

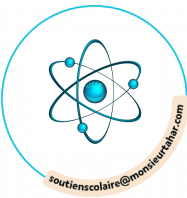
MATHS



CHAPITRE 4



3 Manipuler des grands nombres



► n désigne un entier supérieur ou égal à 2. Le produit de n facteurs égaux à 10 se note 10^n et se lit « 10 exposant n » :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{1 \text{ } 00 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

On a $10^0 = 1$ et $10^1 = 10$.

• $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = \underline{10\,000}$
4 zéros

18 Vrai ou faux ?

- a. $10^1 = 1$: faux b. $10^6 = 10 \times 6$: faux
c. $100 = 10^2$: vrai d. $10^5 = 100\,000$: vrai
e. $10^3 = 10 \times 10 \times 10$: vrai
f. 10^6 se lit « 10 exposant 6 » : vrai

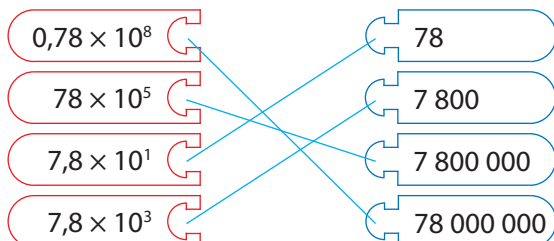
19 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

- a. $10^9 = \underline{1\,000\,000\,000}$ b. $10^3 = \underline{1\,000}$
c. $-10^7 = \underline{-10\,000\,000}$ d. $10^1 = \underline{10}$
e. $10^0 = \underline{1}$ f. $-10^0 = \underline{-1}$

20 Écrire les nombres suivants à l'aide d'une puissance de 10.

- a. $10\,000\,000\,000 = \underline{10^{10}}$
b. $10 = \underline{10^1}$
c. cent millions : $\underline{100\,000\,000 = 10^8}$
d. mille milliards : $\underline{1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}}$

21 Relier chaque nombre d'une pièce rouge à une écriture décimale d'une pièce bleue.



22 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

- A = $0,089 \times 10^7 = \underline{890\,000}$
B = $213 \times 10^5 = \underline{21\,300\,000}$
C = $14,5 \times 10^0 = \underline{14,5}$

23 **MODE EXPERT** Écrire le résultat sous forme d'une puissance de 10.

- a. $10^4 \times 10^3 = (10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10) = 10^7$
b. $10^6 \div 10^4 = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^2$
c. $(10^4)^2 = (10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10) = 10^8$

► Pour faciliter la lecture de certaines grandeurs, on peut utiliser des **préfixes multiplicateurs** avec les unités.

Préfixe	Symbole	Puissance de 10
déca	da	10^1
hecto	h	10^2
kilo	k	10^3
méga	M	10^6
giga	G	10^9

24 Compléter.

- a. $1 \text{ hg} = 10^{-2} \text{ g} = \underline{100} \text{ g}$
b. $5 \text{ km} = 5 \times 10^{-3} \text{ m} = \underline{5\,000} \text{ m}$
c. $75 \text{ Go} = 75 \times 10^9 \text{ o} = \underline{75\,000\,000\,000} \text{ o}$

25 Compléter.

- a. $253 \text{ hL} = \underline{25\,300} \text{ L}$ b. $0,89 \text{ kg} = \underline{890} \text{ g}$
c. $3 \text{ dam} = 0,03 \text{ km}$ d. $56\,000 \text{ o} = 0,056 \text{ Mo}$

26 Vrai ou faux ?

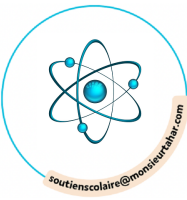
- a. $10^6 \text{ W} = 1\,000 \text{ kW}$: vrai
b. $0,25 \text{ kA} = 25 \text{ A}$: faux
c. $16,34 \text{ Go} = 16\,340\,000\,000 \text{ o}$: vrai
d. $0,156 \text{ MV} = 156 \text{ kV}$: vrai

27 **MODE EXPERT** Soit $A = 6 \times 10^2 \times 7 \times 10^7$. Trouver un entier n tel que $10^n < A < 10^{n+1}$.

- $A = 6 \times 10^2 \times 7 \times 10^7$
 $A = 42 \times 100 \times 10\,000\,000$
 $A = 42\,000\,000\,000$
 $10\,000\,000\,000 < 42\,000\,000\,000 < 100\,000\,000\,000$
Donc $10^{10} < A < 10^{11}$. Ainsi, on trouve $n = 10$.



4 Manipuler des petits nombres



► n désigne un entier strictement positif.

Le **nombre** 10^{-n} est l'inverse du nombre 10^n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0\dots01}_{n \text{ zéros}}$$

• $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = 0,000\,01$

28 Vrai ou faux ?

a. $10^{-1} = -1$: **faux**

b. $10^{-7} = 10 \times (-7)$: **faux**

c. $0,01 = 10^{-2}$: **vrai**

d. $10^{-5} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}$: **vrai**

e. 10^{-4} se lit « 10 exposant -4 » : **vrai**

29 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

a. $10^{-8} = 0,000\,000\,01$ b. $10^{-3} = 0,001$

c. $-10^{-5} = -0,000\,01$ d. $10^{-1} = 0,1$

e. $10^{-2} = 0,01$ f. $-10^{-6} = -0,000\,001$

30 Écrire les nombres suivants à l'aide d'une puissance de 10.

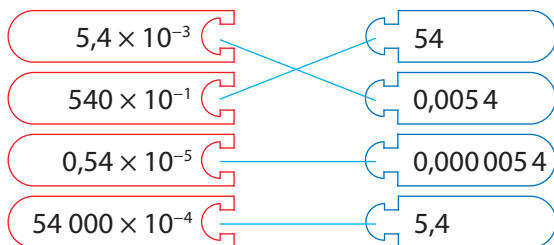
a. $0,000\,000\,001 = 10^{-9}$

b. $\frac{1}{10} = 10^{-1}$

c. un centième : $0,01 = 10^{-2}$

d. un cent millièmes : $0,000\,01 = 10^{-5}$

31 Relier chaque nombre d'une pièce rouge à une écriture décimale d'une pièce bleue.



32 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

A = $756,3 \times 10^{-4} = 0,075\,63$

B = $89\,000\,000 \times 10^{-9} = 0,089$

C = $0,25 \times 10^{-5} = 0,000\,002\,5$

D = $12,4 \times 10^{-1} = 1,24$

33 **MODE EXPERT** Écrire le résultat sous forme d'une puissance de 10.

a. $10^{-5} \times 10^{-2} = 0,000\,01 \times 0,01 = 0,000\,000\,1 = 10^{-7}$

b. $10^{-3} \div 10^{-4} = 0,001 \div 0,000\,1 = 10 = 10^1$

c. $(10^{-2})^3 = (0,01)^3 = 0,01 \times 0,01 \times 0,01 = 0,000\,001 = 10^{-6}$

► Pour faciliter la lecture de certaines grandeurs, on peut utiliser des **préfixes multiplicateurs** avec les unités.

Préfixe	Symbole	Puissance de 10
déci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}

34 Compléter.

a. $1\text{ mg} = 10^{-3}\text{ g} = 0,001\text{ g}$

b. $7\text{ dA} = 7 \times 10^{-1}\text{ A} = 0,7\text{ A}$

c. $89\text{ }\mu\text{m} = 89 \times 10^{-6}\text{ m} = 0,000\,089\text{ m}$

35 Compléter.

a. $986\text{ mL} = 0,986\text{ L}$

b. $13\,000\,000\text{ nm} = 0,13\text{ m}$

c. $14\text{ dg } 2\text{ mg} = 1,402\text{ g}$

d. $56\,000\text{ mV} = 56\text{ V}$

36 Vrai ou faux ?

a. $10^{-5}\text{ W} = 0,01\text{ mW}$: **vrai**

b. $0,14\text{ }\mu\text{A} = 0,000\,001\,4\text{ A}$: **faux**

c. $2\,569\text{ mL} = 25,69\text{ dL}$: **vrai**

d. $78\,960\,000\text{ nV} = 0,789\,6\text{ V}$: **faux**

37 **MODE EXPERT** Le diamètre moyen d'un globule rouge est de $7,2\text{ }\mu\text{m}$. Combien faudrait-il aligner de globules rouges pour obtenir 1 m ?

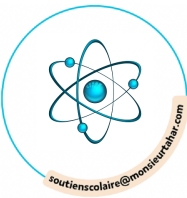
$7,2\text{ }\mu\text{m} = 7,2 \times 10^{-6}\text{ m} = 0,000\,007\,2\text{ m}$

$1 \div 0,000\,007\,2 \approx 138\,889$. Il faut environ

138 889 globules rouges pour obtenir 1 m.



Déterminer l'écriture scientifique d'un nombre décimal



► L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et n est un entier relatif.

- $1,5 \times 10^3$ est l'écriture scientifique de 1 500.

38 Entourer les nombres écrits à l'aide de l'écriture scientifique.

$$9,27 \times 10^4$$

$$0,22 \times 10^5$$

$$152 \times 10^{15}$$

$$1,03 \times 10^0$$

$$2\ 145$$

$$1,5 \times 2^4$$

39 Relier chaque nombre de la colonne de gauche à son écriture scientifique de la colonne de droite.

$0,18 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^7$
18×10^4	$1,8 \times 10^{-4}$
$180\ 000 \times 10^{-8}$	$1,8 \times 10^{-9}$
180×10^5	$1,8 \times 10^{-3}$
$0,000\ 018 \times 10^{-4}$	$1,8 \times 10^5$

40 Écrire chaque nombre sous forme d'un nombre décimal, puis d'une écriture scientifique.

- 3 millions = $3\ 000\ 000 = 3 \times 10^6$
- 85 milliards = $85\ 000\ 000\ 000 = 8,5 \times 10^{10}$
- 123 millions = $123\ 000\ 000 = 1,23 \times 10^8$
- 7 millièmes = $0,007 = 7 \times 10^{-3}$
- 72 millionnièmes = $0,000\ 072 = 7,2 \times 10^{-5}$
- 2,5 millions = $2\ 500\ 000 = 2,5 \times 10^6$
- 457 dixièmes = $45,7 = 4,57 \times 10^1$

41 Écrire les nombres suivants sous forme d'une écriture scientifique.

- $2\ 756 = 2,756 \times 10^3$
- $45\ 000\ 000 = 4,5 \times 10^7$
- $0,72 = 7,2 \times 10^{-1}$
- $0,000\ 000\ 56 = 5,6 \times 10^{-7}$
- $123 = 1,23 \times 10^2$
- $5,7 = 5,7 \times 10^0$
- $100,001 = 1,000\ 01 \times 10^2$

42 Écrire les nombres suivants sous forme d'une écriture scientifique.

- $233 \times 10^3 = 2,33 \times 10^5$
- $12\ 000 \times 10^{-4} = 1,2 \times 10^0$
- $0,000\ 003 \times 10^5 = 3 \times 10^{-1}$
- $1\ 234 \times 10^{-1} = 1,234 \times 10^2$

43 L'épaisseur de la plus petite puce électronique est de 75×10^{-7} m.

1. Entourer les différentes écritures possibles de ce nombre.

$$7\ 500 \times 10^{-9}$$

$$0,000\ 000\ 75$$

$$7,5 \times 10^{-8}$$

$$750\ 000\ 000$$

$$7,5 \times 10^{-6}$$

$$0,000\ 007\ 5$$

2. Parmi toutes les écritures correctes, laquelle est l'écriture scientifique ?

$$7,5 \times 10^{-6}$$

44 Écrire les nombres suivants à l'aide de l'écriture scientifique.

- La masse d'un grain de sable est d'environ $0,000\ 000\ 003$ kg : 3×10^{-9} kg
- La distance entre la Terre et le Soleil est d'environ 150 milliards de km : $1,5 \times 10^{11}$ km
- La vitesse de la lumière est d'environ $300\ 000\ 000$ m/s : 3×10^8 m/s
- Le rayon d'un atome d'oxygène est d'environ 60×10^{-12} m : 6×10^{-11} m

45 **MODE EXPERT** Calculer et exprimer en écriture scientifique les nombres suivants.

$$A = 6 \times 10^2 \times 7 \times 10^5$$

$$A = 6 \times 7 \times 100 \times 100\ 000$$

$$A = 42 \times 10\ 000\ 000$$

$$A = 4,2 \times 10 \times 10\ 000\ 000 = 4,2 \times 10^8$$

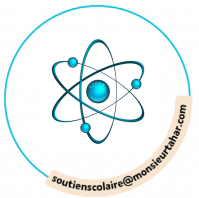
$$B = \frac{0,36 \times 10^{-2}}{2 \times 10^7}$$

$$B = \frac{0,36}{2} \times \frac{0,01}{10\ 000\ 000}$$

$$B = 0,18 \times 0,000\ 000\ 001 = 1,8 \times 10^{-10}$$

**6**

Calculer avec des puissances



► a désigne un nombre relatif, et n désigne un nombre entier supérieur ou égal à 2.

Le produit de n facteurs égaux à a se note a^n et se lit « **a exposant n** » :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

On a $a^1 = a$ et $a^0 = 1$, avec $a \neq 0$.

• $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$.

46 Compléter les phrases suivantes avec les mots : exposant, puissance, facteurs, produit.

a. 6^7 se lit « 6 exposant 7 ».

b. $(-4)^5$ est le produit de cinq facteurs tous égaux à -4 .

c. 13 est l' exposant de 8^{13} .

d. 6^9 est une puissance de 6. L' exposant est 9.
C'est le produit de neuf facteurs tous égaux à 6.

47 Écrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 12^7$

b. $-5 \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^4$

c. $-3,08 \times 3,08 \times 3,08 \times 3,08 \times 3,08 \times 3,08 = -3,08^6$

d. $-1 \times (-1) \times (-1) = (-1)^3$

48 Vrai ou faux ?

a. $6^4 = 6 \times 4$: faux

b. $5^3 = 5\,000$: faux

c. $11^0 = 1$: vrai

d. $(-3)^2 = 3^2$: vrai

49 Entourer les nombres positifs.

$(-5,6)^9$

-17^{24}

$0,01^{11}$

$-(-17,25)^{13}$

$(-9,24)^{312}$

-1^{45}

50 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

a. $3^4 = 81$

b. $(-5)^2 = 25$

c. $-10^9 = -1\,000\,000\,000$

d. $(-0,1)^3 = -0,001$

e. $(-1)^7 = -1$

f. $(-32,17)^0 = 1$

► Dans une expression sans parenthèses comportant des exposants, on effectue d'abord les calculs avec des exposants, puis les multiplications et les divisions et enfin les additions et les soustractions.

51 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

$A = 2^3 + 6 \times 4^2$

$B = 4 - (-3)^2 + 7 \times (-5)$

$A = 8 + 6 \times 16$

$B = 4 - 9 + 7 \times (-5)$

$A = 8 + 96$

$B = 4 - 9 - 35$

$A = 104$

$B = -40$

$C = 10^2 + 2^3 \times (-4)^3$

$C = 100 + 8 \times (-64)$

$C = 100 - 512 = -412$

52 Relier chaque nombre d'une case rouge à son écriture décomposée d'une case bleue et à son écriture décimale d'une case verte.

1,08	$3^2 \times 5^3$	$5 \times 5 \times 5$
675	$3^3 \times 5^2$	$5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
2 025	$\frac{3^3}{5^2}$	$3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$
125	$5^2 \times 3^4$	$\frac{3 \times 3 \times 3}{5 \times 5}$
1 125	$\frac{5^3}{3^0}$	$3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

53 En utilisant la définition d'une puissance, écrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance.

$A = 6^2 \times 6^4 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^6$

$B = (-4)^3 \times 4^2 = -4 \times (-4) \times (-4) \times 4 \times 4 = -4^5$

$C = \frac{7^7}{7^5} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = 7 \times 7 = 7^2$

54 **MODE EXPERT** Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

$A = -6^2 + \frac{(-1)^3 \times (-8)}{(-2)^2}$

$B = \frac{1,5 \times 10^5 + 3,5 \times 10^2}{2 \times 10^4}$

$A = -36 + \frac{-1 \times (-8)}{4}$

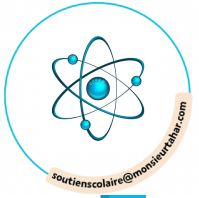
$B = \frac{150\,000 + 350}{20\,000}$

$A = -36 + 2$

$B = \frac{150\,350}{20\,000}$

$A = -34$

$B = 7,5175$



55 Parcours ceinture jaune

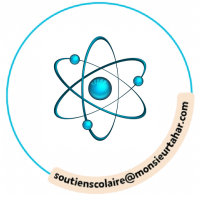
- 905 est-il divisible par 5 ? **Oui**
- 2 033 est-il divisible par 3 ? **Non**
- Donner la décomposition de 10 en produit de facteurs premiers. **2×5**
- $\frac{11}{100}$ est-il un nombre décimal ? **Oui**
- Donner l'écriture décimale de 10^7 . **10 000 000**
- Convertir 32 km en m. **32 000 m**
- Donner l'écriture sous forme d'une puissance de 10 de 0,001. **10^{-3}**
- Convertir 250 g en kg. **0,25 kg**
- $12,3 \times 10^4$ est-elle une écriture scientifique ? **Non**
- Donner sous forme d'une puissance de 10 le résultat du produit $10^3 \times 10^5$. **10^8**
- $2^2 + 3^2 =$ **13**

56 Parcours ceinture verte

- Citer les 6 premiers nombres premiers.
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13
- Donner la décomposition de 18 en produit de facteurs premiers. **$2 \times 3 \times 3$**
- $\frac{13}{25}$ est-il un nombre décimal ? **Oui**
- Donner l'écriture décimale de $14,76 \times 10^5$.
1 476 000
- Donner l'écriture décimale de $143,73 \times 10^{-4}$.
0,014 373
- Donner l'écriture scientifique de 354 000.
 $3,54 \times 10^5$
- Donner l'écriture scientifique de 0,000 51.
 $5,1 \times 10^{-4}$
- Convertir 35 L en cL. **3 500 cL**
- Convertir 23 000 ko en Mo. **23 Mo**
- Donner le résultat de $10^7 \div 10^3$ sous forme d'une puissance de 10. **10^4**
- Calculer $2 \times 3^2 + 5$. **23**

57 Parcours ceinture noire

- 702 est-il divisible par 6 ? **Oui**
- Donner la décomposition de 460 en produit de facteurs premiers. **$2 \times 2 \times 5 \times 23$**
- $\frac{9}{15}$ est-il un nombre décimal ? **Oui**
- Donner l'écriture décimale de $8,7 \times 10^{-5}$.
0,000 087
- Donner l'écriture scientifique de 0,000 27.
 $2,7 \times 10^{-4}$
- Donner l'écriture scientifique de 75×10^{-5} .
 $7,5 \times 10^{-4}$
- Convertir 235 Go en Mo. **235 000 Mo**
- Convertir 12 μg en g. **0,000 012 g**
- $10^{-2} + (-10)^3 =$ **-999,99**
- Donner le résultat de $(10^3 \times 10^{-4}) \div 10^2$ sous forme d'une puissance de 10. **10^{-3}**
- $3 \times (-2)^3 + 12 =$ **-12**



Problèmes



58 Nombres jumeaux

Chercher

Deux nombres premiers sont jumeaux s'ils sont premiers, et si leur différence est égale à 2. Le couple (3 ; 5) est le premier couple de nombres premiers jumeaux.

► Trouver les trois couples suivants.

On écrit les premiers nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Ainsi, les trois couples suivants de nombres jumeaux sont (5 ; 7), (11 ; 13) et (17 ; 19).

59 Trois écritures pour un nombre

Calculer

On donne l'expression numérique :

$$A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}.$$

1. Donner l'écriture décimale de A.

$$A = 210,12$$

2. Donner l'écriture scientifique de A.

$$A = 2,1012 \times 10^2$$

3. Écrire A sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

$$A = 21\,012 \times 10^{-2}$$

60 La dune du Pilat

Représenter

Un mètre cube de sable contient en moyenne mille milliards de grains de sable.

► Sachant que la dune du Pilat a un volume de 60 millions de mètre cube, déterminer le nombre moyen de grains de sable contenus dans la dune.

$$\text{Mille milliards : } 10^{12}$$

$$60 \text{ millions : } 60 \times 10^6$$

$$60 \times 10^6 \times 10^{12} = 60\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \\ = 6 \times 10^{19}$$

Il y a environ 6×10^{19} grains de sable dans la dune du Pilat.

61 Le plus possible

Calculer

1. a. Déterminer tous les diviseurs de 75.

$$75 = 1 \times 75 ; 75 = 3 \times 25 ; 75 = 5 \times 15.$$

Les diviseurs de 75 sont 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 et 75.

b. Déterminer tous les diviseurs de 30.

$$30 = 1 \times 30 ; 30 = 2 \times 15 ; 30 = 3 \times 10 ; 30 = 5 \times 6.$$

Les diviseurs de 30 sont 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 et 30.

c. Quel est le plus grand diviseur commun à 75 et 30 ?

Le plus grand diviseur commun à 75 et 30 est 15.

d. En utilisant ce diviseur, simplifier la fraction $\frac{75}{30}$. Que peut-on dire de la fraction obtenue ?

$$\frac{75}{30} = \frac{75 \div 15}{30 \div 15} = \frac{5}{2}$$

La fraction obtenue est la plus simple possible.

2. De la même manière simplifier le plus possible la fraction $\frac{182}{78}$.

$$182 = 1 \times 182 ; 182 = 2 \times 91 ; 182 = 7 \times 26 ;$$

$$182 = 13 \times 14.$$

Les diviseurs de 182 sont 1 ; 2 ; 7 ; 13 ; 14 ; 26 ;

91 et 182.

$$78 = 1 \times 78 ; 78 = 2 \times 39 ; 78 = 3 \times 26 ; 78 = 6 \times 13.$$

Les diviseurs de 78 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 13 ; 26 ; 39 et 78.

Le plus grand des diviseurs communs à 182 et 78

est 26.

$$\frac{182}{78} = \frac{182 \div 26}{78 \div 26} = \frac{7}{3}$$

62 Le nombre d'étoiles dans l'univers visible

Représenter

On estime à 100 milliards le nombre total de galaxies observables dans l'Univers visible.

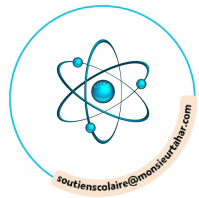
► En admettant qu'une galaxie contient une centaine de milliards d'étoiles, donner le nombre d'étoiles dans l'univers visible, sous la forme d'une puissance de 10.

$$100 \times 10^9 = 100\,000\,000\,000 = 10^{11}$$

$$10^{11} \times 10^{11} = 100\,000\,000\,000 \times 100\,000\,000\,000$$

$$= 10\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{22}.$$

Il y a donc 10^{22} étoiles dans l'univers visible.



Problèmes

63 Lumière

Calculer

La vitesse de la lumière est de l'ordre de 3×10^8 mètres par seconde.

► Quelle est la distance parcourue par la lumière en un an ? Exprimer cette distance en km et en écriture scientifique.

Dans une année, il y a $365 \times 24 \times 3\,600$ secondes, soit 31 536 000 secondes.

$$31\,536\,000 \times 3 \times 10^8 = 9,460\,8 \times 10^{15}$$

La distance parcourue par la lumière en une année est donc de l'ordre de $9,460\,8 \times 10^{15}$ m, soit $9,460\,8 \times 10^{12}$ km.

64 Cellule de bambou

Chercher, Communiquer

À midi, Léa observe au microscope une cellule de bambou. Au bout d'une heure, la cellule s'est divisée en deux. On a alors deux cellules. Au bout de deux heures, ces deux cellules se sont divisées en deux. Léa note toutes les heures les résultats de son observation.

► À quelle heure notera-t-elle, pour la première fois, plus de 200 cellules ?

Au bout d'une heure, Léa observe 2 cellules, au bout de 2 heures elle observe $2^2 = 4$ cellules. Puis au bout de 3 heures, $2^3 = 8$ cellules.

$2^7 = 128$ et $2^8 = 256$, donc elle verra plus de 200 cellules 8 heures plus tard, soit à 20 heures.

65 Poids lourd vs poids plume

Calculer, Communiquer

Un éléphant d'Afrique pèse environ 7 tonnes. Une fourmi pèse environ 7 mg. Flore pense qu'un éléphant pèse un milliard de fois plus lourd qu'une fourmi.

► A-t-elle raison ?

$$7 \text{ tonnes} = 7\,000 \text{ kg} = 7\,000\,000 \text{ g} = 7 \times 10^6 \text{ g}$$

$$= 7 \times 10^6 \times 1\,000 \text{ mg} = 7 \times 10^9 \text{ mg}$$

Un éléphant pèse donc 1 000 000 000 de fois plus lourd qu'une fourmi : Flore a raison.

66 Vers l'infini et au-delà !

Communiquer, Chercher

Voici cinq planètes et leur distance par rapport à la Terre.

Planète	Image	Distance par rapport à la Terre en km
Mercure		92×10^6
Jupiter		680×10^6
Mars		$7,8 \times 10^7$
Neptune		4 500 000 000
Saturne		$0,14 \times 10^{10}$

1. a. Parmi toutes ses distances, laquelle ou lesquelles sont en écriture scientifique en km ?

$7,8 \times 10^7$ km (Mars)

b. Donner l'écriture scientifique des autres distances en km.

$$92 \times 10^6 \text{ km} = 9,2 \times 10^7 \text{ km}$$

$$680 \times 10^6 \text{ km} = 6,8 \times 10^8 \text{ km}$$

$$4\,500\,000\,000 \text{ km} = 4,5 \times 10^9 \text{ km}$$

$$0,14 \times 10^{10} \text{ km} = 1,4 \times 10^9 \text{ km}$$

2. a. Parmi toutes ses distances, laquelle ou lesquelles sont en écriture décimale en km ?

4 500 000 000 km (Neptune)

b. Donner l'écriture décimale des autres distances en km.

$$92 \times 10^6 \text{ km} = 92\,000\,000 \text{ km}$$

$$680 \times 10^6 \text{ km} = 680\,000\,000 \text{ km}$$

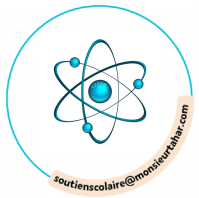
$$7,8 \times 10^7 \text{ km} = 78\,000\,000 \text{ km}$$

$$0,14 \times 10^{10} \text{ km} = 1\,400\,000\,000 \text{ km}$$

3. Quelle est la planète la éloignée de la Terre ?

$$4,5 \times 10^9 > 1,4 \times 10^9 > 6,8 \times 10^8 > 9,2 \times 10^7 > 7,8 \times 10^7$$

Neptune est la planète la plus éloignée de la Terre.



67 Jolies fleurs

Chercher, Calculer

1. Combien de bouquets identiques de fleurs peut-on faire au maximum en utilisant en totalité 84 roses rouges et 196 tulipes blanches ?

Le nombre de bouquets identiques doit être un diviseur de 84 et de 196.

Les diviseurs de 84 sont 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42 et 84.

Les diviseurs de 196 sont 1, 2, 4, 7, 14, 28, 49, 98 et 196.

Les diviseurs communs de 84 et 196 sont donc 1, 2, 4, 7, 14 et 28.

Comme on cherche à former un maximum de bouquets, on prend le plus grand diviseur commun, donc on fait 28 bouquets.

2. Quelle sera alors la composition de chaque bouquet ?

$84 = 3 \times 28$

$196 = 7 \times 28$

Donc chaque bouquet sera composé de 3 roses rouges et de 7 tulipes blanches.

68 Quelle mémoire !

Calculer

Un ordinateur a une capacité de 250 Go. 200 Go sont déjà utilisés. Louis souhaite transférer ses 1 000 photos de 900 ko chacune et 65 vidéos de 700 Mo chacune.

► Pourra-t-il effectuer ce transfert ?

$250 \text{ Go} - 200 \text{ Go} = 50 \text{ Go}$: il reste 50 Go de place dans l'ordinateur.

$1\,000 \times 900 \text{ ko} = 900\,000 \text{ ko} = 900\,000 \times 10^3 \text{ o}$
 $= 900\,000\,000 \text{ o} = 0,9 \times 10^9 \text{ Go}$

$65 \times 700 \text{ Mo} = 45\,500 \text{ Mo} = 45\,500 \times 10^6 \text{ o}$
 $= 45\,000\,000\,000 \text{ o} = 45 \text{ Go}$

$45 \text{ Go} + 0,9 \text{ Go} = 45,9 \text{ Go}$ et $45,9 \text{ Go} < 50 \text{ Go}$, donc Louis pourra effectuer le transfert.

69 Plaques tectoniques

Calculer, Raisonner

La plaque tectonique eurasiatique se déplace d'environ $2,6 \times 10^{-3} \text{ cm}$ par jour.

1. Sachant que la durée de vie moyenne est de 80 ans, Adrien se demande de combien de cm se sera déplacée la plaque tectonique eurasiatique durant sa vie. Calculer cette longueur.

$2,6 \times 10^{-3} \times 365 \times 80 = 75\,920 \times 10^{-3} = 75,92$.

La plaque tectonique eurasiatique se sera déplacée de 75,92 cm durant la vie d'Adrien.

2. Combien d'années faudra-t-il pour que cette plaque tectonique se déplace de 1 m ?

$2,6 \times 10^{-3} \times 365 = 949 \times 10^{-3}$

La plaque tectonique se déplace de $949 \times 10^{-3} \text{ cm}$ en un an.

$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

$100 \div (949 \times 10^{-3}) \approx 105$

Il faudra environ 105 années, soit un peu plus d'un siècle, pour que cette plaque se déplace de 1 m.

70 Course cycliste

Calculer, Chercher

1. Déterminer les six premiers multiples de 216 et 270.

$216 \times 1 = 216$ $270 \times 1 = 270$

$216 \times 2 = 432$ $270 \times 2 = 540$

$216 \times 3 = 648$ $270 \times 3 = 810$

$216 \times 4 = 864$ $270 \times 4 = 1\,080$

$216 \times 5 = 1\,080$ $270 \times 5 = 1\,350$

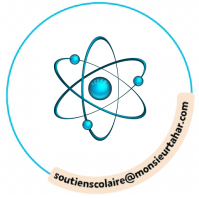
$216 \times 6 = 1\,296$ $270 \times 6 = 1\,620$

2. Dans un vélodrome, deux coureurs cyclistes partent en même temps de la ligne de départ. L'un effectue ses tours en 216 s, l'autre en 270 s.

Au bout de combien de temps minimum seront-ils ensemble à nouveau sur la ligne d'arrivée ?

Le plus petit multiple commun à 216 et 270 est 1 080.

Les deux coureurs seront donc ensemble sur la ligne de départ au bout de 1 080 s au minimum.



Problèmes

71 Cadenas

Raisonner

On considère un cadenas avec un code à quatre chiffres, chacun étant compris entre 0 et 5.

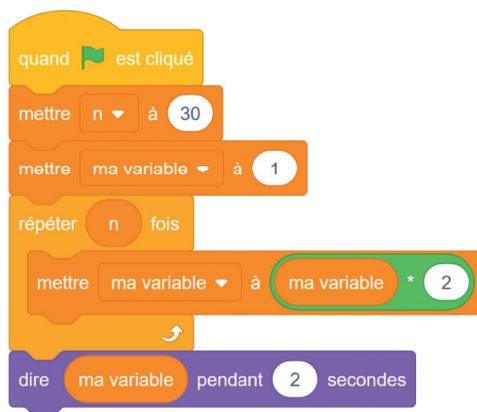
► Combien de combinaisons possibles a ce cadenas ?

Pour chaque chiffre, il y a 6 possibilités, ce qui donne
 $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4 = 1\,296$ combinaisons possibles.

72 Un script puissant

Modéliser, Calculer

Voici un programme réalisé avec scratch.



1. Que permet de calculer ce programme ?

Ce programme permet de calculer 2^{30} .

2. Donner l'écriture scientifique de la réponse donnée par le lutin après l'exécution du programme.

$2^{30} = 1\,073\,741\,824 = 1,073\,741\,824 \times 10^9$

73 Que de multiplications

Chercher, Représenter

Trouver le plus petit nombre entier divisible par les dix premiers entiers naturels.

$2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 7 \times 2 \times 3$

$= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2\,520$.

Le nombre recherché est 2 520.

74 Des bonbons

Chercher, Communiquer

1. Trouver tous les diviseurs de 84.

$84 = 1 \times 84 = 2 \times 42 = 3 \times 28 = 4 \times 21 = 6 \times 14 = 7 \times 12$.

Les diviseurs de 84 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 12 ; 14 ; 21 ;

28 ; 42 et 84.

2. Arthur, Louis et Adrien se partagent des bonbons. Louis en prend un de plus qu'Adrien, Arthur en prend autant que Louis et Adrien ensemble.

Le produit du nombre de bonbons des trois enfants est égal à 84.

Combien Adrien, Louis et Arthur prennent-ils chacun de bonbons ?

En testant les différentes décompositions de 84, la seule qui correspond au problème est : $3 \times 4 \times 7 = 84$ car $3 + 1 = 4$ et $3 + 4 = 7$.

Ainsi Adrien a 3 bonbons, Louis 4 et Arthur 7.

75 Objectif Lune

Chercher, Calculer

L'épaisseur d'une feuille de papier est de 0,01 cm.

Flore affirme : « Si l'on pouvait la plier en deux indéfiniment, l'épaisseur de papier dépasserait rapidement la distance Terre-Lune. »

► Sachant que la Terre est à 384 400 km de distance de la Lune, que penser de l'affirmation de Flore ?

$384\,400 \text{ km} = 384\,400 \times 10^5 \text{ cm} = 38\,440\,000\,000 \text{ cm}$.

À chaque fois que l'on plie la feuille, l'épaisseur est multipliée par 2.

Ainsi, l'épaisseur peut s'écrire sous la forme $0,01 \times 2^n$ où n est le nombre de fois qu'on a plié la feuille.

Pour $n = 41$, on obtient une épaisseur de $0,01 \times 2^{41} \text{ cm} = 21\,990\,232\,556 \text{ cm}$, ce qui est inférieur à la distance Terre - Lune.

Pour $n = 42$, on obtient une épaisseur de $0,01 \times 2^{42} \text{ cm} = 43\,980\,465\,111 \text{ cm}$, ce qui est supérieur à la distance Terre - Lune.

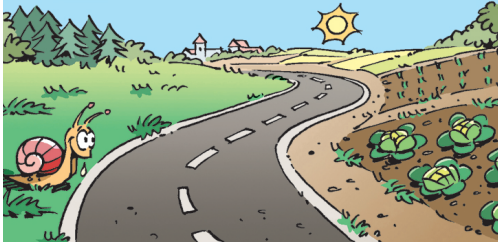
Donc, en pliant 42 fois la feuille de papier, on dépasse la distance Terre - Lune.

L'affirmation de Flore est donc correcte.

Tâche complexe

76 Léo l'escargot a une petite faim. Il aperçoit de l'autre côté de la route un champ de laitues.

Doc 1 La situation



Doc 2 Les distances

- La largeur de chacune des deux voies est de 3,50 m.
- Le champ de laitues se trouve à 2,9 m de la route.

Doc 3 Les vitesses

- Vitesse de Léo : 0,047 km/h
- Vitesse de la lumière : 3×10^5 km/s

Doc 4 Distances des planètes du Système solaire au soleil

- | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| • Mercury : 57,91 millions km | • Mars : 227,9 millions km | • Uranus : 2,871 milliards km |
| • Vénus : 108,2 millions km | • Jupiter : 778,5 millions km | • Neptune : 4,495 milliards km |
| • Terre : 149,6 millions km | • Saturne : 1,434 milliards km | |

► Au moment où Léo l'escargot commence à traverser, un rayon lumineux part du Soleil. Quelle planète du Système solaire ce rayon lumineux atteindra-t-il lorsque Léo mangera sa première laitue ?

Distance à parcourir par l'escargot : $3,5 \text{ m} \times 2 + 2,9 \text{ m} = 9,9 \text{ m} = 9,9 \times 10^{-3} \text{ km}$

Temps mis par l'escargot : $t = \frac{d}{v} = \frac{9,9 \times 10^{-3}}{0,047} \approx 0,21$ et $0,21 \text{ h} \approx 0,21 \times 3\,600 \text{ s} \approx 756 \text{ s}$.

Temps en secondes mis par la lumière du soleil pour atteindre chaque planète :

Mercury : $\frac{57,91 \times 10^6}{3 \times 10^5} \approx 193 \text{ s}$

Vénus : $\frac{108,2 \times 10^6}{3 \times 10^5} \approx 361 \text{ s}$

Terre : $\frac{149,6 \times 10^6}{3 \times 10^5} \approx 497 \text{ s}$

Mars : $\frac{227,9 \times 10^6}{3 \times 10^5} \approx 760 \text{ s}$

Le rayon lumineux atteindra la planète Mars.



Le jeu

Appariements

Par groupe de trois ou quatre, fabriquer dix cartes Préfixe, dix cartes Symbole, dix cartes Puissance de 10 et dix cartes Nombre décimal, comme par exemple :

micro μ 10^{-6} 0,000 001

Mélanger et disposer les cartes faces cachées. À tour de rôle, chaque élève retourne deux cartes. Si elles forment une paire, il les garde et rejoue, sinon il les remet faces cachées. Le gagnant est celui qui a le plus de paires.

Le défi

Zéro en nombre

Quand le nombre $3^4 \times 4^{10} \times 5^{15}$ est écrit sous forme décimale, combien de zéros y-a-t-il à la fin du nombre ?

Raisonner sans calculatrice.

Il y a 15 zéros.