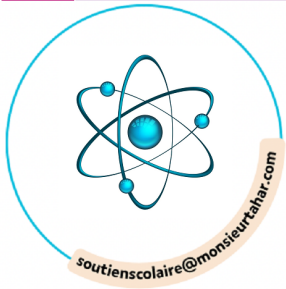


MATHS



CHAPITRE 6



Équations



1

Connaitre la notion d'équation

► Une **équation** est une égalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre.

Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.

- $x + 12$ est une équation d'inconnue x .
Si $x = 3$, l'égalité est vraie car $3 + 12 = 15$.
Si $x = -3$, l'égalité est fausse car $-3 + 12 \neq 15$.

1 Dans chacune des équations suivantes, identifier l'inconnue et chacun des membres de l'égalité.

a. $5x + 4 = 7$

- inconnue : x
- membre de gauche : $5x + 4$
- membre de droite : 7

b. $6y - 4 = 2y$

- inconnue : y
- membre de gauche : $6y - 4$
- membre de droite : $2y$

2 On considère l'égalité $-2x = -6$.

1. Cette égalité est-elle vraie si $x = 1$?

Non, car $-2 \times 1 = -2$ et $-2 \neq -6$

2. Cette égalité est-elle vraie si $x = 3$?

Oui, car $-2 \times 3 = -6$

► Une **solution** d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie. Pour tester si un nombre est une solution d'une équation d'inconnue x :

- on calcule le membre de gauche en remplaçant x par cette valeur ;
- on calcule le membre de droite en remplaçant x par cette valeur ;
- on observe si les deux membres sont égaux ou non, et on conclut.

3 Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui sont solutions de l'équation $7 - x = 3x - 17$.

- 0 • -1 • 12 • -2,5 • 6

4 Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui sont solutions de l'équation $x^2 - 2x = -7x$.

- 0 • 1 • -7 • -5 • 5

5 Associer chaque équation de la colonne rouge à sa solution de la colonne bleue.

$10x + 1 = 8x$	$x = 2$
$2x = \frac{x}{2} + 3$	$x = -0,5$
$5(x + 1) = 4x$	$x = -5$

6 On considère l'équation $5x - 6 = 3x - 8$.

1. 5 est-il solution de l'équation ?

$5 \times 5 - 6 = 19$ et $3 \times 5 - 8 = 7$

Donc 5 n'est pas solution de l'équation.

2. -1 est-il solution de l'équation ?

$5 \times (-1) - 6 = -11$ et $3 \times (-1) - 8 = -11$

Donc -1 est une solution de l'équation.

3. -2,5 est-il solution de l'équation ?

$5 \times (-2,5) - 6 = -18,5$ et $3 \times (-2,5) - 8 = -15,5$

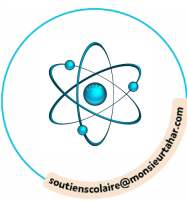
Donc -2,5 n'est pas solution de l'équation.

7 **MODE EXPERT** Associer chaque équation de la colonne rouge à sa ou ses solutions de la colonne bleue.

$y^2 = 9y$	$y = 1$
$2(y - 4) = 2y - 8$	$y = 0$
$(y + 4) + (y - 1) = 5$	$y = -4$
$6y + 18 = 18 - 14y$	$y = 9$



Résoudre une équation simple



► Une **égalité** reste **vraie** lorsque l'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres. On peut ainsi **résoudre des équations**, c'est-à-dire en trouver toutes ses solutions.

• $x - 4 = 9$ $x + 8 = 11$
 $x - 4 + 4 = 9 + 4$ $x + 8 - 8 = 11 - 8$
 $x = 13$ $x = 3$
 13 est la solution de 3 est la solution de
 l'équation $x - 4 = 9$. l'équation $x + 8 = 11$.

8 Compléter les résolutions d'équations suivantes.

a. $x + 5 = 12$

$x + 5 - 5 = 12 - 5$

$x = 7$

L'équation $x + 5 = 12$ a pour solution 7 .

b. $x - 4,7 = 15$

$x - 4,7 + 4,7 = 15 + 4,7$

$x = 19,7$

L'équation $x - 4,7 = 15$ a pour solution $19,7$.

9 Dans chaque cas, entourer l'opération qui permet de résoudre l'équation donnée.

a. $x - 7 = 3$

Ajouter 7	Soustraire 7	Ajouter 3	Soustraire 3
--------------	-----------------	--------------	-----------------

b. $x + 9 = 1$

Ajouter 9	Soustraire 9	Ajouter 1	Soustraire 1
--------------	-----------------	--------------	-----------------

c. $x - (-10) = 2$

Ajouter 2	Soustraire 2	Ajouter -10	Soustraire -10
--------------	-----------------	----------------	-------------------

10 Résoudre les équations suivantes.

a. $7 + x = -3$

$7 + x - 7 = -3 - 7$

$x = -10$

b. $9 = 3,6 + x$

$9 - 3,6 = 3,6 + x - 3,6$

$5,4 = x$

► Une **égalité** reste **vraie** lorsque l'on multiplie (ou divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul.

• $\frac{x}{3} = 7$ $x = -0,5$
 $\frac{x}{3} \times 3 = 7 \times 3$ $4x \div 4 = -2 \div 4$
 $x = 21$ $x = -0,5$
 21 est la solution de -0,5 est la solution de
 l'équation $\frac{x}{3} = 7$. l'équation $4x = -2$.

11 Compléter les résolutions d'équations suivantes.

a. $4x = 10$

$4x \div 4 = 10 \div 4$

$x = 2,5$

L'équation $4x = 10$ a pour solution $2,5$.

b. $\frac{x}{6} = 7$

$\frac{x}{6} \times 6 = 7 \times 6$

$x = 42$

L'équation $\frac{x}{6} = 7$ a pour solution 42 .

12 Résoudre les équations suivantes.

a. $-8x = 17$

$-8x \div (-8) = 17 \div (-8)$

$x = -2,125$

b. $-4 = \frac{x}{7}$

$-4 \times 7 = \frac{x}{7} \times 7$

$-28 = x$ donc $x = -28$

13 Résoudre les équations suivantes.

a. $4x = 25$

$\frac{4x}{4} = \frac{25}{4}$

$x = 6,25$

b. $x - 8 = -5$

$x - 8 + 8 = -5 + 8$

$x = 3$

c. $x + 7 = 12$

$x + 7 - 7 = 12 - 7$

$x = 5$

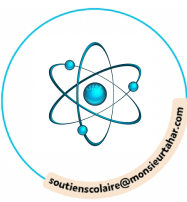
d. $\frac{x}{9} = 10$

$\frac{x}{9} \times 9 = 10 \times 9$

$x = 90$



Résoudre des équations



► Pour **résoudre une équation**, plusieurs actions peuvent être nécessaires.

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 7 \\ 2x - 5 + 5 &= 7 + 5 \\ 2x &= 12 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{12}{2} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

14 Compléter puis terminer la résolution de l'équation suivante.

a. $2x + 1 = 3$

$$2x + 1 - 1 = 3 - 1$$

$$2x = 2$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$

b. $-3x - 7 = 2$

$$-3x - 7 + 7 = 2 + 7$$

$$-3x = 9$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{9}{-3}$$

$$x = -3$$

15 Résoudre les équations suivantes.

a. $7x - 8 = 6$

$$7x - 8 + 8 = 6 + 8$$

$$7x = 14$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

b. $-25 = 9x + 2$

$$-25 - 2 = 9x + 2 - 2$$

$$-27 = 9x$$

$$\frac{-27}{9} = \frac{9x}{9}$$

$$x = -3$$

► Si l'inconnue est présente dans les deux membres d'une équation, on commence par faire en sorte qu'elle n'apparaisse plus que dans **un seul membre**.

$$\begin{aligned} 5x - 2 &= 3x + 4 \\ 5x - 3x - 2 &= 3x - 3x + 4 \\ 2x - 2 &= 4 \end{aligned}$$

16 Résoudre les équations suivantes.

a. $7x + 2 = 2x + 14$

$$7x - 2x + 2 = 2x - 2x + 14$$

$$5x + 2 = 14$$

$$5x + 2 - 2 = 14 - 2$$

$$5x = 12$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{12}{5}$$

$$x = 2,4$$

b. $4x - 3 = 7x + 9$

$$4x - 7x - 3 = 7x - 7x + 9$$

$$-3x - 3 = 9$$

$$-3x - 3 + 3 = 9 + 3$$

$$-3x = 12$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{12}{-3}$$

$$x = -4$$

17 **MODE EXPERT** Résoudre l'équation suivante.

$$2(3x - 5) = 7(x + 2) - 1$$

$$6x - 10 = 7(x + 2) - 1$$

$$6x - 10 = 7x + 14 - 1$$

$$6x - 10 = 7x + 13$$

$$6x - 7x - 10 = 7x - 7x + 13$$

$$-x - 10 = 13$$

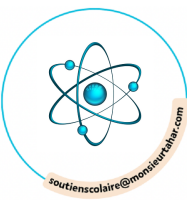
$$-x - 10 + 10 = 13 + 10$$

$$-x = 23$$

$$x = -23$$



4 Modéliser une situation



► Pour modéliser une situation à l'aide d'une équation, on suit les étapes suivantes.

- **Choix de l'inconnue** : On choisit l'inconnue, généralement notée x , qui désigne ce que l'on cherche.
- **Mise en équation** : On traduit les données de l'énoncé du problème par une équation.
- **Résolution de l'équation** : On résout l'équation en utilisant les propriétés du cours.
- **Conclusion** : On interprète le résultat en rédigeant une phrase.

18 x désigne un nombre quelconque. Exprimer à l'aide d'une expression littérale la plus simple possible.

a. La somme du double de x et de 2.

$$2x + 2$$

b. La différence entre triple de x et 4.

$$3x - 4$$

c. La somme de 5 et de la moitié de x .

$$5 + \frac{x}{2}$$

d. Le produit de 2 par la somme de x et de 1.

$$2(x + 1)$$

19 Arthur a acheté un pantalon et une paire de chaussures. Il a dépensé 120 €. Le pantalon a coûté 25 € de moins que la paire de chaussures.

a. Quel est le prix de la paire de chaussures ?

x désigne le prix des chaussures.

Le prix du pantalon est donc $x - 25$

On a donc $x + x - 25 = 120$

$$2x - 25 = 120$$

$$2x - 25 + 25 = 120 + 25$$

$$2x = 145$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{145}{2}$$

$$x = 72,5$$

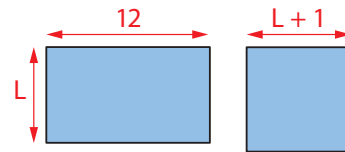
Le prix de la paire de chaussures est 72,5 €.

b. En déduire le prix du pantalon.

$$72,5 - 25 = 47,5$$

Le prix du pantalon est 47,5 €.

20 On considère le rectangle et le carré ci-dessous où L désigne un nombre positif. Les longueurs sont en cm.



On cherche la ou les valeurs de L pour que le périmètre du rectangle soit égal au périmètre du carré.

1. Traduire ce problème par une équation.

$$\mathcal{P}_{\text{rectangle}} = 2L + 2 \times 12 = 2L + 24$$

$$\mathcal{P}_{\text{carré}} = 4(L + 1) = 4L + 4$$

$$\text{L'équation est } 2L + 24 = 4(L + 1).$$

2. Résoudre cette équation.

$$2L + 24 = 4L + 4$$

$$2L - 4L + 24 = 4L - 4L + 4$$

$$-2L + 24 = 4$$

$$-2L + 24 - 24 = 4 - 24$$

$$-2L = -20$$

$$\frac{-2L}{-2} = \frac{-20}{-2}$$

$$L = 10$$

3. Répondre au problème posé.

Pour que le rectangle et le carré aient le même périmètre, la longueur L doit être égale à 10 cm.

21 **MODE EXPERT** La somme de trois nombres entiers consécutifs est 78. Quels sont ces trois nombres ?

Soit x le premier nombre. On a donc :

$$x + x + 1 + x + 2 = 78$$

$$3x + 3 = 78$$

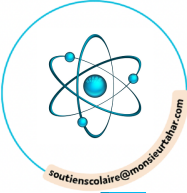
$$3x + 3 - 3 = 78 - 3$$

$$3x = 75$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{75}{3}$$

$$x = 25$$

Les trois nombres cherchés sont 25, 26 et 27.



22 Parcours ceinture jaune

1. 3 est-il solution de $x + 4 = 7$? **Oui**
2. -5 est-il solution de $x + 7 = -12$? **Non**
3. L'égalité $3x - 1 = 0$ est-elle vraie pour $x = 3$? **Non**
4. L'égalité $5x - 3 = 2$ est-elle vraie pour $x = 1$? **Oui**
5. Résoudre $x + 4 = 5$. **$x = 1$**
6. Résoudre $x - 3 = 7$. **$x = 10$**
7. Résoudre $2x = 10$. **$x = 5$**
8. Résoudre $-5x = 75$. **$x = -15$**
9. Résoudre $\frac{x}{3} = 5$. **$x = 15$**
10. Résoudre $2x + 4 = 6$. **$x = 1$**
11. Résoudre $6x - 7 = 11$. **$x = 3$**
12. Résoudre $5x + 4 = -16$. **$x = -4$**
13. Quelle équation modélise la situation :
« Augmenté de 3, je suis égal à 12 » ? **$x + 3 = 12$**

23 Parcours ceinture verte

1. -4 est-il solution de $x + 6 = -10$? **Non**
2. -1 est-il solution de $2x + 5 = 3$? **Oui**
3. L'égalité $4 - 6x = 10$ est-elle vraie pour $x = -1$?
Oui
4. L'égalité $6x - 1 = 3x + 7$ est-elle vraie pour $x = 0$?
Non
5. Résoudre $x + 8 = -5$. **$x = -13$**
6. Résoudre $x - 2 = -5$. **$x = -3$**
7. Résoudre $4x = -30$. **$x = -7,5$**
8. Résoudre $\frac{x}{8} = 2,5$. **$x = 20$**
9. Résoudre $5x + 1 = 16$. **$x = 3$**
10. Résoudre $2x - 3 = 5x + 3$. **$x = -2$**
11. Résoudre $4x - 7 = x + 2$. **$x = 3$**
12. Quelle équation modélise la situation :
« Augmenté de 5, je suis égal à mon double » ?
 $x + 5 = 2x$

24 Parcours ceinture noire

1. -2 est la solution $3x - 6 = 0$? **Non**
2. 12 est la solution de $\frac{x}{3} = 4$? **Oui**
3. L'égalité $5x - 1 = 3x + 2$ est-elle vraie
pour $x = -1$? **Non**
4. L'égalité $3x - 1 = 1$ est-elle vraie pour $x = \frac{2}{3}$? **Oui**
5. Résoudre $-3x = -7$. **$x = \frac{7}{3}$**
6. Résoudre $\frac{x}{2} = -4$. **$x = -8$**
7. Résoudre $x - 8 = -15$. **$x = -7$**
8. Résoudre $3 - x = 2$. **$x = 1$**
9. Résoudre $6x - 3 = 5x$. **$x = 3$**
10. Résoudre $-2x + 3 = 5x + 17$. **$x = -2$**
11. Résoudre $4x - 7 = x + 3$. **$x = \frac{10}{3}$**
12. Quelle équation modélise la situation : « Mon
double diminué de 2 est égal à mon triple
augmenté de 7 » ? **$2x - 2 = 3x + 7$**
13. Quel nombre additionné à 9 donne son
quadruple ? **3**

Problèmes



25 Ballade au zoo

Calculer, Chercher

Dans un parc zoologique, la visite coûte 6 € pour les adultes et 5 € pour les enfants. À la fin de la journée, on sait que 630 personnes ont visité le parc et que la recette est de 3 270 €.

► Parmi les personnes qui ont visité le parc ce jour-là, combien y avait-il d'enfants et combien y avait-il d'adultes ?

x désigne le nombre d'adultes.

$630 - x$ désigne alors le nombre d'enfants.

$$6 \times x + 5 \times (630 - x) = 3\,270$$

$$6x + 3\,150 - 5x = 3\,270$$

$$x + 3\,150 = 3\,270$$

$$x + 3\,150 - 3\,150 = 3\,270 - 3\,150$$

$$x = 120$$

Il y a 120 adultes qui ont visité le parc.

$$630 - 120 = 510$$

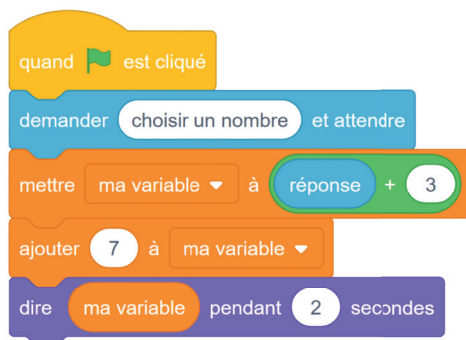
510 enfants ont visité le parc.

26 Programmes de calcul

Modéliser, Calculer

Voici deux programmes de calcul.

Programme A



Programme B

Choisir un nombre.
Multiplier par 5.
Retrancher 4.
Multiplier par 2.

1. Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme A soit -2 ?

Soit x le nombre de départ.

$$3x + 7 = -2$$

$$3x = -9$$

$$x = -3$$

Le nombre de départ doit être -3 .

2. Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme B soit 0 ?

Soit x le nombre de départ.

$$(5x - 4) \times 2 = 0$$

$$10x - 8 = 0$$

$$10x = 8$$

$$x = \frac{8}{10}$$

$$x = 0,8$$

Le nombre de départ doit être $0,8$.

3. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir le même résultat avec les deux programmes ?

Soit x le nombre de départ.

$$3x + 7 = (5x - 4) \times 2$$

$$3x + 7 = 10x - 8$$

$$7x = 15$$

$$x = \frac{15}{7}$$

Le nombre de départ doit être $\frac{15}{7}$.

27 Diverses situations

Modéliser, Calculer

Voici trois situations et trois équations.

a. Raphaël a 3 ans et Mathis 15 ans. Dans combien d'années Mathis aura-t-il le triple de l'âge de Raphaël ?

b. Candice a acheté un DVD à 15 € et un livre, Flore a acheté un stylo à 1 € et le même livre. Candice a payé trois fois plus que Flore. Quel est le prix du livre ?

c. La somme d'un nombre et de 15 est égale à la somme de son triple et de 1. Quel est ce nombre ?

① $x + 15 = 3x + 1$

② $3(3 + x) = 15 + x$

③ $3(1 + x) = 15 + x$

1. Associer chaque situation à l'équation qui peut la modéliser.

La situation a. se modélise par l'équation ②.

La situation b. se modélise par l'équation ③.

La situation c. se modélise par l'équation ①.

2. Résoudre les trois équations et répondre aux trois problèmes posés.

Situation a. : $3(3 + x) = 15 + x$

$9 + 3x = 15 + x$

$3x - x = 15 - 9$

$2x = 6$

$x = 6 \div 2 = 3$

Mathis aura le triple de l'âge de Raphael dans 3 ans.

Situation b. : $3(1 + x) = 15 + x$

$3 + 3x = 15 + x$

$3x - x = 15 - 3$

$2x = 12$

$x = 12 \div 2 = 6$

Le livre coûte 6 €.

Situation c. : $x + 15 = 3x + 1$

$15 - 1 = 3x - x$

$14 = 2x$

$14 \div 2 = x$

$7 = x$

Le nombre cherché est 7.

28 Héritage

Calculer, Chercher

Sam le pirate veut partager un trésor de 80 000 pièces d'or entre lui et ses deux matelots Bob et John, et de sorte que lui, Sam, ait 7 000 pièces d'or de plus que Bob et que John ait 3 000 de moins que Sam.

Déterminer la part de chacun.

x désigne la part de Sam. La part de Bob est $x - 7 000$.

La part de John est $x - 3 000$. On a l'équation :

$x + x - 7 000 + x - 3 000 = 80 000$

$3x - 10 000 = 80 000$

$3x - 10 000 + 10 000 = 80 000 + 10 000$

$3x = 90 000$

$\frac{3x}{3} = \frac{90 000}{3}$

$x = 30 000$

Sam aura 30 000 pièces d'or.

Bob aura 23 000 pièces d'or.

John aura 27 000 pièces d'or.

29 L'anniversaire

Calculer, Communiquer

Marion achète des bougies, toutes au même prix. Si elle en achète six, il lui restera 3,10 €. Si elle en achète huit, il lui manquera 2,20 €.

1. Une bougie peut-elle coûter 2,50 € ?

$6 \times 2,50 + 3,10 = 18,1$

$8 \times 2,50 - 2,20 = 17,8$

$18,1 \neq 17,8$

Donc une bougie ne peut pas coûter 2,50 €.

2. Déterminer le prix d'une bougie.

x désigne le prix d'une bougie.

$6x + 3,10 = 8x - 2,20$

$6x - 8x + 3,10 = 8x - 8x - 2,20$

$-2x + 3,10 = -2,20$

$-2x + 3,10 - 3,10 = -2,20 - 3,10$

$-2x = -5,30$

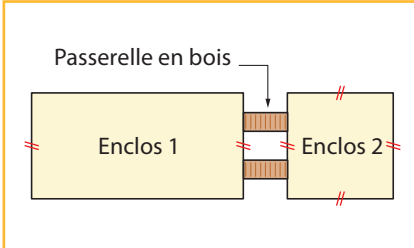
$x = \frac{-5,30}{-2} = 2,65$

Une bougie coûte 2,65 €.

Tâche complexe

30 Mme Gallus a construit deux enclos pour y mettre des poules. Dans le premier, il y aura cinq poules Sussex, dans le second, deux poules Padoue.

Doc 1 Plan des deux enclos



Doc 2 Prix des poules par race



Poule Sussex : 9 € Poule Padoue : 27 €



Doc 3 Prix de la clôture



0,90 € le mètre

▮ Sachant que la longueur du premier enclos est le double de sa largeur, et que Mme Gallus souhaite dépenser le même montant total (clôture + poules) pour chacun des enclos, déterminer la longueur totale de clôture à acheter.

Notons x la largeur en mètres du premier enclos.

Cout pour le premier enclos : $(2x + 2 \times 2x) \times 0,9 + 5 \times 9 = 5,4x + 45$

Cout pour le second enclos : $4x \times 0,9 + 2 \times 27 = 3,6x + 54$

On a donc $5,4x + 45 = 3,6x + 54$, soit $1,8x = 9$, soit $x = 9 \div 1,8 = 5$.

$(5 \times 2 + 5 \times 2 \times 2) + 4 \times 5 = 50$

Mme Gallus devra acheter 50 mètres de clôture.



Le jeu

Domino

Chaque élève doit :

- inventer 10 équations qui auront pour solution un nombre entier compris entre 1 et 10, les 10 nombres devant être utilisés ;
- écrire ces 10 équations sur un domino comme le modèle, avec sur la partie droite l'équation et sur la partie gauche un nombre entier de 1 à 10 différent de la solution de l'équation.

$$6 \mid 10 - x = 5$$

$$7 \mid 9 - x = 3$$

Par groupe de trois ou quatre élèves, regrouper tous les dominos créés et faire une partie. Le premier jouer qui a posé tous ses dominos a gagné.

Le défi

Règles d'équerre

$$\text{Règle} + \text{Équerre} + \text{Équerre} = 17$$

$$\text{Règle} + \text{Règle} + 3 = 13$$

$$\text{Règle} + \text{Règle} = 9$$

$$\text{Règle} + \text{Équerre} = 14$$

$$\text{Règle} = -3$$