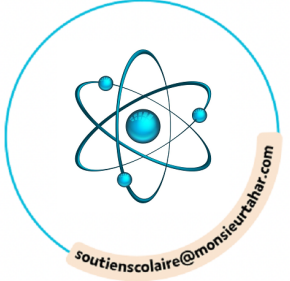


MATHS



CHAPITRE 11



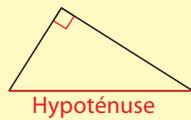
Triangles rectangles



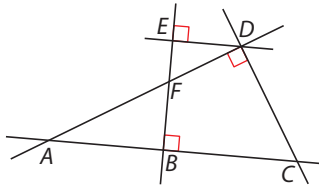
1

Utiliser le théorème de Pythagore

► Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est le plus grand des trois côtés. On l'appelle l'**hypoténuse** du triangle.



1 Nommer tous les triangles rectangles tracés de cette figure et indiquer leur hypoténuse.



ABF rectangle en *B*, d'hypoténuse *[AF]*.

ACD rectangle en *D*, d'hypoténuse *[AC]*.

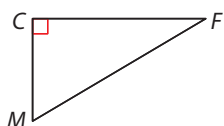
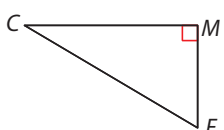
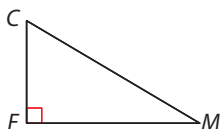
DEF rectangle en *E*, d'hypoténuse *[DF]*.

► Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. C'est le **théorème de Pythagore**.

Autrement dit, si un triangle *ABC* est rectangle en *A*, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

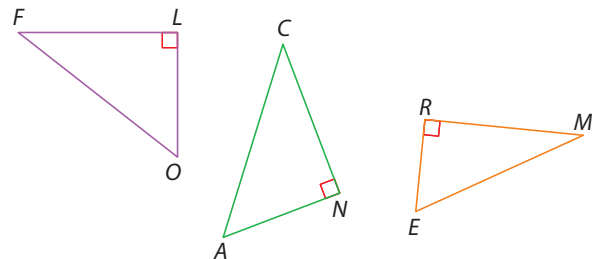
Cette égalité est appelée « **égalité de Pythagore** ».

2 Associer chaque triangle rectangle à l'égalité de Pythagore qui lui correspond.



- $CF^2 = CM^2 + MF^2$
- $MF^2 = MC^2 + CF^2$
- $CM^2 = CF^2 + FM^2$

3 Citer l'hypoténuse de chacun des triangles rectangles ci-dessous et écrire les égalités de Pythagore associées.



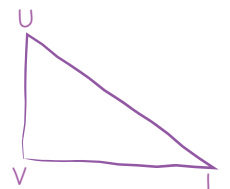
FLO : hypoténuse *[FO]*, $FO^2 = FL^2 + LO^2$

CAN : hypoténuse *[CA]*, $CA^2 = AN^2 + NC^2$

REM : hypoténuse *[EM]*, $EM^2 = ER^2 + RM^2$

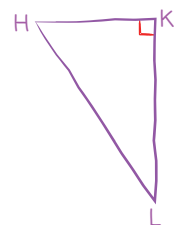
4 Pour chaque triangle dessiné à main levée ci-dessous, indiquer, en expliquant la réponse, s'il est possible d'écrire l'égalité de Pythagore, et l'écrire si c'est le cas.

1. Aucun codage n'indique
que le triangle est rectangle,
donc on ne peut pas écrire
d'égalité de Pythagore.



2. Le triangle est rectangle en
K, donc on peut écrire l'égalité
de Pythagore :

$HL^2 = HK^2 + KL^2$

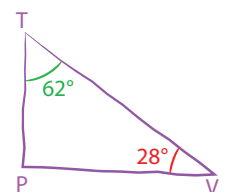


3. $\widehat{P} = 180^\circ - (\widehat{T} + \widehat{V})$

$\widehat{P} = 180^\circ - (62^\circ + 28^\circ) = 90^\circ$

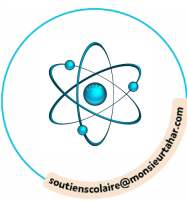
Le triangle *TPV* est donc
rectangle en *P*. Ainsi, on peut
écrire l'égalité de Pythagore :

$TV^2 = TP^2 + PV^2$

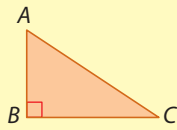




Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore



► Quand on connaît les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle, on peut **calculer la longueur du 3^e côté**.



• ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Cas 1 : $AB = 3$; $BC = 4$ **Cas 2** : $AC = 10$; $AB = 6$.

$$AC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$10^2 = 6^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 9 + 16$$

$$BC^2 = 100 - 36$$

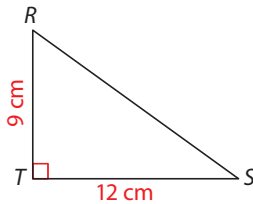
$$AC^2 = 25$$

$$BC^2 = 64$$

$$AC = 5$$

$$BC = 8$$

5 RST est un triangle rectangle en T tel que $RT = 12$ cm et $TS = 9$ cm. Calculer RS.



RST est rectangle en T.

D'après le théorème de Pythagore :

$$RS^2 = RT^2 + TS^2$$

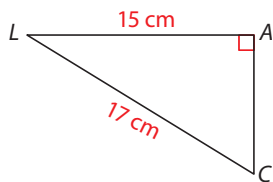
$$RS^2 = 12^2 + 9^2$$

$$RS^2 = 144 + 81$$

$$RS^2 = 225$$

$$RS = 25 \text{ cm.}$$

6 LAC est triangle rectangle en A avec $LA = 15$ cm et $LC = 17$ cm. Calculer AC.



LAC est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore :

$$LC^2 = LA^2 + AC^2$$

$$AC^2 = 17^2 - 15^2$$

$$AC^2 = 289 - 225$$

$$AC^2 = 64$$

$$AC = 8 \text{ cm.}$$

7 VIS est un triangle rectangle en V tel que $VS = 5$ dm et $VI = 12$ dm. Calculer IS.

VIS est rectangle en V.

D'après le théorème de Pythagore :

$$IS^2 = VS^2 + VI^2$$

$$IS^2 = 5^2 + 12^2$$

$$IS^2 = 25 + 144$$

$$IS^2 = 169$$

$$IS = 13 \text{ dm.}$$

8 CAT est rectangle en C tel que $CA = 40$ m et $AT = 41$ m. Calculer CT.

CAT est rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore :

$$AT^2 = AC^2 + CT^2$$

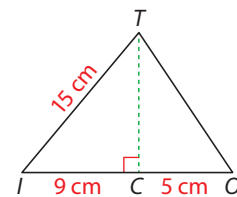
$$CT^2 = 41^2 - 40^2$$

$$CT^2 = 1\,681 - 1\,600$$

$$CT^2 = 81$$

$$CT = 9 \text{ m.}$$

9 **MODE EXPERT** Dans le triangle TOI, C est le pied de la hauteur issue de T. Calculer TO.



TIC est rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore :

$$TI^2 = TC^2 + CI^2$$

$$TC^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

$$TC = 12 \text{ cm.}$$

TOC est rectangle en C.

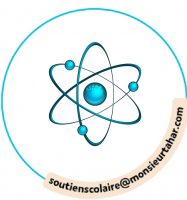
D'après le théorème de Pythagore :

$$TO^2 = TC^2 + CO^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$TO = 13 \text{ cm.}$$



3 Utiliser la racine carrée



► La **racine carrée** d'un nombre positif a est le nombre positif dont le carré est égal a . Elle est notée $\sqrt{a}$.

• $\sqrt{25} = 5$ car $5^2 = 25$.

10 Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ? Justifier.

a. 121 : 121 a une racine carrée car il est positif.

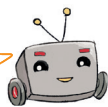
$11^2 = 121$, donc 11 est la racine carrée de 121.

b. -25 : -25 n'a pas de racine carrée car il est négatif.

c. 0 : 0 a pour racine carrée 0, car $0^2 = 0$.

11 Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ? Justifier.

Tu peux utiliser la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice.



a. 2,56 : $1,6^2 = 2,56$ donc la racine carrée de 2,56 est 1,6.

b. 13 : 13 est positif donc il a une racine carrée qui est $\sqrt{13}$.

c. -100 : -100 n'a pas de racine carrée car il est négatif.

d. $(-7)^2$: $(-7)^2 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$ donc la racine carrée de $(-7)^2$ est 7.

12 Compléter le tableau suivant.

a	16	4	1,69	$(-3)^2$
$\sqrt{a}$	4	2	1,3	3
a^2	256	16	2,8561	81

13 À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée au centième des nombres suivants.

a. $\sqrt{10}$: $\sqrt{10} \approx 3,16$

b. $\sqrt{2}$: $\sqrt{2} \approx 1,41$

c. $\sqrt{23,63}$: $\sqrt{23,63} \approx 4,86$

14 **MODE EXPERT** Un carré a pour aire 32 cm^2 . Trouver une valeur approchée au mm du côté de ce carré.

$\sqrt{32} \approx 5,7$ donc le carré a pour côté environ 5,7 cm.

► Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

• 144 est un carré parfait car $12^2 = 144$

15 Compléter sans calculatrice.

$\sqrt{100} = 10$

$\sqrt{16} = 4$

$\sqrt{25} = 5$

$\sqrt{121} = 11$

$\sqrt{256} = 16$

$\sqrt{81} = 9$

$\sqrt{36} = 6$

$\sqrt{169} = 13$

16 Sans calculatrice, donner un encadrement à l'unité des nombres suivants.

a. $\sqrt{30}$

$25 < 30 < 36$ donc $5 < \sqrt{30} < 6$.

b. $\sqrt{113}$

$100 < 113 < 121$ donc $10 < \sqrt{113} < 11$.

c. $\sqrt{57}$

$49 < 57 < 64$ donc $7 < \sqrt{57} < 8$.

17 Sans calculatrice, entourer les racines carrées qui sont des nombres entiers.

$\sqrt{64}$

$\sqrt{120}$

$\sqrt{0}$

$\sqrt{13}$

$\sqrt{49}$

18 **MODE EXPERT** Dans chaque cas, trouver le nombre a positif qui vérifie l'égalité donnée.

a. $3^2 + 4^2 = a^2$.

$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$a^2 = 25$, donc $a = 5$.

b. $8^2 + 15^2 = a^2$.

$8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$

$a^2 = 289$, donc $a = 17$.

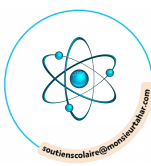
c. $5^2 + a^2 = 13^2$.

$13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$

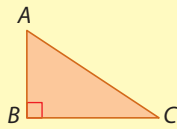
$a^2 = 144$, donc $a = 12$.



Calculer des longueurs avec la racine carrée



► Quand on connaît les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle, on peut calculer la longueur du 3^e côté.



• ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

Cas 1 : $AB = 3$; $BC = 5$ **Cas 2** : $AC = 10$; $AB = 2$.

$$AC^2 = 3^2 + 5^2$$

$$10^2 = 2^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 9 + 25$$

$$BC^2 = 100 - 4$$

$$AC^2 = 34$$

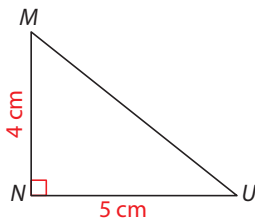
$$BC^2 = 96$$

$$AC = \sqrt{34} \approx 5,8$$

$$BC = \sqrt{96} \approx 9,8$$

19 MUN est un triangle rectangle en N tel que : $MN = 4$ cm et $NU = 5$ cm.

Calculer une valeur approchée de MU au mm.



MUN est rectangle en N.

D'après le théorème de Pythagore :

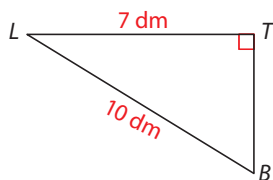
$$MU^2 = MN^2 + NU^2$$

$$MU^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

$$MU = \sqrt{41} \text{ cm} \approx 6,4 \text{ cm}$$

20 TLB est rectangle en T avec $LT = 7$ dm et $LB = 10$ dm.

Calculer une valeur approchée de TB au mm près.



TLB est rectangle en T.

D'après le théorème de Pythagore :

$$LB^2 = LT^2 + TB^2$$

$$TB^2 = 10^2 - 7^2 = 100 - 49 = 51$$

$$TB = \sqrt{51} \text{ dm} \approx 7,14 \text{ dm}$$

21 POL est un triangle rectangle en L tel que $PL = 3,4$ cm et $LO = 2,5$ cm.

Calculer une valeur approchée de OP au cm.

POL est rectangle en L.

D'après le théorème de Pythagore :

$$PO^2 = PL^2 + LO^2 = 3,4^2 + 2,5^2 = 17,81$$

$$PO = \sqrt{17,81} \text{ cm} \approx 4 \text{ cm}$$

22 HBC est un triangle rectangle en H tel que $HB = 4$ cm et $BC = 11,5$ cm.

Calculer une valeur approchée de CH au mm.

HCB est rectangle en H.

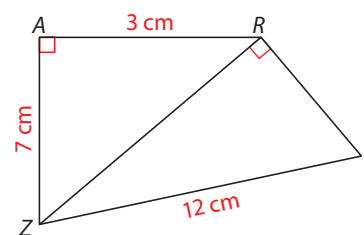
D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = BH^2 + HC^2$$

$$HC^2 = 11,5^2 - 4^2 = 116,25$$

$$HC = \sqrt{116,25} \text{ cm} \approx 10,7 \text{ cm}$$

23 **MODE EXPERT** On considère le quadrilatère RAZI ci-dessous.



Calculer la valeur exacte de RI.

RAZ est rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore :

$$RZ^2 = AR^2 + AZ^2 = 3^2 + 7^2 = 58$$

RIZ est rectangle en R.

D'après le théorème de Pythagore :

$$IZ^2 = RI^2 + RZ^2$$

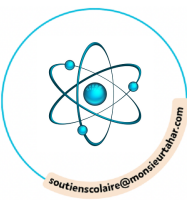
$$RI^2 = 12^2 - 58 = 144 - 58 = 86$$

$$RI = \sqrt{86} \text{ cm}$$



5

Reconnaitre des triangles rectangles



On considère un triangle ABC .
Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A .
C'est la **réciprocité du théorème de Pythagore**.

24 EFG est un triangle tel que $EF = 5$ cm, $EG = 12$ cm et $FG = 13$ cm.

1. Si le triangle EFG était un triangle rectangle, quelle serait son hypoténuse ?

L'hypoténuse d'un triangle rectangle est le plus grand côté, donc ce serait $[FG]$.

2. Compléter et démontrer que EFG est bien un triangle rectangle.

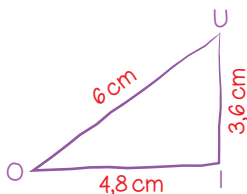
$$FG^2 = 13^2 = 169$$

$$EF^2 + EG^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

On constate que $FG^2 = EF^2 + EG^2$ donc EFG est un triangle rectangle en E .

- Soit ABC un triangle dont le plus grand côté est $[BC]$. Pour déterminer si ABC est un triangle rectangle, on compare BC^2 et $AB^2 + AC^2$.
- Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A .
- Si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

25 Le triangle OUI est-il rectangle ? Justifier.



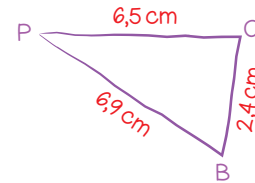
$[OU]$ est le plus grand côté du triangle OUI .

$$OU^2 = 6^2 = 36$$

$$OI^2 + UI^2 = 4,8^2 + 3,6^2 = 36$$

$OU^2 = OI^2 + UI^2$: l'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle OUI est rectangle en I .

26 Le triangle PCB est-il rectangle ? Justifier.



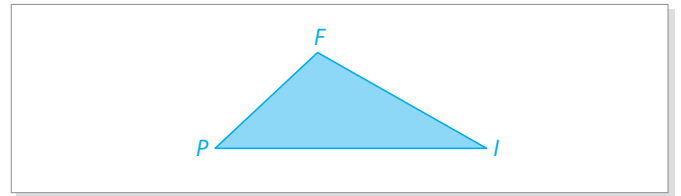
$[PB]$ est le plus grand côté du triangle PCB .

$$PB^2 = 6,9^2 = 47,61$$

$$PC^2 + CB^2 = 6,5^2 + 2,4^2 = 48,01$$

$PB^2 \neq PC^2 + CB^2$: l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle PCB n'est pas rectangle.

27 1. Construire un triangle PIF tel que $PI = 3,9$ cm, $IF = 2,8$ cm et $PF = 2$ cm.



2. Le triangle PIF est-il rectangle ? Justifier la réponse.

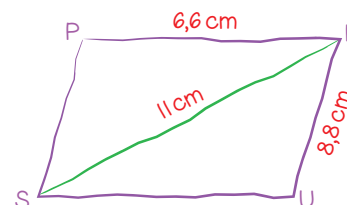
$[PI]$ est le plus grand côté du triangle PIF .

$$PI^2 = 3,9^2 = 15,21$$

$$PF^2 + IF^2 = 2,8^2 + 2^2 = 11,84$$

$PI^2 \neq PF^2 + IF^2$: l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle PIF n'est pas rectangle.

28 **MODE EXPERT** On considère le parallélogramme $PLUS$ dessinée à main levée ci-dessous.



Démontrer que ce parallélogramme est un rectangle.

$[SL]$ est le plus grand côté du triangle SLU .

$$SL^2 = 11^2 = 121 \quad LU^2 + SU^2 = 8,8^2 + 6,6^2 = 121$$

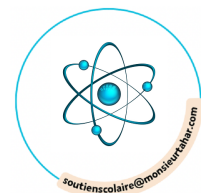
$SL^2 = LU^2 + SU^2$: l'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle SLU est rectangle en U .

$PLUS$ est donc un parallélogramme qui a un angle droit, donc c'est un rectangle.



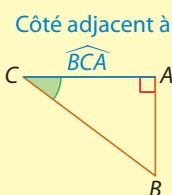
6

Calculer le cosinus d'un angle aigu



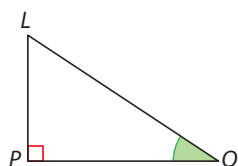
► Dans un triangle rectangle, le **côté adjacent d'un angle aigu** est le côté de l'angle qui n'est pas l'hypoténuse.

- Le côté adjacent à l'angle $\widehat{BCA}$ est le côté $[AC]$.



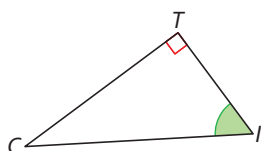
29 Pour chaque triangle rectangle, nommer l'angle marqué en vert ainsi que son côté adjacent.

a.



L'angle vert se nomme $\widehat{LOP}$, et son côté adjacent est $[PO]$.

b.



L'angle vert se nomme $\widehat{TIC}$, et son côté adjacent est $[TI]$.

► Soit ABC un triangle rectangle en A.

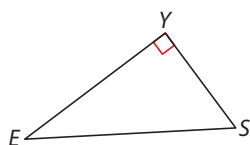
Le **cosinus** de l'angle $\widehat{ACB}$, qui est noté $\cos \widehat{ACB}$, est le rapport :

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ACB}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

► Le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

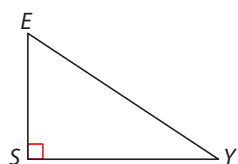
30 Pour chaque triangle, donner les expressions du cosinus de l'angle $\widehat{YES}$.

a.



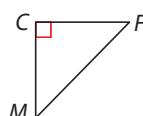
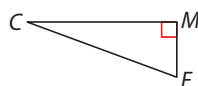
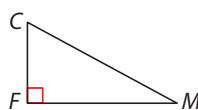
$$\cos \widehat{YES} = \frac{YE}{ES}$$

b.



$$\cos \widehat{YES} = \frac{ES}{EY}$$

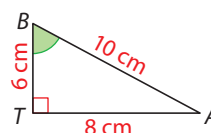
31 Relier chaque figure au cosinus qui lui correspond.



$\cos \widehat{CFM} = \frac{CF}{FM}$
 $\cos \widehat{MCF} = \frac{FC}{CM}$
 $\cos \widehat{CFM} = \frac{MF}{CF}$

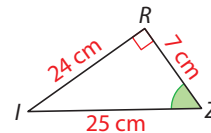
32 Pour chaque triangle, calculer le cosinus de l'angle vert.

a.



$$\cos \widehat{TBA} = \frac{BT}{BA} = \frac{6}{10} = 0,6$$

b.



$$\cos \widehat{RZI} = \frac{RZ}{IZ} = \frac{7}{25} = 0,28$$

33 Arthur a fini son exercice et il a écrit $\cos \widehat{BAT} = 2,7$. Sans faire aucun calcul, Perceval lui dit qu'il s'est trompé. Comment a-t-il fait ?

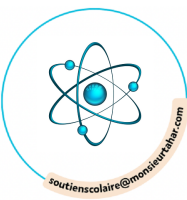
Le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1, or $2,7 > 1$ donc Perceval sait que Arthur s'est trompé sans faire de calcul.

34 **MODE EXPERT** Compléter le tableau.

Dans le triangle...	rectangle en...	on a...	égal à
ABC	C	$\cos \widehat{CBA}$	$\frac{CB}{BA}$
DEF	F	$\cos \widehat{FDE}$	$\frac{FD}{DE}$
GHI	I	$\cos \widehat{IHG}$	$\frac{IH}{GH}$
JKL	L	$\cos \widehat{LIJ}$	$\frac{LI}{IJ}$



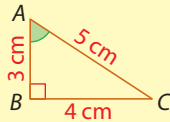
Déterminer un angle dans un triangle rectangle



Dans un triangle rectangle, on peut déterminer la mesure d'un angle en calculant son cosinus et en utilisant la calculatrice.

Dans le triangle rectangle ABC ci-contre, on a :

$$\cos \widehat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} = 0,6$$



Avec la calculatrice, on tape :

TI	2nde arccos cos 0 , 6 entrer
Casio	SECONDE Arccos E cos 0 , 6 EXE
Numworks	shift acos H cos 0 ? ! 6 T EXE

La valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{A}$ ainsi obtenue est $\widehat{A} \approx 53^\circ$.

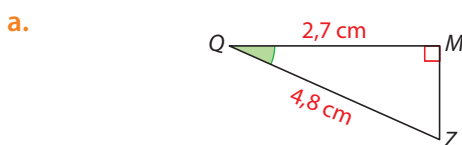
35 Dans chaque cas, calculer une mesure approchée au degré près de l'angle.

- a. $\cos \widehat{A} = 0,5$: $\widehat{A} = 60^\circ$
 b. $\cos \widehat{B} = 0,72$: $\widehat{B} = 44^\circ$
 c. $\cos \widehat{C} = 0,21$: $\widehat{C} = 78^\circ$

36 $\widehat{ABC}$ est un angle aigu. Compléter le tableau.

Angle arrondi au degré	Cosinus de l'angle arrondi au centième
$\widehat{ABC} \approx 31^\circ$	$\cos \widehat{ABC} = 0,86$
$\widehat{ABC} = 27^\circ$	$\cos \widehat{ABC} \approx 0,89$
$\widehat{ABC} = 74^\circ$	$\cos \widehat{ABC} \approx 0,28$
$\widehat{ABC} \approx 63^\circ$	$\cos \widehat{ABC} = 0,45$
$\widehat{ABC} = 45^\circ$	$\cos \widehat{ABC} \approx 0,71$
$\widehat{ABC} \approx 73^\circ$	$\cos \widehat{ABC} = 0,3$

37 Pour chaque triangle, calculer le cosinus de l'angle vert, puis en déduire une mesure approchée de cet angle au dixième de degré près.



Dans le triangle QMZ rectangle en M ,

$$\cos \widehat{Q} = \frac{QM}{QZ} = \frac{2,7}{4,8} = 0,5625$$

$$\widehat{Q} \approx 55,7^\circ$$

b.

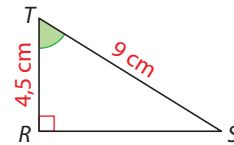


Dans le triangle HCV rectangle en V ,

$$\cos \widehat{H} = \frac{HV}{HC} = \frac{3,5}{5,9} \approx 0,5932$$

$$\widehat{H} \approx 53,6^\circ$$

c.



Dans le triangle TRS rectangle en S ,

$$\cos \widehat{T} = \frac{RT}{TS} = \frac{4,5}{9} = 0,5$$

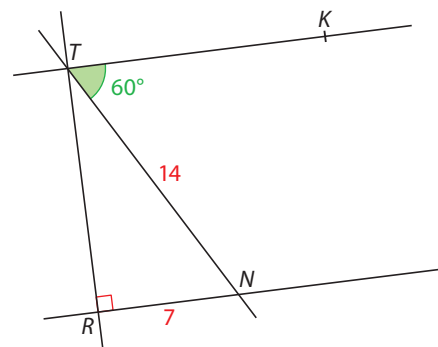
$$\widehat{T} = 60^\circ$$

38 PAC est un triangle rectangle en P tel que $AC = 5,5$ cm et $AP = 3,3$ cm.

Déterminer une mesure approchée au degré de l'angle $\widehat{PAC}$.

Dans le triangle PAC rectangle en P , $\cos \widehat{PAC} = \frac{AP}{AC} \approx 0,6$
 $\widehat{A} \approx 53^\circ$

39 **MODE EXPERT** Démontrer que les droites (RN) et (TK) sont parallèles.



Dans le triangle TRN rectangle en R ,

$$\cos \widehat{N} = \frac{RN}{TN} = \frac{7}{14} = 0,5.$$

$$\text{Ainsi } \widehat{N} = 60^\circ$$

Les angles $\widehat{KTN}$ et $\widehat{TNR}$ sont alternes internes et de même mesure, donc les droites (TK) et (RN) sont parallèles.

40 Parcours ceinture jaune

1. Calculer 5^2 . 25

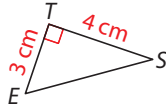
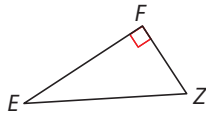
2. Quel nombre au carré donne 16 ? 4

3. Écrire l'égalité de Pythagore pour le triangle rectangle ci-contre.

$$EZ^2 = EF^2 + FZ^2$$

4. Combien mesure $[SE]$?

$$SE = 5 \text{ cm}$$



5. $HI = 6 \text{ cm}$; $HJ = 8 \text{ cm}$ et $IJ = 10 \text{ cm}$.

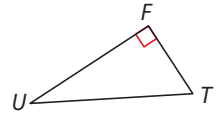
IJH est-il rectangle ? Oui

6. A-t-on $\cos \widehat{FUT} = \frac{FU}{UT}$?

Oui

7. $\cos \widehat{OMP} = \frac{3}{6}$. Combien mesure l'angle $\widehat{OMP}$?

$$\widehat{OMP} = 60^\circ$$



41 Parcours ceinture verte

1. Calculer 11^2 . 121

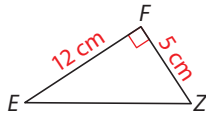
2. Quel nombre au carré donne 81 ? 9

3. Écrire l'égalité de Pythagore pour le triangle rectangle HUG d'hypoténuse $[HU]$.

$$HU^2 = HG^2 + GU^2$$

4. Combien mesure $[EZ]$?

$$EZ = 13 \text{ cm}$$



5. $HA = 7$; $HM = 25 \text{ cm}$ et $MA = 24 \text{ cm}$.

HAM est-il rectangle ? Oui

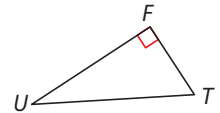
6. A-t-on $\cos \widehat{FUT} = \frac{UT}{FU}$?

Non

7. $\cos \widehat{OMP} = 0,45$.

Donner une valeur approchée de $\widehat{OMP}$ au degré.

$$\widehat{OMP} \approx 63^\circ$$



42 Parcours ceinture noire

1. Calculer le carré de 13. 169

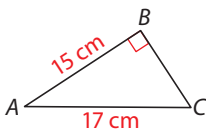
2. Calculer $\sqrt{144}$. 12

3. Écrire l'égalité de Pythagore pour le triangle VAC rectangle en V .

$$AC^2 = VA^2 + VC^2$$

4. Combien mesure $[BC]$?

$$BC = 8 \text{ cm}$$



5. $LE = 10 \text{ cm}$; $SE = 24 \text{ cm}$ et $SL = 26 \text{ cm}$.

SEL est-il rectangle ? Oui

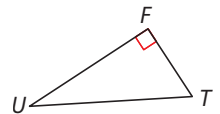
6. A-t-on $\cos \widehat{FUT} = \frac{FT}{FU}$?

Non

7. $\cos \widehat{OMP} = \frac{1}{3}$.

Donner une valeur approchée de $\widehat{OMP}$ au degré.

$$\widehat{OMP} \approx 70^\circ$$

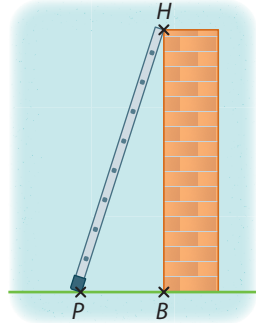


43 Mur

Modéliser, Calculer

Une échelle de 6 m de hauteur est adossée à un mur perpendiculaire au sol. Le haut de l'échelle est posé exactement au sommet H du mur et le pied P de l'échelle est à 2 m du mur.

► Calculer la hauteur exacte du mur, puis sa valeur arrondie au cm.



Le mur étant perpendiculaire au sol, le triangle PBH est rectangle en B . D'après le théorème de Pythagore :

$$PH^2 = PB^2 + BH^2$$

$$6^2 = 2^2 + BH^2$$

$$BH^2 = 36 - 4 = 32$$

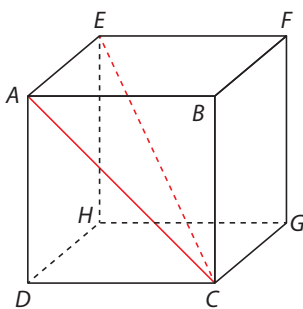
$$BH = \sqrt{32} \text{ m} \approx 5,66 \text{ m}$$

Ainsi la hauteur exacte du mur est $\sqrt{32}$ m et l'arrondi au cm est 5,66 m.

44 Dans un cube

Calculer

$ABCDEFGH$ est un cube de 5 cm d'arête.



On veut calculer la longueur de la grande diagonale $[EC]$ sachant que le triangle AEC est rectangle en A .

1. Calculer la longueur AC .

Le triangle ADC rectangle en D .

D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$AC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

$$AC = \sqrt{50} \text{ cm}$$

2. Calculer la longueur EC , puis son arrondi au mm près.

Dans le triangle AEC rectangle en A , d'après le théorème de Pythagore :

$$EC^2 = EA^2 + AC^2$$

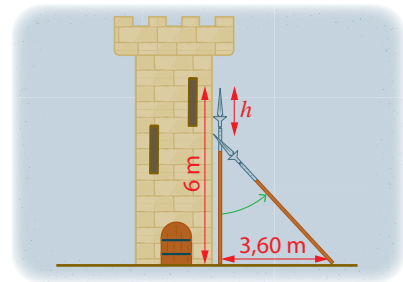
$$EC^2 = 5^2 + 50 = 25 + 50 = 75$$

$$EC = \sqrt{75} \text{ cm} \approx 8,7 \text{ cm}$$

45 D'après DNB Centres étrangers 2014

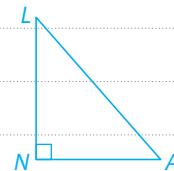
Chercher, Calculer

Une lance, longue de 6 m, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol.



► Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 3,6 m de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur ?

LAN est rectangle en N .



D'après le théorème de Pythagore :

$$LA^2 = LN^2 + NA^2$$

$$LN^2 = 6^2 - 3,6^2$$

$$LN^2 = 23,04$$

$$LN = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ m}$$

$$h = 6 \text{ m} - 4,8 \text{ m} = 1,2 \text{ m}$$

La perche est descendue de 1,2 m.

46 Étagère

Calculer, Modéliser

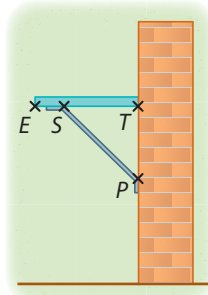
On a fixé au mur une étagère $[ET]$ en la soutenant par un support $[SP]$.

$ST = 8,8 \text{ cm}$; $TP = 16,5 \text{ cm}$;

$SP = 18,7 \text{ cm}$.

On suppose que le mur est vertical.

L'étagère est-elle horizontale ?



Le plus grand côté du triangle STP est $[SP]$.

$$SP^2 = 18,7^2 = 349,69$$

$$ST^2 + TP^2 = 8,8^2 + 16,5^2 = 349,69$$

$SP^2 = ST^2 + TP^2$: l'égalité de Pythagore est vérifiée,

donc le triangle STP est rectangle en T . L'étagère est

donc perpendiculaire au mur.

Comme le mur est vertical, l'étagère est bien

horizontale.

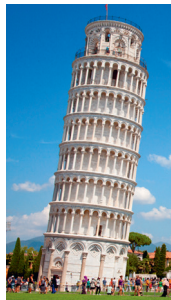
47 Tour de Pise

Modéliser, Calculer

La Tour de Pise est célèbre grâce à son inclinaison caractéristique.

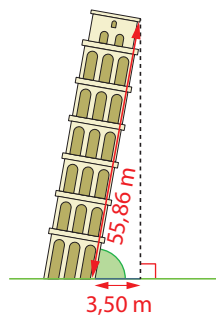
En 1993, l'angle formé avec le sol était de $84,34^\circ$.

Des travaux ont alors été entrepris pour permettre de corriger l'inclinaison avant que l'irréparable ne se produise. La tour mesure $55,86 \text{ m}$. Aujourd'hui, lorsque le soleil est au zénith, l'ombre projetée mesure $3,50 \text{ m}$.



1. Calculer l'angle d'inclinaison de la tour avec le sol (en vert sur le schéma).

Donner une valeur approchée au centième.



PIS est un triangle rectangle en S .

$$\cos \widehat{PIS} = \frac{IS}{IP} = \frac{3,5}{55,86}$$

$$\cos \widehat{PIS} \approx 0,062$$

$$\text{Donc } \widehat{PIS} \approx 86,41^\circ$$

L'angle d'inclinaison de la tour

avec le sol mesure environ $86,41^\circ$.



2. De combien de degrés l'inclinaison a-t-elle été corrigée ?

$$86,41^\circ - 84,34^\circ = 2,07^\circ$$

L'inclinaison a été corrigée de $2,07^\circ$.

48 À la bonne hauteur

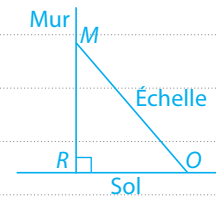
Communiquer, Chercher

Sur une échelle, on peut lire la consigne suivante : l'utilisation pour assurer la sécurité des personnes : l'angle formé entre le sol et l'échelle doit être compris entre 65° et 75° .

Romain pose contre un mur perpendiculaire au sol l'échelle de 13 m de long et dont les pieds sont situés à 5 m de la base du mur.

1. Quelle hauteur Romain peut-il atteindre ?

Le triangle ROM est rectangle en R .



D'après le théorème de Pythagore :

$$MO^2 = RM^2 + RO^2$$

$$13^2 = RM^2 + 5^2$$

$$RM^2 = 169 - 25 = 144$$

$$RM = 12 \text{ m}$$

Romain peut atteindre une hauteur de 12 m .

2. Romain a-t-il respecté les consignes de sécurité en posant l'échelle ?

$$\text{Dans le triangle } ROM \text{ en } R, \cos \widehat{MOR} = \frac{OR}{OM} = \frac{5}{13}$$

Avec la calculatrice, on obtient $\widehat{MOR} \approx 67^\circ$.

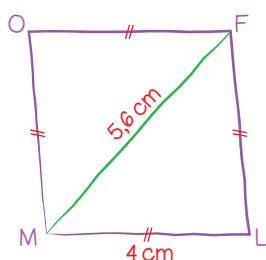
L'angle a bien une mesure comprise entre 65° et 75° .

Donc Romain a respecté les consignes de sécurité.

49 D'après DNB Inde 2012

Communiquer, Raisonner

Voici la figure à main levée d'un quadrilatère.



1. Pourquoi peut-on affirmer que $OELM$ est un losange ?

$OELM$ est un quadrilatère dont les quatre côtés ont même longueur, c'est donc un losange.

2. Marie soutient que $OELM$ est un carré, mais Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai. Qui a raison ? Pourquoi ?

Le plus grand côté du triangle MEL est $[EM]$.

$$EM^2 = 5,6^2 = 31,36$$

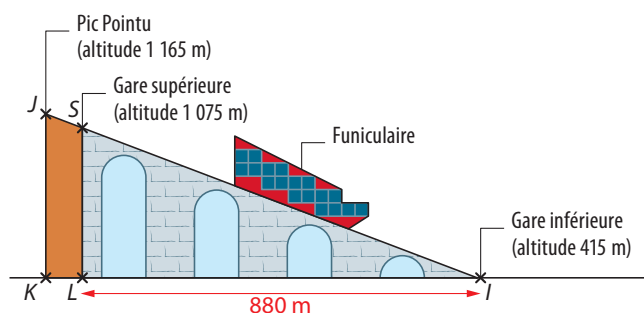
$$EL^2 + LM^2 = 4^2 + 4^2 = 32$$

$EM^2 \neq EL^2 + LM^2$: l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle EML n'est pas rectangle.

$OELM$ n'est donc pas un carré : c'est Charlotte qui a raison.

50 D'après DNB Amérique du Sud 2013

Calculer, Modéliser



Sur le dessin, les points I , L et K sont alignés, ainsi que I , S et J .

1. À l'aide des altitudes fournies, déterminer les longueurs SL et JK .

$$SL = 1\,075\text{ m} - 415\text{ m} = 660\text{ m}$$

$$JK = 1\,165\text{ m} - 415\text{ m} = 750\text{ m}$$

2. a. Montrer que la longueur du trajet SI entre les deux gares est 1 100 m.

Le triangle SLI est rectangle en L .

D'après le théorème de Pythagore :

$$SI^2 = SL^2 + LI^2 = 660^2 + 880^2 = 1\,210\,000$$

$$SI = \sqrt{1\,210\,000}\text{ m} = 1\,100\text{ m}.$$

La distance entre les deux gares est de 1 100 m.

b. Calculer une valeur approchée de l'angle $\widehat{SIL}$. On arrondira à un degré près.

Dans le triangle SLI rectangle en L :

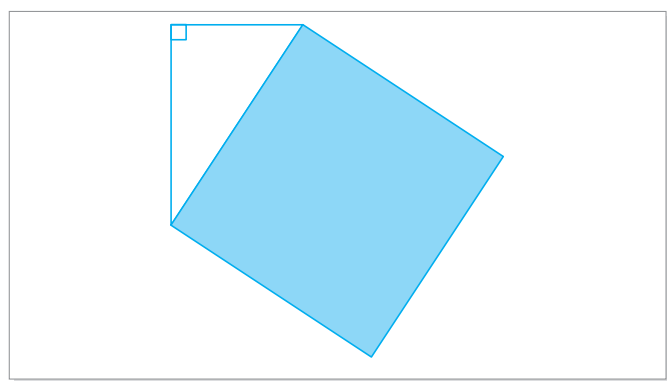
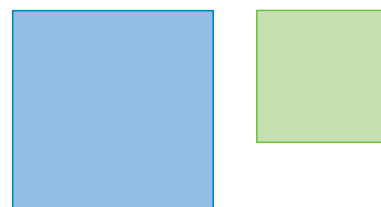
$$\cos \widehat{SIL} = \frac{LI}{SI} = \frac{880}{1\,100}$$

Avec la calculatrice, on obtient $\widehat{SIL} \approx 37^\circ$.

51 À l'ancienne

Chercher, Représenter

Sans mesurer, ni calculer, construire un carré dont l'aire est la somme des aires de ces deux carrés. Expliquer la démarche.



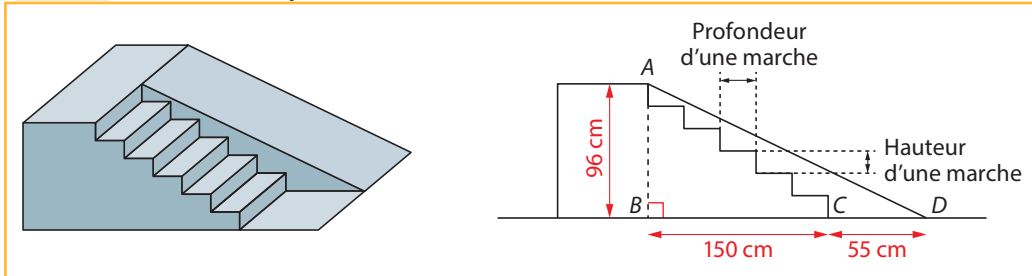
On construit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont pour longueur celle du côté du carré bleu et celle du côté du carré vert. D'après le théorème de Pythagore, le carré dont l'aire est la somme des aires de ces deux carrés a pour côté l'hypoténuse de ce triangle rectangle.

Tâche complexe

52

Une ville a construit une structure pour un skate-park, constituée d'un escalier de six marches identiques permettant d'accéder à un plan incliné dont la hauteur est de 96 cm.

Doc 1 Plan du skatepark



Doc 2 Normes de construction de l'escalier

$$60 \leq 2h + p \leq 65$$

où h est la hauteur d'une marche
et p la profondeur d'une marche, en cm.

Doc 3 Demandes des habitués du skatepark

- Longueur du plan incliné (c'est-à-dire la longueur AD) comprise entre 2,20 m et 2,50 m.
- Angle formé par le plan incliné avec le sol (ici l'angle BDA) compris entre 20° et 30° .

► Les normes de construction de l'escalier sont-elles respectées et les demandes des habitués du skatepark pour le plan incliné sont-elles satisfaites ?

$$p = 150 \div 5 = 30 \text{ et } h = 96 \div 6 = 16$$

$$2h + p = 2 \times 16 + 30 = 62$$

$60 < 62 < 65$ donc les normes de construction sont respectées.

Le triangle ABD est rectangle en B .

D'après le théorème de Pythagore :

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 = 96^2 + (150 + 55)^2 = 51\,241$$

$$AD = \sqrt{51\,241} \text{ cm} \approx 226 \text{ cm} \approx 2,26 \text{ m}$$

Dans le triangle ABD rectangle en B :

$$\cos \widehat{BDA} = \frac{BD}{AD} \approx \frac{205}{226} \text{ donc } \widehat{BDA} \approx 25^\circ.$$

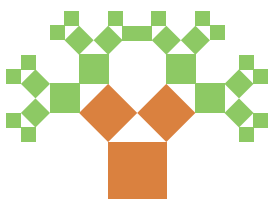
Les deux demandes des habitués sont respectées.



Le jeu

L'arbre de Pythagore

Construire cet arbre de Pythagore constitué de carrés, sachant que le côté du grand carré mesure 5 cm. La construction doit se faire en binôme, chacun faisant une moitié de la figure.



Le défi

Trop de nœuds !

Cette corde est constituée de 13 nœuds, avec le même espace entre chaque. Comment se servir de cette corde pour vérifier l'existence d'angles droits ?

