par un bâton ; la hauteur du bâton correspond à l'effectif de la note.

On lit l'effectif sur l'axe vertical.



On place la donnée étudiée sur l'axe horizontal.

Définition

Un **diagramme circulaire** est un diagramme dans lequel les mesures des angles des secteurs sont proportionnelles aux effectifs des catégories.

Exemple

Voici la répartition des 100 élèves de 5e d'un collège selon leur seconde langue vivante :

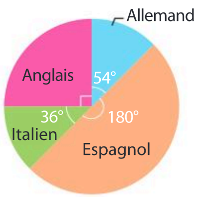
Langue	Allemand	Espagnol	Italien	Anglais	**Total**
Effectif	15	50	10	25	100
Angle	54°	180°	36°	90°	360°

× 3,6

L'effectif total est 100 ; il correspond à 360° sur le diagramme circulaire.

Il suffit donc de multiplier chaque effectif par 3,6 pour obtenir la mesure de l'angle correspondant.

On reporte les résultats obtenus dans le tableau, puis on construit le diagramme.



Remarque

On peut également construire un diagramme semi-circulaire. La somme des mesures des angles est alors égale à 180°.

Cours

5 Calculer une moyenne

Définition

La **moyenne** d'une série de données numériques est égale au quotient de la somme de ces données par l'effectif total.

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Un athlète a effectué cinq sauts en longueur et a obtenu les résultats suivants (en mètres) :

7,65   7,72   7,99   7,85   7,88

Pour calculer sa moyenne, on calcule la somme des longueurs de ses sauts que l'on divise par le nombre de sauts :

$$\frac{7{,}65 + 7{,}72 + 7{,}99 + 7{,}85 + 7{,}88}{5} = \frac{39{,}09}{5} = 7{,}818$$

La longueur moyenne de ses sauts est donc 7,818 m.

Définition

La **moyenne pondérée** d'une série de données numériques est égale à la somme des produits de chaque donnée par son effectif, divisée par l'effectif total.

$$\text{moyenne pondérée} = \frac{\text{somme des produits des données par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

Le mot « pondéré » vient de « poids » : les données considérées n'ont pas toutes le même poids (ou coefficient).

Exemple

Un sondage a été réalisé auprès de 10 000 collégiens pour connaitre le nombre d'enfants présents dans leur foyer. Voici leurs réponses :

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6
Nombre de familles	4 525	3 551	1 364	413	102	45

Pour calculer la moyenne du nombre d'enfants par famille, on effectue les produits du nombre d'enfants par le nombre de familles, on les additionne, puis on divise le résultat par le nombre total de familles.

$$\frac{1 \times 4\,525 + 2 \times 3\,551 + 3 \times 1364 + 4 \times 413 + 5 \times 102 + 6 \times 45}{4\,525 + 3\,551 + 1364 + 413 + 102 + 45} = \frac{18\,151}{10\,000} = 1{,}8151$$

Le nombre moyen d'enfants par famille est d'environ 1,8.

Remarque

La moyenne d'une série de données n'est pas nécessairement égale à l'une des valeurs.

Propriété

La moyenne d'une série de données est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la série.

Exemple

Dans l'exemple précédent : $1 < 1{,}8151 < 6$

valeur minimale   moyenne   valeur maximale