

4^e

1

Reconnaitre une situation de proportionnalité

 Vidéo

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé **coefficient de proportionnalité**.

Méthodes

Pour déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut :

- chercher s'il y a un coefficient de proportionnalité pour passer d'une grandeur à l'autre ;
- vérifier que la représentation graphique d'une grandeur en fonction de l'autre est une droite passant par l'origine du repère.

Exemples

1. Dans une station service, l'essence est vendue à 1,26 €/L.

Le prix est proportionnel à la quantité d'essence achetée, et le coefficient de proportionnalité est 1,26.

On peut faire un tableau de proportionnalité :

Quantité d'essence achetée (en litres)	1	2	5	10
Prix à payer (en euros)	1,26	2,52	6,30	12,60

$\times 1,26$

2. Une agence de location affiche les tarifs suivants pour la location d'une camionnette.

1 jour 30 km max	1 jour 50 km max	1 jour 100 km max	1 jour 200 km max
48 €	55 €	61 €	78 €

Les tarifs de location d'une camionnette sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour ?

On calcule les rapports entre les deux grandeurs :

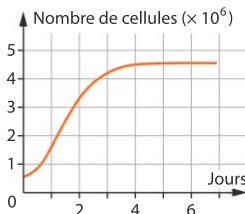
$$\frac{48}{30} = 1,6 \quad \frac{55}{50} = 1,1 \quad \frac{61}{100} = 0,61 \quad \frac{78}{200} = 0,39$$

On aurait pu ne calculer que les deux premiers rapports !



Les rapports ne sont pas égaux, donc les grandeurs ne sont pas proportionnelles.

3. Un laborantin a représenté ci-dessous le nombre de cellules (en millions) dans une culture en fonction du nombre de jours écoulés. Ces deux grandeurs sont-elles proportionnelles ?



Le nombre de cellules n'est pas proportionnel au nombre de jours écoulés, car cette représentation graphique n'est pas une droite passant par l'origine du repère.

4^e

2

Calculer une quatrième proportionnelle



Méthode

Dans une situation de proportionnalité, on peut utiliser la **règle de trois** ou l'**égalité des produits en croix**.

Les nombres a , b et c étant connus (a non nul), on a :

a	c
b	x

 $\times \frac{b}{a}$

Règle de trois :

$$x = c \times \frac{b}{a}$$

Égalité des produits en croix :

$$x \times a = c \times b \text{ donc } x = \frac{c \times b}{a}$$

Exemple

Une recette d'œufs au lait nécessite 3 œufs pour 35 cL de lait. Julia veut utiliser cette recette avec 10 œufs. Combien devra-t-elle utiliser de lait ?

Dans une recette de cuisine, il faut respecter les proportions de chaque ingrédient.

On peut donc faire un tableau de proportionnalité.

Nombre d'œufs	3	10
Quantité de lait (en cL)	35	x

Les produits en croix doivent être égaux : $3 \times x = 35 \times 10$, donc $x = \frac{35 \times 10}{3} \approx 116,7$.

Julia devra utiliser environ 117 cL de lait pour réaliser cette recette avec 10 œufs.

3

Utiliser des pourcentages

Méthode

4

- Calculer t % d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.
- Pour calculer un pourcentage, on peut exprimer une proportion de dénominateur 100 ou utiliser un tableau de proportionnalité.

Exemple

Un gâteau au chocolat de 160 g comporte 53 % de glucides et 50 g de chocolat.

Combien comporte-t-il de glucides ? Quel pourcentage du gâteau le chocolat représente-t-il ?

On calcule 53 % de 160 : $160 \times \frac{53}{100} = 84,8$.

Le gâteau comporte 84,8 g de glucides.

Pour calculer le pourcentage de chocolat, on peut faire un tableau de proportionnalité.

$$x = \frac{50 \times 100}{160} = 31,25.$$

Chocolat (en g)	50	x
Gâteau (en g)	160	100

Donc le chocolat représente 31,25 % du gâteau.

Méthode

- Réduire de t % une grandeur revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.
- Augmenter de t % une grandeur revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.

Exemple

En 2013, le chiffre d'affaires de la société de Marie était de 138 000 €. Il a diminué de 18 % en 2014, puis a augmenté de 5 % en 2015. Quel était le chiffre d'affaires de cette société en 2015 ?

Le chiffre d'affaires en 2014 est égal à $138\,000 \left(1 - \frac{18}{100}\right) = 138\,000 \times 0,82 = 113\,160$ €.

Le chiffre d'affaires en 2015 est égal à $113\,160 \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 113\,160 \times 1,05 = 118\,818$ €.