

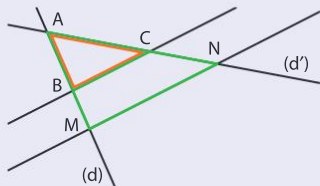
1

Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès

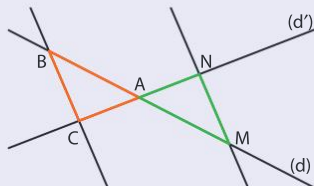
Vidéo

Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Configuration classique



Configuration dite « en papillon »

Théorème

On a également $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.

- Les triangles ABC et AMN sont semblables.
- Le triangle ABC est l'image du triangle AMN par une homothétie de centre A.
- Les côtés correspondants du triangle ABC et AMN sont proportionnels.
- Le triangle ABC est un agrandissement ou une réduction du triangle AMN.

Longueurs des côtés de AMN

AM

AN

MN

Longueurs des côtés correspondants de ABC

AB

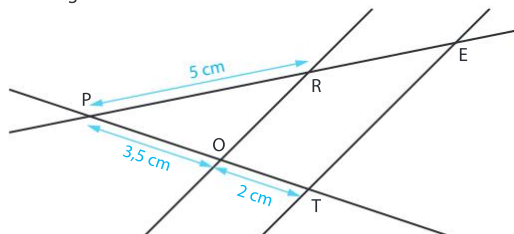
AC

BC

 $\times \frac{AB}{AM}$

Exemple

Dans la figure ci-dessous, les droites (OR) et (TE) sont parallèles. On veut calculer la longueur PE.



Les points P, O, T et P, R, E sont alignés et les droites (OR) et (TE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{PO}{PT} = \frac{PR}{PE} = \frac{RO}{ET}$.

En utilisant l'égalité des deux premiers rapports et en remplaçant les longueurs connues par leurs valeurs, on a donc $\frac{3,5}{5,5} = \frac{5}{PE}$.

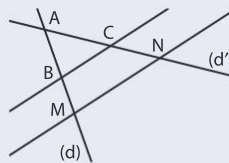
On utilise les produits en croix et on trouve $PE = \frac{5 \times 5,5}{3,5} \approx 7,9 \text{ cm}$.

2 Reconnaître des droites parallèles

Vidéo

Théorème de Thalès : réciproque

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés **dans le même ordre** et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



Théorème

Soient trois points A, B, M d'une part et trois points A, C, N d'autre part alignés dans le même ordre.

- Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Méthode

Exemples

Exemple 1

Dans la figure ci-contre, on a $AB = 5,4$ cm, $AD = 7,2$ cm, $AC = 6,6$ cm et $AE = 8,8$ cm.

Les points A, B, D d'une part et A, C, E d'autre part sont alignés dans le même ordre.

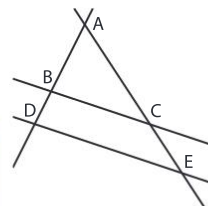
$$\frac{AB}{AD} = \frac{5,4}{7,2} = 0,75 \text{ et } \frac{AC}{AE} = \frac{6,6}{8,8} = 0,75$$

$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$: l'égalité de Thalès est vérifiée.

Donc les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

On peut aussi en conclure que $\frac{BC}{DE} = 0,75$.

Pour vérifier l'égalité des deux rapports, on peut aussi utiliser les produits en croix :
 $5,4 \times 8,8 = 47,52$
 et $7,2 \times 6,6 = 47,52$



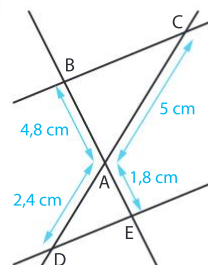
Exemple 2

Les points B, A, E d'une part et C, A, D d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AE}{AB} = \frac{1,8}{4,8} = 0,375 \text{ et } \frac{AD}{AC} = \frac{2,4}{5} = 0,48$$

$\frac{AE}{AB} \neq \frac{AD}{AC}$: l'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.

Donc les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.



Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

C'est un cas particulier du théorème de Thalès où les rapports sont égaux à $\frac{1}{2}$.

