



1 Calculer et interpréter une moyenne

Vidéo

La **moyenne** d'une série de données est égale au quotient de la somme de ces données par l'effectif total.

Définition

5

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Voici les prix en euros des cinq bijoux que porte Marina : 12,5 25 30 8 52

Quel est le prix moyen des bijoux que porte Marina ?

$$\text{Prix moyen} = \frac{12,5 + 25 + 30 + 8 + 52}{5} = \frac{127,5}{5} = 25,5. \text{ Le prix moyen de ses bijoux est } 25,5 \text{ €.}$$

La **moyenne pondérée** d'une série de données est égale à la somme des produits de chaque valeur par son effectif divisée par l'effectif total.

Définition

4

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{\text{somme des produits des valeurs par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Voici les ventes réalisées un samedi par la pizzeria *Fellini* :

$$\text{Prix moyen} = \frac{16 \times 8 + 20 \times 9 + 8 \times 9,5 + 20 \times 12}{16 + 20 + 8 + 20} = \frac{624}{64} = 9,75.$$

Le prix moyen d'une pizza le samedi est 9,75 €.

Prix (en €)	8	9	9,5	12
Effectif	16	20	8	20

Pour calculer la **moyenne d'une série constituée de deux groupes**, on calcule la moyenne des deux groupes en pondérant leurs moyennes respectives par leurs effectifs totaux.

Méthode

Exemple

Dans la pizzeria *Fellini*, le prix moyen des 64 pizzas vendues le samedi est 9,75 € et le prix moyen des 24 pizzas vendues le dimanche est 10,50 €.

$$\frac{64 \times 9,75 + 24 \times 10,50}{64 + 24} = \frac{876}{88} \approx 9,95.$$

Le prix moyen d'une pizza vendue ce weekend est 9,95 € environ.

Pour calculer la **moyenne** d'une série dont les valeurs sont **regroupées en classes** :

Méthode

- on calcule le **centre** de chaque classe en faisant la moyenne des valeurs extrêmes de la classe ;
- on calcule la moyenne de la série en prenant comme valeurs les **centres** des classes.

Exemple

Une entreprise fabrique des vis de plusieurs longueurs. Voici sa production en une minute :

Longueur ℓ (en mm)	$9 \leq \ell < 12$	$12 \leq \ell < 15$	$15 \leq \ell < 18$	$18 \leq \ell < 21$	$21 \leq \ell < 24$
Effectif	75	98	124	45	32

Le **centre** de la première classe est $\frac{9 + 12}{2} = 10,5$. On procède de même pour les autres classes.

$$\text{Longueur moyenne} = \frac{75 \times 10,5 + 98 \times 13,5 + 124 \times 16,5 + 45 \times 19,5 + 32 \times 22,5}{75 + 98 + 124 + 45 + 32} = \frac{5754}{374} \approx 15,39$$

La longueur moyenne d'une vis est de 15,39 mm environ.

4^e

2

Calculer et interpréter une médiane, une étendue

Vidéo

Définition

Dans une série ordonnée, on appelle **médiane** un nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif.

Méthode

Pour déterminer la **médiane** d'une série :

- on range les valeurs de la série dans l'ordre croissant ;
- on cherche une valeur qui partage la série en deux séries de même effectif.

Exemples

L'effectif de la série est impair



3 données **médiane** 3 données

La médiane de cette série est 13.

Cela signifie qu'il y a autant de données inférieures ou égales à 13 que de données supérieures ou égales à 13.

La médiane correspond à une valeur de la série.



L'effectif de la série est pair



3 données **médiane** 3 données

Tout nombre compris entre 10 et 11 partage la série en deux séries de même effectif. En pratique, on prend pour médiane la valeur centrale : $\frac{10 + 11}{2} = 10,5$.

Dans cet exemple, on prend donc pour médiane 10,5. Cela signifie qu'il y a autant de valeurs inférieures à 10,5 que de valeurs supérieures à 10,5.

La médiane se trouve entre deux valeurs de la série.



La médiane ne dépend pas des valeurs extrêmes de la série.

Dans ces deux exemples, si on remplace la valeur 19 par 100, la médiane reste la même.

Définition

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

Exemple

Voici les relevés de température dans la ville de Bordeaux la première semaine d'octobre :



18 °C



20 °C



17 °C



16 °C



17 °C



15 °C



19 °C

La plus petite température est 15 °C, la plus grande 20 °C.

$$20 - 15 = 5$$

L'étendue de cette série est 5. Cela correspond au plus grand écart de température relevé durant cette semaine à Bordeaux.

5

3

Représenter graphiquement des données

Vidéo

On peut représenter graphiquement des données numériques par :

- un **diagramme en bâtons**, dans lequel les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie ;
- un **histogramme**, dans lequel les hauteurs des rectangles sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe, quand les classes ont la même amplitude.

Règle

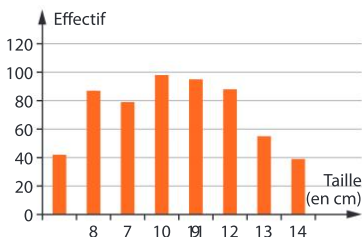
Exemple

Un producteur récolte ses piments d'Espelette. Seuls les plus beaux mesurant entre 7 et 14 cm pourront servir à réaliser des cordes décoratives. En une heure, voici sa récolte :



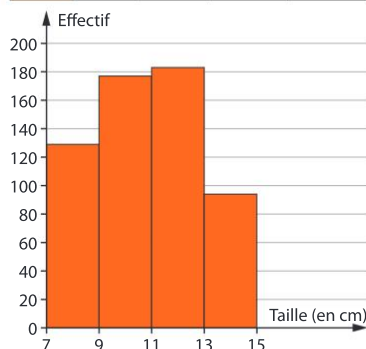
Taille (en cm)	7	8	9	10	11	12	13	14
Effectif	42	87	79	98	95	88	55	39

Cette situation peut être représentée graphiquement par un **diagramme en bâtons**.



Ici les données sont nombreuses, on peut donc les regrouper en **classes** et les représenter par un **histogramme**.

Taille t (en cm)	$7 \leq t < 9$	$9 \leq t < 11$	$11 \leq t < 13$	$13 \leq t < 15$
Effectif	129	177	183	94



On peut représenter graphiquement des données non numériques par :

- un **diagramme en barres**, dans lequel les hauteurs des barres sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie ;
- un **diagramme circulaire**, dans lequel les mesures des angles sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie.

Règle

Exemple

Les ingrédients nécessaires pour fabriquer des petits biscuits alsaciens de Noël sont les suivants : 250 g de farine – 100 g d'amandes en poudre – 70 g de sucre en poudre – 220 g de beurre

Diagramme en barres

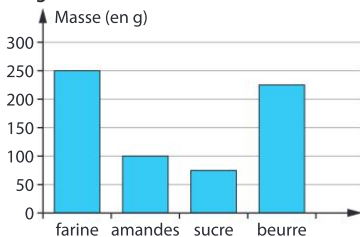
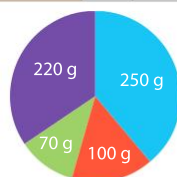


Diagramme circulaire

Ingrédients	farine	amandes	sucré	beurre	Total
Masse (en g)	250	100	70	220	640
Angle (en °)	≈ 141	≈ 56	≈ 39	≈ 124	360



- farine
- amandes
- sucre
- beurre

4^e

1

Modéliser une expérience aléatoire

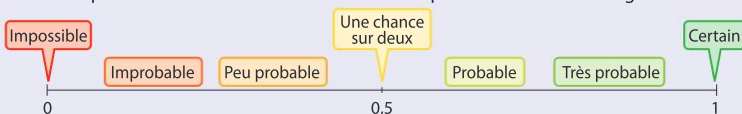


Définitions et propriétés

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dans laquelle intervient le hasard. On ne peut pas en prévoir le résultat à l'avance, mais on peut lister les différentes possibilités que l'on appelle **issues**.
- La **probabilité** d'une issue est un nombre compris entre 0 et 1 qui peut s'interpréter comme la « proportion de chances » que cette issue a d'être obtenue.

La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

On peut exprimer une probabilité sous plusieurs formes : un nombre décimal, une fraction, un pourcentage ...



Définition et propriété

Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont **équiprobables**.

Si l'expérience comporte n issues, la probabilité de chacune d'entre elles vaut $\frac{1}{n}$.

Exemple

On fait tourner cette roue équilibrée et divisée en huit secteurs de même aire. Les issues 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 sont équiprobables.

La probabilité de chacune d'entre elles vaut $\frac{1}{8}$, soit 0,125, soit 12,5 %.

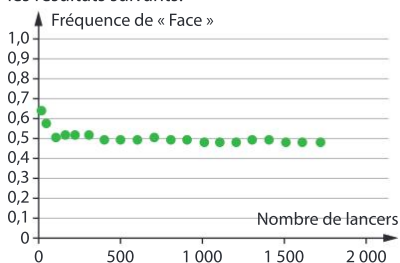


Propriété

Si on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'une issue devient proche d'un nombre qui est la probabilité de cette issue.

Exemple

On a lancé un grand nombre de fois une pièce de monnaie équilibrée et on a obtenu les résultats suivants.



Lorsqu'on ne sait pas calculer la probabilité d'une issue ou d'un évènement, on peut répéter l'expérience aléatoire un grand nombre de fois afin d'approcher cette valeur par des fréquences.



On constate que la fréquence de « Face » se stabilise autour de 0,5, ce qui est bien la probabilité d'obtenir « Face ».

4^e

2

Déterminer la probabilité d'un évènement

Vidéo

Selon le résultat d'une expérience aléatoire, on dit qu'un **évènement** est réalisé ou non. La **probabilité d'un évènement** est égale à la somme des probabilités des issues qui le réalisent. C'est un nombre compris entre 0 et 1.

Définition et propriété

Exemple

On fait tourner la roue ci-contre divisée en huit secteurs de même aire, et on regarde la lettre obtenue.

Les issues sont A, T et M. On a $P(A) = \frac{1}{8}$, $P(T) = \frac{4}{8}$ et $P(M) = \frac{3}{8}$.

On note C l'évènement « Obtenir une consonne ». Les issues qui réalisent l'évènement C sont M et T. On a donc $P(C) = P(M) + P(T) = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$.



Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont **équiprobables**, la probabilité d'un évènement A est égale à $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent l'évènement A}}{\text{nombre total d'issues}}$.

Propriété

Exemple

Lorsqu'on lance un dé cubique **équilibré**, on a 6 issues équiprobables : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. On considère l'évènement A « Obtenir un nombre plus grand que 4 ».

Il y a deux issues qui réalisent l'évènement A : 5 et 6. Donc $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

On dit que deux évènements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps. Si deux évènements A et B sont incompatibles, alors $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$.

Définition et propriété

Exemple

Lorsqu'on tire une carte dans un jeu de 32 cartes, les évènements A « Obtenir une carte rouge » et B « Obtenir un pique » ne peuvent pas se réaliser en même temps. A et B sont incompatibles.

L'évènement « Obtenir une carte rouge ou obtenir un pique », noté A ou B, a pour probabilité :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) = \frac{16}{32} + \frac{8}{32} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

En revanche, les évènements C « Obtenir un roi » et D « Obtenir un cœur » ne sont pas incompatibles. En effet, si le résultat du tirage est le roi de cœur, les deux évènements C et D sont réalisés en même temps.

L'**évènement contraire** d'un évènement A est l'évènement qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé. On le note $\bar{A}$. Sa probabilité est $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Définition et propriété

Exemple

On tire au sort le nom d'un mois de l'année.

On considère l'évènement A « Le nom du mois contient la lettre O ». L'évènement contraire de A est l'évènement $\bar{A}$: « Le nom du mois ne contient pas la lettre O ».

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ donc } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

3 Construire et utiliser un arbre de probabilités

Vidéo

Pour représenter une expérience aléatoire comportant **deux épreuves**, on peut construire un arbre de probabilités.

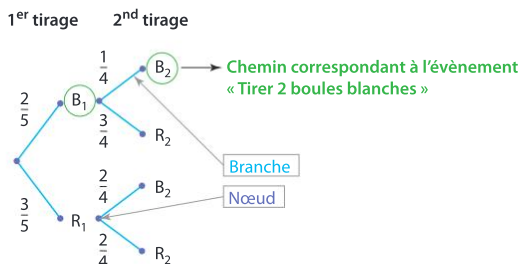
Méthode

Exemple

Dans une urne contenant deux boules blanches et trois boules rouges, on tire une première boule puis une seconde sans remettre la première dans l'urne.

On note :

- B_1 l'évènement « On tire une boule blanche au 1^{er} tirage » ;
- R_1 l'évènement « On tire une boule rouge au 1^{er} tirage » ;
- B_2 l'évènement « On tire une boule blanche au 2nd tirage » ;
- R_2 l'évènement « On tire une boule rouge au 2nd tirage ».



On a $P(B_1) = \frac{2}{5}$ car il y a 2 boules blanches parmi les 5 boules.

$P(R_1) = \frac{3}{5}$ car il y a 3 boules rouges parmi les 5 boules.

- Si on tire une boule blanche au 1^{er} tirage (B_1 est réalisé), il reste 1 boule blanche et 3 boules rouges dans l'urne. On a donc une probabilité de $\frac{1}{4}$ de retirer une boule blanche au 2nd tirage et une probabilité de $\frac{3}{4}$ de tirer une boule rouge au 2nd tirage.
- Si on tire une boule rouge au 1^{er} tirage (R_1 est réalisé), il reste 2 boules blanches et 2 boules rouges dans l'urne. On a donc une probabilité de $\frac{2}{4}$ de tirer une boule blanche au 2nd tirage et une probabilité de $\frac{2}{4}$ de retirer une boule rouge au 2nd tirage.

Règle

- La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.
- La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Exemple

Avec l'exemple précédent, la probabilité de **tirer deux boules blanches** est égale à :

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$