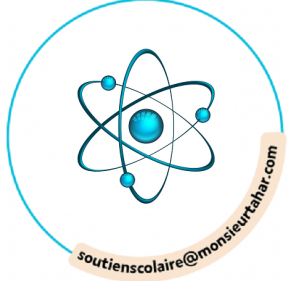


MATHS



CHAPITRE 7/8



Statistiques et probabilités



1

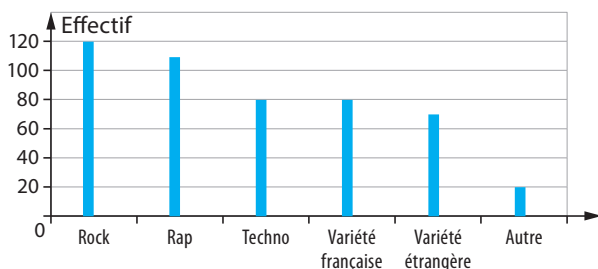
Représenter graphiquement des données

► Un **diagramme en bâtons** (ou en barres) est un diagramme dans lequel les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux effectifs des données.

1 Dans un collège de 480 élèves, le bureau du foyer a procédé à une enquête sur les types de musique préférés par la totalité des élèves.

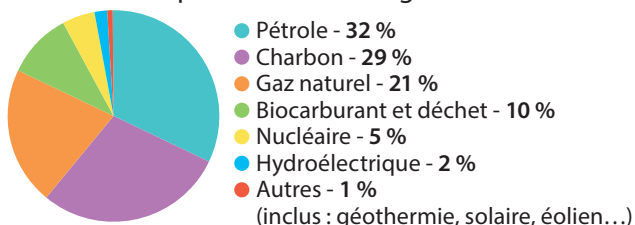
Type	Effectif
Rock	120
Rap	110
Techno	80
Variété française	80
Variété étrangère	70
Autre	20
Total	480

Représenter ces données par un diagramme en bâtons.



► Un **diagramme circulaire** est un diagramme dans lequel les mesures des angles des secteurs sont proportionnelles aux effectifs (ou aux fréquences) des données.

2 Le diagramme ci-dessous donne la répartition des sources de production d'énergie dans le monde.



Compléter les phrases suivantes.

a. 29 % de l'énergie dans le monde est produite avec du charbon.

b. Les biocarburants et déchets sont deux fois plus utilisés que le nucléaire.

c. Le solaire fait partie des ressources les moins utilisées pour produire de l'énergie.

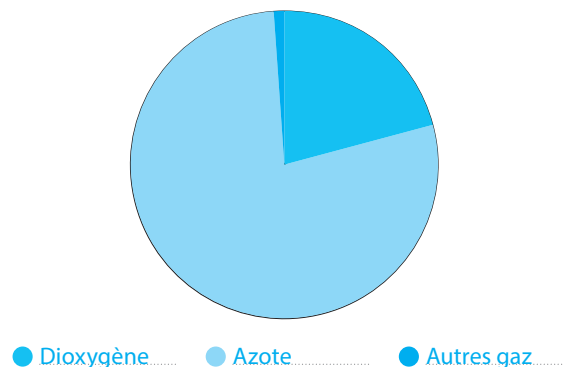
d. Environ un tiers de l'énergie est produit avec du pétrole.

3 L'atmosphère terrestre est constituée d'un mélange de gaz appelé air. L'air n'est donc pas un corps pur puisqu'il est composé de plusieurs constituants. On considère qu'il est constitué de 21 % de dioxygène, de 78 % d'azote et de 1 % d'autres gaz. Après avoir complété le tableau suivant, réaliser un diagramme circulaire représentant la répartition de ces différents gaz dans l'atmosphère.

Type de constituants	Dioxygène	Azote	Autres gaz	Total
Pourcentage	21 %	78 %	1 %	100 %
Angle au degré près	75°	281°	4°	360°

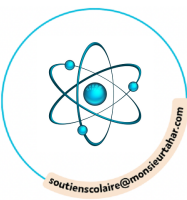
× 3,6

Composition de l'atmosphère





Calculer une moyenne



► Dans une série de données :

- l'**effectif** d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparaît ;
- l'**effectif total** est la somme de tous les effectifs ;
- la **fréquence** d'une donnée est le quotient de son effectif par l'effectif total :
fréquence d'une donnée = $\frac{\text{effectif de la donnée}}{\text{effectif total}}$

4 Fabien fait partie d'un club de football. Voici la répartition des enfants du club de football en fonction de leur âge.

Âge (en années)	11	12	13	14
Effectif	4	8	10	3

1. Quelles sont les données de cette série statistique ?

Les données sont 11 ; 12 ; 13 ; 14.

2. Quel est l'effectif total de cette série ?
Interpréter ce résultat par une phrase.

$$4 + 8 + 10 + 3 = 25$$

Il y a 25 enfants dans ce club de football.

3. Quelle est la fréquence de la donnée 13 exprimée en pourcentage ? Traduire ce résultat par une phrase.

$$\frac{10}{25} = 0,4 = \frac{40}{100}$$

40 % des enfants de ce club ont 13 ans.

► La **moyenne** d'une série de données numériques est égale à la somme des produits de chaque donnée par son effectif, divisée par l'effectif total :

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des produits des données par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

5 Calculer la moyenne de chacune des séries suivantes.

a. 8 • 4 • 2 • 8 • 6 • 8

$$\frac{2 + 4 + 6 + 8 \times 3}{1 + 1 + 1 + 3} = \frac{36}{6} = 6$$

b. 20 • 16 • 15 • 20 • 16

$$\frac{15 + 16 \times 2 + 20 \times 2}{1 + 2 + 2} = \frac{87}{5} = 17,4$$

6 Voici les prévisions météo donnant les températures de la ville d'Hossegor dans les Landes du 8 novembre au 12 novembre.

	08/11	09/11	10/11	11/11	12/11
T max (°C)	13	15	15	15	16
T min (°C)	5	10	11	11	10

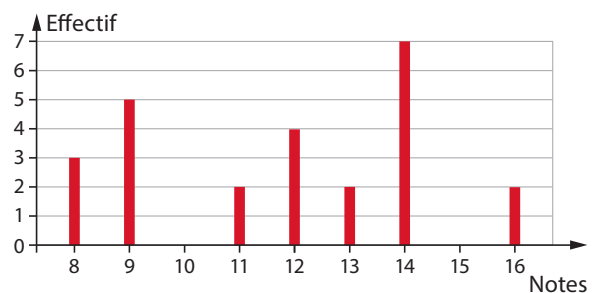
1. Calculer la moyenne des températures maximales.

$$\frac{13 + 15 \times 3 + 16}{1 + 3 + 1} = \frac{74}{5} = 14,8^\circ\text{C}$$

2. Calculer la moyenne des températures minimales.

$$\frac{5 + 10 \times 2 + 11 \times 2}{1 + 2 + 2} = \frac{47}{5} = 9,4^\circ\text{C}$$

7 Voici le diagramme en bâtons représentant la répartition des notes obtenues à un devoir par une classe de 4^e.



Calculer la moyenne de la classe à ce devoir.

$$\frac{3 \times 8 + 5 \times 9 + 2 \times 11 + 4 \times 12 + 2 \times 13 + 7 \times 14 + 2 \times 16}{3 + 5 + 2 + 4 + 2 + 7 + 2} = \frac{295}{25} = 11,8$$

8 **MODE EXPERT** Arthur, directeur d'un centre aéré, étudie le temps passé en moyenne devant les écrans des enfants inscrits à son centre.

Les 40 enfants âgés de 4 à 6 ans restent 2 h 22 min tous les jours devant les écrans, les 55 enfants âgés de 7 à 10 ans, 2 h 53 min et les 25 enfants âgés de 11 à 14 ans, 3 h 34 min.

Calculer la durée moyenne par jour que passent les enfants de ce centre aéré devant les écrans.

$$40 \times 2 \text{ h } 22 \text{ min} + 55 \times 2 \text{ h } 53 \text{ min} + 25 \times 3 \text{ h } 34 \text{ min} = 265 \text{ h } 4 \text{ } 645 \text{ min} = 20 \text{ } 545 \text{ min}$$

$$20 \text{ } 545 \text{ min} \div (40 + 55 + 25) = 20 \text{ } 545 \text{ min} \div 120 \approx 171 \text{ min}$$

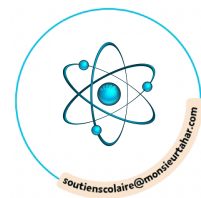
$$171 \text{ min} = 2 \text{ h } 51 \text{ min.}$$

Les enfants de ce centre aéré passent en moyenne

2 h 51 min par jour devant les écrans.



Déterminer une médiane



► Dans une série ordonnée de données numériques, on appelle **médiane** un nombre qui partage cette série en deux séries de même effectif.

► Pour déterminer une médiane, on range les données de la série par ordre croissant.

- **Série d'effectif impair** : la médiane est une donnée de la série.

2 5 9 10 14
2 données 2 données
↑
médiane

La médiane de cette série est 9.

- **Série d'effectif pair** : la médiane se trouve entre deux données de la série. Par convention, on prend la valeur centrale entre ces deux données.

1 4 7 13 15 17
3 données 3 données
↑
médiane

Cette série a pour médiane $(13 + 7) \div 2 = 10$.

9 Vrai ou faux ?

- a. La série 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 a pour médiane 3. **Vrai**
- b. La série 9 ; 11 ; 12 ; 13 a pour médiane 12. **Faux**
- c. La série 4 ; 5 ; 9 ; 15 a pour médiane 7. **Vrai**
- d. La série 8 ; 4 ; 9 ; 6 ; 1 a pour médiane 9. **Faux**

10 Quelle est la médiane de chacune des séries statistiques suivantes ?

- a. 8 ; 16 ; 19 ; 21 ; 22 **La médiane est 19.**
- b. 47 ; 49 ; 51 ; 52 **La médiane est 50.**

11 On a relevé l'âge des 10 membres d'équipage d'un voilier : 18 ; 28 ; 20 ; 22 ; 22 ; 20 ; 20 ; 20 ; 28 ; 22. Quel est l'âge médian des équipiers ? Interpréter ce résultat.

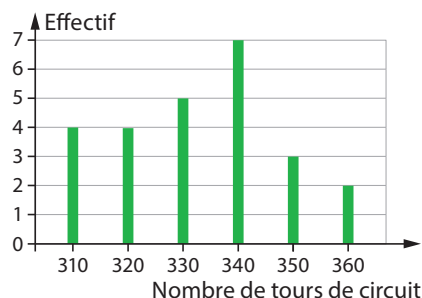
18 20 20 20 20 22 22 22 28 28
5 données 5 données

$(20 + 22) \div 2 = 21$

La médiane est 21 ans.

La moitié de l'équipage a moins de 21 ans, et l'autre moitié a plus de 21 ans.

12 **MODE EXPERT** La course automobile des 24 Heures du Mans consiste à effectuer en 24 heures le plus grand nombre de tours d'un circuit. Le diagramme en bâtons ci-dessous donne la répartition du nombre de tours effectués par les 25 premiers coureurs automobiles du rallye.



Déterminer la médiane de cette série.

Il y a 25 données dans cette série, donc la médiane est la 13^e valeur de la série.

Il y a 4 valeurs pour 310 tours, donc $4 + 4 = 8$ valeurs pour 310 et 320 tours puis $8 + 5 = 13$ valeurs jusqu'à 330 tours, donc la médiane est 330 tours.

13 **MODE EXPERT** Grâce à son logiciel, Éliane, documentaliste, a obtenu les informations suivantes sur les emprunts effectués par les 565 élèves de son collège.

Nombre d'emprunts	0	1	2	3	4	5	6
Effectifs	110	93	86	125	75	36	40
Effectifs cumulés	110	203	289	414	489	525	565

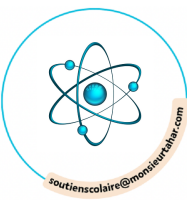
Dans la ligne « effectifs cumulés », elle peut lire que 203 élèves ont emprunté 1 livre ou moins. Compléter ce tableau, puis en déduire le nombre médian de livres empruntés par les élèves du collège d'Éliane.

Il y a 565 données dans cette série, donc la médiane est la 283^e valeur de la série.

Ainsi, 2 est le nombre médian de livres empruntés par les élèves du collège d'Éliane.



Modéliser une expérience aléatoire



► **Modéliser une expérience aléatoire**, c'est associer une **probabilité** à chaque issue de sorte que :

- la probabilité d'une issue soit un nombre compris entre 0 et 1, qui peut s'interpréter comme la « proportion de chance » d'obtenir cette issue ;
- la somme des probabilités de toutes les issues soit égale à 1.

14 Entourer les nombres qui ne peuvent pas désigner une probabilité.

0,24 -0,3 3,6
 $\frac{25}{100}$ 0 150 %
1 $\frac{5}{3}$ 30 %

15 On tire au hasard une boule dans une urne qui contient 1 boule blanche, 7 boules rouges, 10 boules noires et 15 boules vertes et on note sa couleur.

1. Donner la liste des issues de cette expérience aléatoire.

Blanche, rouge, noire et verte.

2. Quelle est l'issue la plus probable ?

L'issue la plus probable est « verte » car il y a plus de boules vertes dans l'urne.

16 À la récréation, Arthur joue avec des billes. Dans son sac de billes, il a des galaxies, des cyclones, des flammes et des ouragans. Pour jouer, il tire une bille au hasard de son sac. La probabilité de certaines issues est donnée dans le tableau suivant.

Issue	galaxie	cyclone	flamme	ouragan
Probabilité	0,23		0,46	0,17

Quelle est la probabilité de l'issue « cyclone » ?

La somme des probabilités vaut 1.

$1 - (0,23 + 0,46 + 0,17) = 0,14$

La probabilité de l'issue « cyclone » est 0,14.

► Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont **équiprobables**.

► n est un nombre entier naturel. Si une expérience aléatoire comporte n issues équiprobables, la probabilité de chaque issue est $\frac{1}{n}$.

17 On fait tourner cette roue équilibrée.

1. Quelles sont les issues possibles ?

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 et 8.



2. Quelle est la probabilité de l'issue « 2 » ?

Comme tous les secteurs ont les mêmes dimensions, les 8 issues sont équiprobables. Donc la probabilité de l'issue « 2 » est $\frac{1}{8}$.

18 Une urne contient les 6 boules ci-dessous.



On tire au hasard une boule de l'urne et on note la lettre qui est dessus.

1. Donner la liste des issues de cette expérience aléatoire.

G, A, L, O, I et S.

2. Donner la probabilité de chacune des issues.

Les 6 lettres ont la même probabilité d'être piochées. La probabilité de chaque issue est $\frac{1}{6}$.

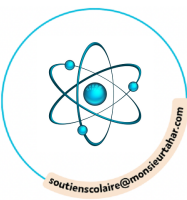
19 **MODE EXPERT** On choisit au hasard un nombre parmi les nombres premiers inférieurs à 10. Quelle est la probabilité d'obtenir 5 ?

Il y a 4 nombres premiers inférieurs à 10, la probabilité de l'issue 5 est donc $\frac{1}{4}$.



5

Déterminer la probabilité d'un évènement



► Selon l'issue obtenue lors d'une expérience aléatoire, un **évènement** peut être **réalisé** ou non. On peut décrire un évènement par une phrase ou en donnant la liste des issues qui le réalisent.

20 On lance un dé à 6 faces et on note le numéro inscrit sur la face du dessus.

1. Quelles sont les issues possibles ?

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6.

2. On s'intéresse à l'évènement « Obtenir un nombre pair ». Quelles issues réalisent cet évènement ?

2 ; 4 et 6.

3. En lançant le dé, on a noté le numéro 4. L'évènement « Obtenir un multiple de 3 » a-t-il été réalisé ?

4 n'est pas un multiple de 3 donc cet évènement n'a pas été réalisé.

► La **probabilité d'un évènement** est la somme des probabilités des issues qui le réalisent. C'est un nombre compris entre 0 et 1.

21 On choisit au hasard un élève de 4^e dans un collège et on note son âge.

Âge	12 ans	13 ans	14 ans	15 ans
Probabilité	$\frac{3}{100}$	$\frac{79}{100}$	$\frac{17}{100}$	$\frac{1}{100}$

1. Quelle est la probabilité de choisir un élève ayant 13 ans ?

L'issue pour réaliser cet évènement est : « 13 ans ».

Sa probabilité est $\frac{79}{100}$.

2. Quelle est la probabilité de choisir un élève ayant 14 ans ou plus ?

Les issues pour réaliser cet évènement sont :

« 14 ans » et « 15 ans ».

La probabilité de cet évènement est :

$$\frac{17}{100} + \frac{1}{100} = \frac{18}{100}$$

► Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont équiprobables, la **probabilité d'un évènement A**, noté $P(A)$, est :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent l'évènement A}}{\text{nombre total d'issues}}$$

22 On tire au hasard une boule dans un sac contenant les boules ci-dessous :

1 2 1 1 2 3

1. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « Tirer une boule blanche » ?

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « Tirer une boule avec le numéro 1 » ?

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 ?

Soit C l'évènement « Tirer une boule blanche

numérotée 1 » : $P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

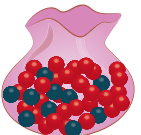
23 MODE EXPERT

Arthur et Elsa ont chacun un sac de billes. Chacun tire au hasard une bille dans son sac.

Sac d'Arthur
5 billes rouges
2 billes noires



Sac d'Elsa
30 billes rouges
10 billes noires



1. Qui a la probabilité la plus grande de tirer une boule rouge ?

La probabilité de tirer une bille rouge est de $\frac{5}{7}$ pour

Arthur et de $\frac{30}{40}$ pour Elsa.

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 40}{7 \times 40} = \frac{200}{280} \text{ et } \frac{30}{40} = \frac{30 \times 7}{40 \times 7} = \frac{210}{280}$$

$$\text{Donc } \frac{5}{7} < \frac{30}{40}$$

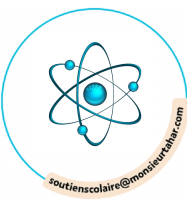
Ainsi, Elsa a une probabilité plus grande de tirer une bille rouge.

2. On souhaite qu'Arthur ait la même probabilité qu'Elsa de tirer une boule rouge. Combien de billes rouges faut-il ajouter ou enlever dans le sac d'Arthur ?

Il faut que, comme Elsa, Arthur ait trois fois plus de billes rouges que de billes noires. Il faut donc ajouter une bille rouge dans son sac.



Utiliser des évènements contraires



► Un **évènement impossible** est un évènement qui ne peut jamais se réaliser, quel que soit le résultat de l'expérience aléatoire.
Sa probabilité est 0.

► Un **évènement certain** est un évènement qui se réalise toujours, quel que soit le résultat de l'expérience aléatoire.
Sa probabilité est 1.

24 On croise un élève au collège et on lui demande son âge.

1. Citer un évènement certain.

Un évènement certain est « L'élève a moins de 40 ans ».

2. Citer un évènement impossible.

Un évènement impossible est « L'élève a 3 ans ».

25 On lance un dé à 6 faces et on note la face du dessus. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 7 ?

L'évènement « Obtenir un nombre supérieur à 7 » est un évènement impossible.

Sa probabilité est donc 0.

► L'**évènement contraire** d'un évènement A est l'évènement qui se réalise chaque fois que A n'est pas réalisé.
Cet évènement est noté $\bar{A}$.

26 On choisit au hasard un jour de la semaine. On considère l'évènement A : « Le jour commence par la lettre M ».

1. Décrire par une phrase l'évènement $\bar{A}$.

$\bar{A}$: « Le jour ne commence pas par la lettre M ».

2. Donner les issues qui réalisent l'évènement $\bar{A}$.

Lundi, Jeudi, Vendredi, Samedi et Dimanche.

27 On choisit au hasard une lettre parmi les lettres qui composent le prénom : EVARISTE. On considère l'évènement « La lettre est une consonne. ».

1. Décrire par une phrase l'évènement $\bar{A}$.

A : « La lettre est une voyelle ».

2. Donner les issues qui réalisent l'évènement $\bar{A}$.

A, E et I.

► La **somme** des probabilités d'un évènement et de son évènement contraire vaut 1.

28 A et B sont deux évènements. Compléter le tableau ci-dessous.

$P(A)$	0,4
$P(B)$	$\frac{2}{7}$
$P(\bar{A})$	$1 - 0,4 = 0,6$
$P(\bar{B})$	$1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

29 Fatou décide d'ajouter un poisson rouge dans son aquarium. Elle choisit au hasard un poisson proposé par le vendeur de l'animalerie.

1. Sachant qu'il y a 87 poissons rouges à vendre dont 53 mâles, quelle est la probabilité que le poisson choisi par Fatou soit un mâle ?

La probabilité de choisir un poisson mâle est $\frac{53}{87}$.

2. Décrire l'évènement contraire de l'évènement « Choisir un poisson rouge mâle », puis calculer sa probabilité.

L'évènement contraire est « Choisir un poisson rouge femelle ». Sa probabilité vaut $1 - \frac{53}{87} = \frac{34}{87}$.

30 On écrit sur les 6 faces d'un dé chacune des lettres du mot WASABI. On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure.

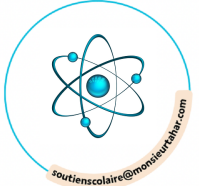
1. Quelles sont les issues de cette expérience ?

W, A, S, B et I.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement E : « Obtenir la lettre A », puis la probabilité de $\bar{E}$.

$P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$



31 Parcours ceinture jaune

1. Dans un diagramme circulaire, à quelle mesure d'angle correspond une fréquence de 50 % ? 180°
2. La moyenne de la série 5 ; 6 ; 10 ; 15 vaut 9
3. La moyenne de la série 2 ; 2 ; 7 ; 7 ; 7 vaut 5
4. La médiane de la série 2 ; 7 ; 9 ; 10 ; 12 est 9
5. La médiane de la série 2 ; 4 ; 6 ; 8 est 5
6. Quelle est la probabilité d'obtenir 1 sur un dé équilibré à six faces ? $\frac{1}{6}$
7. Quelle est la probabilité de tirer un valet dans un jeu de 32 cartes ? $\frac{4}{32}$
8. $P(A) + P(\bar{A})$ est-il égal à 0 ? Non
9. $P(A) = 0,2$. Calculer $P(\bar{A})$. 0,8

32 Parcours ceinture verte

1. Dans un diagramme circulaire, à quelle mesure d'angle correspond une fréquence de 25 % ? 90°
2. La moyenne de la série 3 ; 4 ; 8 ; 3 ; 8 ; 4 vaut 5
3. La moyenne de la série 7 ; 11 ; 13 ; 29 vaut 15
4. La médiane de la série 2 ; 7 ; 8 ; 11 ; 13 est 8
5. La médiane de la série 1 ; 7 ; 15 ; 15 est 11
6. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 sur un dé équilibré à six faces ? $\frac{2}{6}$
7. Quelle est la probabilité de tirer un valet ou une dame ou un roi dans un jeu de 32 cartes ? $\frac{12}{32}$
8. $P(A) = \frac{15}{73}$. Calculer $P(\bar{A})$. $\frac{58}{73}$

33 Parcours ceinture noire

1. Dans un diagramme circulaire, à quelle mesure d'angle correspond une fréquence de 30 % ? 108°
2. La moyenne de la série 10,5 ; 7 ; 9 ; 4,5 ; 4 vaut 7
3. Quelle donnée faut-il ajouter à la série 6 ; 4 ; 10 pour que la moyenne soit 10 ? 20
4. La médiane de la série 9 ; 7 ; 11 ; 14 ; 6 est 9
5. La médiane de la série 12 ; 14 ; 9 ; 11 est 11,5
6. Quelle donnée faut-il ajouter à la série 2 ; 5 ; 10 pour que la médiane soit 7 ? 9
7. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir un multiple de 3 avec un dé à 20 faces ? $\frac{14}{20}$
8. Quelle est la probabilité de tirer un cœur dans un jeu de 52 cartes ? $\frac{13}{52}$
9. Si $P(A) = \frac{1}{3}$, alors $P(\bar{A})$ vaut-il $\frac{30}{45}$? Oui

34 Jeux de cartes

Modéliser

Les quatre couleurs d'un jeu de cartes sont : Cœur, Carreau, Trèfle et Pique.

Adrien pioche dans un jeu de 32 cartes (chaque couleur comporte les cartes : 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi et As).

Barnabé pioche dans un jeu de 52 cartes (chaque couleur comporte les cartes : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi et As).

Chaque joueur tire une carte au hasard.

1. Calculer la probabilité qu'à chaque joueur de tirer le 5 de carreau.

La probabilité pour qu'Adrien tire le 5 de carreau est 0.

La probabilité pour que Barnabé tire le 5 de carreau est $\frac{1}{52}$.

2. Chaque joueur a-t-il la même probabilité de tirer un cœur ? Justifier.

La probabilité de tirer un cœur pour Adrien est $\frac{8}{32}$, soit $\frac{1}{4}$.

La probabilité de tirer un cœur pour Barnabé est $\frac{13}{52}$, soit $\frac{1}{4}$.

Les deux joueurs ont la même probabilité de tirer un cœur.

3. Qui a la plus grande probabilité de tirer une dame ? Justifier.

La probabilité de tirer une dame pour Adrien est $\frac{4}{32}$, soit $\frac{1}{8}$.

La probabilité de tirer une dame pour Barnabé est $\frac{4}{52}$, soit $\frac{1}{13}$.

$\frac{1}{8} > \frac{1}{13}$ donc Adrien a la plus grande probabilité de tirer une dame.

35 Forfait de ski

Représenter, Calculer

Une étude a été menée dans une station de ski sur les forfaits vendus en une semaine.

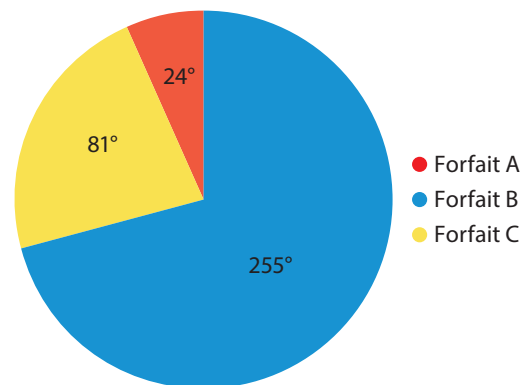
Cette station vend trois types de forfaits journaliers.

Forfait A : il ne donne accès qu'aux pistes vertes pour les enfants en apprentissage ; son prix est de 10 €.

Forfait B : vendu 21 €, ce forfait donne l'accès à toutes les pistes de la station.

Forfait C : ce forfait permet de relier les stations voisines et coûte 31 €.

Voici le diagramme représentant la vente de ces différents forfaits :



1. Sachant que la station a vendu 2 880 forfaits durant cette semaine d'étude, compléter le tableau ci-dessous.

Forfait	A	B	C	Total
Angle	24°	255°	81°	360°
Effectif	192	2 040	648	2 880

$\times 8$

2. Déterminer le prix moyen d'un forfait acheté au cours de cette semaine arrondi au centième d'euro près.

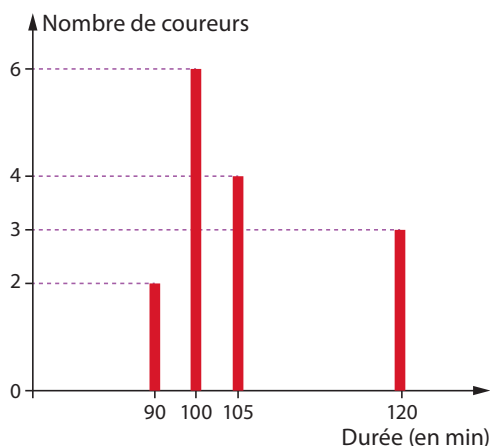
$$\frac{192 \times 10 + 2\,040 \times 21 + 648 \times 31}{2\,880} = \frac{64\,848}{2\,880} \approx 22,52$$

Le prix moyen d'un forfait acheté au cours de cette semaine arrondi au centième d'euro près est 22,52 €.

36 Le semi-marathon

Calculer, Chercher

Un groupe de 15 amis a participé à un semi-marathon. Le diagramme en bâtons ci-dessous précise les résultats du groupe.



1. Calculer la moyenne du temps mis par le groupe.

$$\frac{2 \times 90 + 6 \times 100 + 4 \times 105 + 3 \times 120}{15} = 104$$

Le temps moyen mis par le groupe est 104 minutes.

2. Déterminer la médiane des résultats.

Il y a 15 données donc la médiane est la 8^e donnée de la série ordonnée : 100 minutes.

37 Jolis bijoux

Modéliser

Un bijoutier achète un lot de 220 perles de Tahiti. Un contrôleur qualité s'intéresse à leurs formes (ronde ou baroque) et à leurs couleurs (grise ou verte).

35 % des perles sont de couleur verte, et parmi celles-ci, 13 sont de forme ronde. Il y a 176 perles de forme baroque. Il décide de noter les résultats dans la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D
1		Rondes	Baroques	Total
2	Grises	31	112	143
3	Vertes	13	64	77
4	Total	44	176	220

1. Pour obtenir le nombre de perles vertes à partir des informations données dans l'énoncé, quelle formule peut-il saisir dans la cellule D3 ? Entourer la bonne formule.

☐ =D4*1,35

☐ =176*35/100

☒ =D4*0,35

☐ =B3+C3

2. Compléter la feuille de calcul avec les valeurs appropriées.

3. Le bijoutier prend au hasard une perle du lot.

a. Quelle est la probabilité que cette perle soit de forme baroque ?

La probabilité que cette perle soit de forme baroque est égale à $\frac{176}{220}$ soit $\frac{4}{5}$.

b. Quelle est la probabilité de prendre une perle baroque verte ?

La probabilité de tirer une perle baroque verte est égale à $\frac{64}{220}$ soit $\frac{16}{55}$.

38 Quel âge avez-vous ?

Calculer

On a effectué une enquête dans un groupe de 760 enfants dans une compétition de skate pour adolescents.

1. Compléter le tableau en justifiant chaque résultat par un calcul.

Age	Nombres d'enfants	Fréquence en pourcentage
14 ans	95	12,5 %
15 ans	190	25 %
16 ans	475	62,5 %
Total	760	100 %

$760 - 475 - 95 = 190$, donc il y a 190 enfants de 15 ans.

$\frac{95}{760} = 0,125 = \frac{12,5}{100}$, donc il y a 12,5 % des enfants qui ont 14 ans.

$100 - 25 - 12,5 = 62,5$, donc il y a 62,5 % des enfants qui ont 16 ans.

2. Calculer la moyenne d'âge des enfants lors de cette compétition.

$$\frac{95 \times 14 + 190 \times 15 + 475 \times 16}{760} = 15,5$$

La moyenne d'âge des enfants est 15,5 ans.

39 Chacun sa classe

Représenter, Communiquer

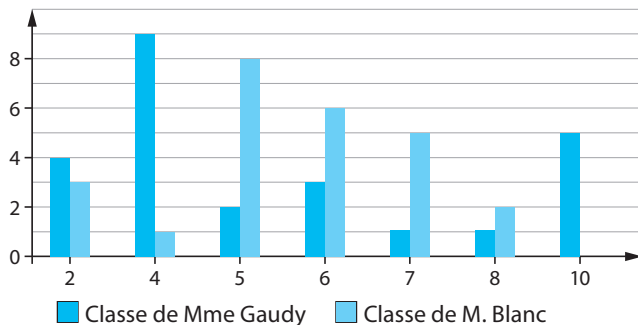
Mme Gaudy et M. Blanc sont professeurs et ont chacun une classe de quatrième. Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier contrôle.

Notes des élèves de Mme Gaudy	Notes des élèves de M. Blanc
4 ; 4 ; 2 ; 7 ; 6 ; 10 ; 10 ; 5 ; 2 ; 2 ; 4 ; 4 ; 6 ; 10 ; 2 ; 8 ; 10 ; 4 ; 4 ; 10 ; 4 ; 6 ; 5 ; 4 ; 4	5 ; 5 ; 6 ; 2 ; 7 ; 4 ; 6 ; 6 ; 5 ; 7 ; 7 ; 5 ; 5 ; 8 ; 7 ; 2 ; 8 ; 6 ; 7 ; 5 ; 6 ; 2 ; 6 ; 5 ; 5

1. a. Compléter le tableau suivant.

Notes	2	4	5	6	7	8	10
Effectifs Mme Gaudy	4	9	2	3	1	1	5
Effectifs M. Blanc	3	1	8	6	5	2	0

b. Construire sur un même graphique, en utilisant deux couleurs, les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes.



2. Calculer la moyenne de chaque classe.

Classe de Mme Gaudy : $\frac{137}{25} = 5,48$

Classe de M. Blanc : $\frac{137}{25} = 5,48$

3. Déterminer la note médiane de chaque classe.

L'effectif est de 25, la note médiane est la 13^e note quand les notes sont rangées par ordre croissant.

La note médiane de la classe de Mme Gaudy est 4, celle de M. Blanc est 6.

4. Comparer ces deux classes.

Bien que les deux classes aient la même moyenne, la moitié de la classe de Mme Gaudy a une note inférieure ou égale à 4. Il y a plus d'élèves en difficulté dans cette classe que dans celle de M. Blanc.

40 Des boules dans un sac

Communiquer, Calculer

Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard dans le sac.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « Tirer la boule numérotée 13 » ?

$$P(A) = \frac{1}{20}$$

2. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « Tirer une boule portant un numéro pair » ?

Il y a 10 boules avec un numéro pair.

$$P(B) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

3. A-t-on plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4 ?

5 boules ont un numéro multiple de 4 (probabilité : $\frac{5}{20}$) et 3 boules ont un numéro diviseur de 4 (probabilité : $\frac{3}{20}$). On a donc plus de chances d'obtenir un multiple de 4 qu'un diviseur de 4.

4. On enlève du sac les boules dont le numéro est un diviseur de 6.

Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un nombre premier ?

Les boules enlevées sont : 1 ; 2 ; 3 et 6. Il y a donc maintenant 16 boules dans le sac.

Les boules portant un numéro qui est un nombre premier sont : 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 et 19. La probabilité est donc de $\frac{6}{16}$, soit $\frac{3}{8}$.

41 Quelle note ?

Chercher, Calculer

Pendant le premier trimestre, Yukio, un élève de quatrième, a passé cinq évaluations toutes notées sur 20. Il ne se souvient que des quatre dernières notes : 12 ; 10 ; 8 ; 12.

Le professeur de mathématiques lui annonce une moyenne 10 pour le premier trimestre.

► Aider Yukio à retrouver sa première note de ce trimestre.

Notons x la première note de Yukio.

On sait que $\frac{x + 12 \times 2 + 10 + 8}{5} = 10$.

Donc $x + 12 \times 2 + 10 + 8 = 50$

$x + 42 = 50$

$x = 50 - 42$

$x = 8$

Yukio a eu 8 comme première note.

42 Le sac mystère

Raisonner, calculer

Un sac contient 10 boules rouges, 6 boules noires, 4 boules jaunes et des boules bleues. Chacune de ces boules a la même probabilité d'être tirée. On tire une boule au hasard.

► Sachant que la probabilité de tirer une boule bleue est égale à $\frac{1}{5}$, calculer le nombre de boules bleues dans le sac.

Soit n le nombre de boules bleues.

Le nombre total de boules est donc $20 + n$.

La probabilité de tirer une boule bleue est $\frac{n}{20 + n} = \frac{1}{5}$.

$5n = 20 + n$

$4n = 20$

$n = 5$

Il y a 5 boules bleues.

43 Le concours

Chercher, Raisonner

Huit étudiants passent un examen pour entrer dans une grande école. Pour être admis, il faut obtenir une note supérieure ou égale à 10. Les notes sont attribuées avec une précision d'un demi-point (par exemple : 10 ; 10,5 ; 11 ; ...). On dispose des informations suivantes (deux notes sont illisibles).

Informations

- Notes attribuées aux 8 élèves de la classe qui ont passé l'examen :

10 ; 13 ; 15 ; 14,5 ; 6 ; 7,5 ; Δ ; $\Diamond$

- La série constituée des huit notes a pour moyenne 11,5 et pour médiane 12.

- 75 % des élèves de la classe qui ont passé le concours ont été reçus.

1. Expliquer pourquoi il est impossible que les deux notes désignées par Δ ou $\Diamond$ soient 16 et 14.

Si les deux notes sont 14 et 16, alors la série ordonnée est : 6 ; 7,5 ; 10 ; 13 ; 14 ; 14,5 ; 15 ; 16.

La médiane est une valeur comprise entre la 4^e et la 5^e donnée de cette série ordonnée.

C'est donc une valeur comprise entre 13 et 14.

Donc si les deux notes manquantes sont 14 et 16, la série ne pourra avoir 12 comme médiane.

2. Est-il possible que les deux notes désignées par Δ et $\Diamond$ soient 11 et 15 ?

Si les deux notes sont 11 et 15 alors la série ordonnée est : 6 ; 7,5 ; 10 ; 11 ; 13 ; 14,5 ; 15 ; 15

Médiane : $(11 + 13) \div 2 = 12$.

Moyenne : $\frac{6 + 7,5 + 10 + 11 + 13 + 14,5 + 2 \times 15}{8} = 11,5$

Il y a 6 notes au-dessus de 10. Comme $\frac{6}{8} \times 100 = 75$, il y a donc 75 % de reçus.

Les deux notes peuvent donc être 11 et 15.

Tâche complexe

44 27 élèves d'une classe de 6^e participent à un concours de SVT. Ils doivent faire germer des graines de haricots tarbais.

Doc 1 Protocole de l'expérience

- Mettre les graines en culture sur du coton dans une boîte placée dans une pièce éclairée (température entre 20 °C et 25 °C).
- Arroser une fois par jour.
- Couvrir les graines avec un film transparent pour éviter l'évaporation de l'eau.

Doc 2 Définition

Plantule : jeune plante du début de la germination jusqu'au moment où elle peut vivre par ses propres moyens.

Doc 3 Critères de réussite du concours

À 10 jours :

- la taille médiane des plantules doit être d'au moins 17 cm ;
- la taille moyenne des plantules doit être supérieure ou égale à 14 cm ;
- plus de 65 % des élèves doivent avoir une plantule de taille au moins supérieure à la taille moyenne de la classe.



Doc 4 Relevé des tailles des plantules des élèves à 10 jours

Taille en cm	0	7	8	12	16	17	18	20	22	23	24
Effectif	2	1	3	3	2	2	8	3	1	1	1

► La classe a-t-elle réussi le concours ?

Cette série comporte 27 données, donc la médiane est la 14^e valeur de la série, c'est-à-dire 18.

La taille médiane est donc bien supérieure à 17 cm.

$$\frac{2 \times 0 + 1 \times 7 + 3 \times 8 + 3 \times 12 + 2 \times 16 + 2 \times 17 + 8 \times 18 + 3 \times 20 + 1 \times 22 + 1 \times 23 + 1 \times 24}{27} = \frac{406}{27} \approx 15.$$

La taille moyenne des plantules est bien supérieure à 14 cm.

18 élèves sur 27, soit environ 67 % des élèves, ont une plantule d'au moins 15 cm.

Les trois critères de réussite sont validés, la classe a réussi le concours.



Le jeu

Expérimenter l'aléatoire

Inventer une expérience aléatoire et un événement dont la probabilité sera $\frac{5}{6}$.

Le premier élève qui a trouvé propose le même jeu avec une autre fraction inférieure à 1.

Le défi

Cadenas codé

Pour déterminer le code à quatre chiffres du cadenas de son casier, Arthur choisit une date au hasard dans le calendrier de l'année 2021 : par exemple, le 13 février donne le code 1302.



Quelle est la probabilité que le chiffre 9 apparaisse exactement une fois dans le code d'Arthur ?

La probabilité est $\frac{59}{365}$.