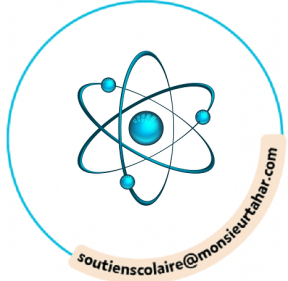


MATHS



CHAPITRE 9



Grandeurs et proportionnalité

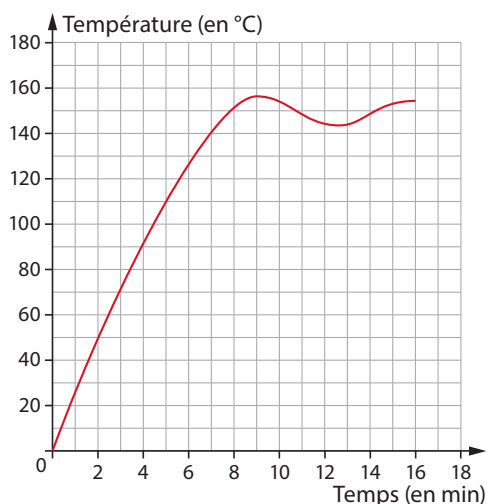


1

Exploiter la représentation graphique d'une grandeur en fonction d'une autre

► Lorsque l'on dispose de la représentation graphique d'une grandeur B en fonction d'une grandeur A, la grandeur A se lit sur **l'axe des abscisses** et la grandeur B sur **l'axe des ordonnées**.

1 Pour cuire des macarons, la température du four doit être de 150 °C. Voici la courbe représentant l'évolution de la température d'un four en fonction du temps.



1. Quelle est la température atteinte au bout de 3 minutes ? 70 °C.

2. De combien de degrés Celsius la température a-t-elle augmenté entre la deuxième et la septième minute ?

A la 2^e minute, la température est de 50 °C.

A la 7^e minute, la température est de 140 °C.

La température a donc augmenté de 90 °C.

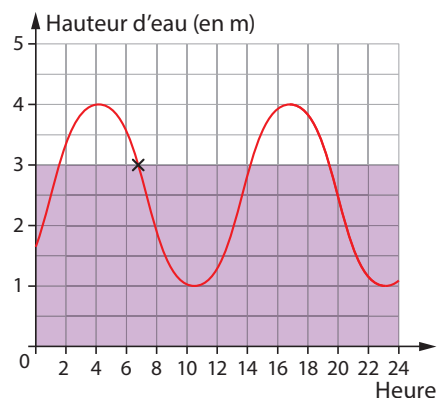
3. Au bout de combien de temps, la température idéale pour cuire les macarons est-elle atteinte ?

La température de 150 °C est atteinte au bout de 8 minutes.

4. Passé ce temps, que peut-on dire de la température du four ?

La température du four fluctue entre 140 °C et 160 °C.

2 La courbe suivante donne la hauteur de l'eau dans le port de Bayonne le 29 octobre 2016.



1. Compléter.

Les deux grandeurs utilisées dans ce graphique sont l'heure et la hauteur de l'eau en m.

L'heure se lit sur l'axe des abscisses et la hauteur de l'eau sur l'axe des ordonnées.

2. Quelles informations sont données par le point noir ?

À 7 h, la hauteur d'eau est de 3 m.

3. Quelle était la hauteur de l'eau :

a. à 6 h ? 3,5 m.

b. à 12 h ? 1,3 m.

4. Quelle est la plus petite hauteur d'eau ? Quelle est la plus grande hauteur d'eau ?

La plus petite hauteur est 1 m et la plus grande est 4 m.

5. À quelles heures sont les deux marées basses ?

Les deux marées sont basses à 11 h et 23 h environ.

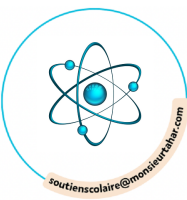
6. Adrien voulait surfer avec la marée montante. Quel moment de la journée a-t-il pu choisir ?

Les deux marées montantes sont entre 0 h et 5 h et entre 11 h et 17 h. Il a dû choisir de surfer entre 11 h et 17 h pour éviter de surfer la nuit.



2

Représenter graphiquement une grandeur en fonction d'une autre

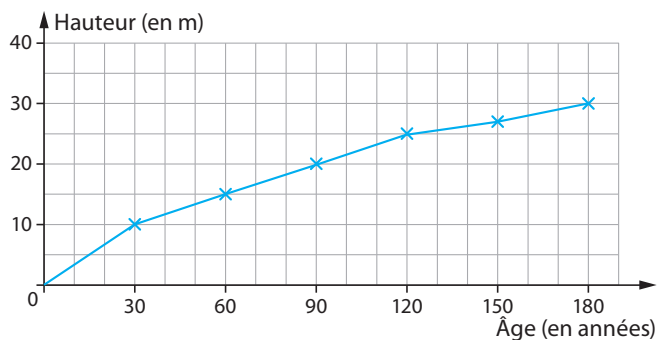


Pour représenter une grandeur en fonction d'une autre, on place les points correspondants sur un **graphique**.

3 L'évolution de la hauteur d'un chêne en fonction de son âge est donnée dans le tableau suivant.

Âge (en années)	0	30	60	90	120	150	180
Hauteur (en m)	0	10	15	20	25	27	30

1. Représenter graphiquement l'évolution de la hauteur du chêne, en mètres, en fonction de son âge, en années.



2. Par lecture graphique, indiquer la hauteur du chêne à 50 ans.

À 50 ans, le chêne mesurait environ 13 m.

3. Par lecture graphique, indiquer l'âge du chêne lorsqu'il mesurait 5 m.

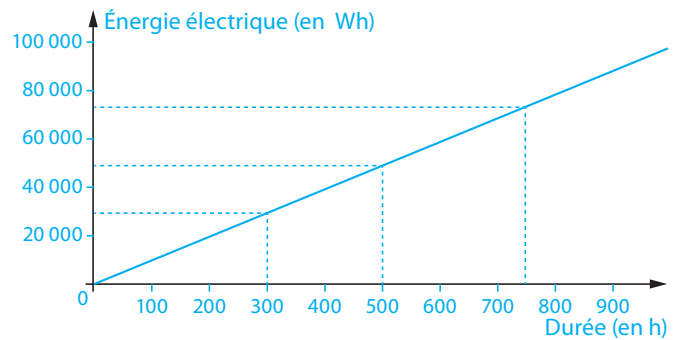
Le chêne avait environ 15 ans quand il mesurait 5 m.

4 Pour trouver l'énergie électrique en wattheures consommée par une lampe de puissance 100 watts, on multiplie cette puissance par la durée t en heures d'utilisation de la lampe.

1. Compléter le tableau suivant.

Durée d'utilisation (en h)	300	500	750
Énergie électrique consommée (en Wh)	30 000	50 000	75 000

2. Représenter graphiquement l'énergie électrique consommée en fonction de la durée d'utilisation de la lampe.



3. Sachant que 90 000 Wh ont été consommés, combien de temps a été utilisée la lampe ?

Par lecture graphique, on trouve que la lampe a fonctionné 900 h.

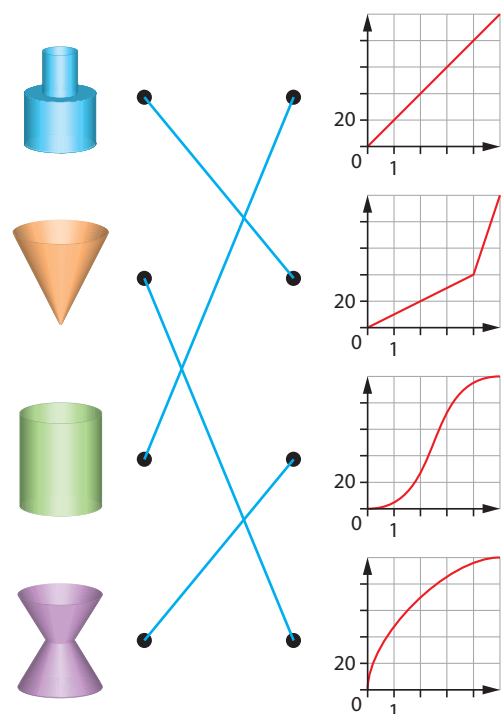
4. Flore est partie 10 jours en vacances et a oublié d'éteindre sa lampe d'une puissance de 100 watts. Quelle quantité d'énergie a été consommée ?

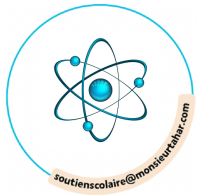
$10 \times 24 \text{ h} = 240 \text{ h}$ et $240 \text{ h} \times 100 \text{ W} = 24\,000 \text{ Wh}$

24 000 Wh ont été consommés.

5 **MODE EXPERT**

Les récipients ci-dessous ont la même hauteur et la même contenance. On les remplit en utilisant le même robinet à débit constant. Les graphiques représentent, pour chaque récipient, la hauteur d'eau dans le récipient en fonction du temps écoulé depuis le début du remplissage. Associer chaque récipient à la courbe correspondante.





Reconnaitre une situation de proportionnalité

► Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé **coefficient de proportionnalité**.

► Pour déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut calculer les **quotients des valeurs** correspondantes de ces grandeurs et les comparer.

6 Vrai ou faux ?

a. Le poids d'une personne est proportionnel à son âge : **Faux**

b. Un stylo est vendu 1,50 € l'unité. Le prix à payer est proportionnel au nombre de stylos achetés : **Vrai**

7 Pour chaque tableau, indiquer s'il correspond à une situation de proportionnalité ou non. Si oui, préciser le coefficient de proportionnalité.

a.

Longueur d'un tuyau en cuivre (en m)	3	4	7
Masse du tuyau (en kg)	3,36	4,48	7,84

$$\frac{3,36}{3} = \frac{4,48}{4} = \frac{7,84}{7} = 1,12$$

C'est une situation de proportionnalité et le coefficient de proportionnalité est 1,12.

b.

Masse d'orange (en kg)	2,5	5	9
Quantité de jus d'orange (en L)	2	4	7

$$\frac{2}{2,5} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ mais } \frac{7}{9} \approx 0,78 : \text{ce n'est pas une situation de proportionnalité.}$$

8 Dans un manège, un tour coûte 1,50 €, trois tours coûtent 4,50 €, et douze tours coûtent 18 €. Le prix et le nombre de tours sont-ils proportionnels ?

$$\frac{4,50}{3} = 1,50 \text{ et } \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1,50$$

Le prix et le nombre de tours sont proportionnels.

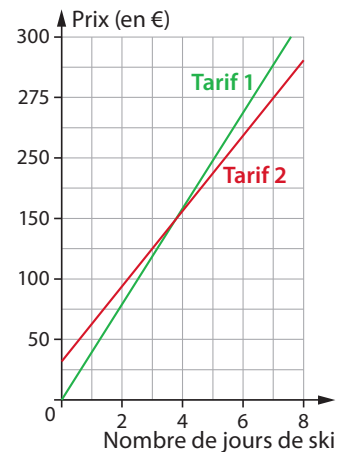
► Deux grandeurs représentées par des **points alignés avec l'origine du repère** sont proportionnelles.

9 Une station de ski propose deux tarifs de forfaits en fonction du nombre de jours skiés. Pour quel tarif le prix à payer est-il proportionnel au nombre de jours skiés ? Justifier la réponse.

C'est pour le tarif 1 que

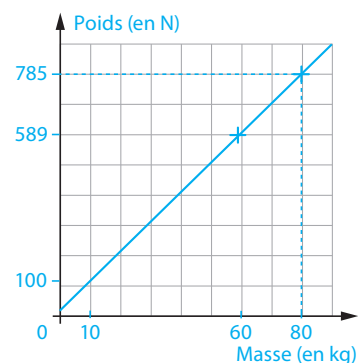
le prix à payer est

proportionnel au nombre de jours skiés : les points de la représentation graphique sont alignés avec l'origine du repère.



10 **MODE EXPERT** Le poids d'un objet, noté par le symbole P , exprimé en newton (N), est la force d'attraction exercée par la Terre sur cet objet. Il est proportionnel à la masse de cet objet, exprimé en kg. Par exemple, une personne pesant 60 kg, aura un poids de 589 N.

1. Dans un repère, tracer la représentation graphique du poids, en N, en fonction de la masse, en kg.

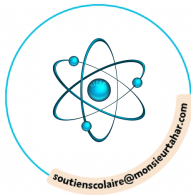


2. Par lecture graphique, déterminer le poids d'une personne pesant 80 kg.

Une personne de 80 kg a un poids de 785 N.

3. Déterminer le coefficient de proportionnalité de cette situation.

$589 \div 60 \approx 9,81$. Le coefficient de proportionnalité est de 9,81 environ.



Exploiter une situation de proportionnalité

► Dans une situation de proportionnalité, on peut utiliser la **règle de trois** ou l'**égalité des produits en croix**.

Grandeur A	2	7
Grandeur B	3	x

$$x = \frac{3 \times 7}{2} = 10,5$$

11 Compléter les tableaux de proportionnalité suivants en indiquant les calculs effectués.

a.

Grandeur A	6	5
Grandeur B	75	62,5

$$\frac{75 \times 5}{6} = 62,5$$

b.

Grandeur A	4	10
Grandeur B	28	70

$$\frac{4 \times 70}{10} = 28$$

c.

Grandeur A	3	4
Grandeur B	7,5	10

$$\frac{7,5 \times 4}{3} = 10$$

d.

Grandeur A	0,35	0,6
Grandeur B	7	12

$$\frac{7 \times 0,6}{12} = 0,35$$

12 1. Compléter le tableau de proportionnalité suivant en indiquant les calculs effectués.

Distance parcourue en km	2,8	4,2	5,6
Temps en min	36	54	72

$$\frac{36 \times 4,2}{2,8} = 54 \quad \frac{2,8 \times 72}{36} = 5,6$$

2. Traduire par une phrase la dernière colonne du tableau.

Il a fallu 72 minutes pour parcourir 5,6 km.

13 24 boîtes identiques pèsent 32 kg. Combien pèsent 15 boîtes ? 210 boîtes ?

Nombre de boîtes	24	15	210
Masse en kg	32	20	280

$$\frac{32 \times 15}{24} = 20 \quad \frac{32 \times 210}{24} = 280$$

15 boîtes pèsent 20 kg et 210 boîtes pèsent 280 kg.

► t désigne un nombre positif.

Calculer $t\%$ d'une **quantité** revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

14 1. Que représentent 15 % de 30 € ?

$$\frac{15}{100} \times 30 \text{ €} = 4,5 \text{ €}$$

2. Que représentent 24 % de 250 m² ?

$$\frac{24}{100} \times 250 \text{ m}^2 = 60 \text{ m}^2$$

15 La tablette de Flore indique « $\frac{9}{15}$ de charge restante ». Sur celle de Candice, il est indiqué « $\frac{6}{10}$ de charge restante ». Exprimer le pourcentage de charge restante pour Flore et Candice.

$$\frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{6 \times 10}{10 \times 10} = \frac{60}{100}$$

Il reste 60 % de charge à Flore et à Candice.

► a , b et c désignent trois nombres strictement positifs.

• a et b sont dans le **ratio 2 : 3** signifie que $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$.

• a , b et c sont dans le **ratio 2 : 5 : 9** signifie que

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{9}$$

16 240 € sont partagés entre Louis et Abdel selon le ratio 2 : 3. Combien reçoit chacun ?

2 + 3 = 5 donc Louis reçoit les $\frac{2}{5}$ de 240 €

et Abdel reçoit les $\frac{3}{5}$ de 240 €.

$$\frac{2}{5} \times 240 = 96 \quad \frac{3}{5} \times 240 = 144$$

Louis reçoit 96 € et Abdel 144 €.

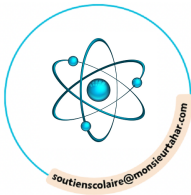
17 Dans une recette de cocktail, le jus d'orange, le jus d'ananas et le jus de raisin sont dans le ratio 3 : 5 : 2. Quelle est la quantité en mL de chaque jus sachant que l'on veut 500 mL de cocktail ?

$$3 + 5 + 2 = 10 ; \quad \frac{3}{10} \times 500 = 150$$

$$\frac{5}{10} \times 500 = 250 ; \quad \frac{2}{10} \times 500 = 100$$

Il y aura 150 mL de jus d'orange, 250 mL de jus

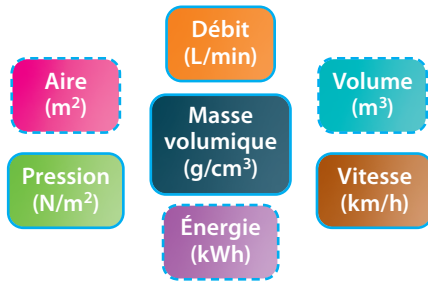
d'ananas et 100 mL de jus de raisin.



Utiliser des grandeurs produits et des grandeurs quotients

- ▶ Quand on effectue le produit de deux grandeurs, on obtient une **grandeur produit**.
- ▶ Quand on effectue le quotient de deux grandeurs, on obtient une **grandeur quotient**.

18 Parmi les grandeurs suivantes, entourer en rouge les grandeurs quotients et en bleu les grandeurs produits.



19 Une tige d'acier de forme cylindrique mesure 1,5 m de long et a un rayon de base de 4 cm.

1. Calculer le volume de cette tige en cm^3 .

$$4^2 \times \pi \times 150 \approx 7\,540$$

Le volume de cette tige vaut environ $7\,540 \text{ cm}^3$.

2. L'acier a une masse volumique de $7,85 \text{ g/cm}^3$. Calculer la masse de cette tige arrondie au kg.

$$7\,540 \times 7,85 = 59\,189$$

$$59\,189 \text{ g} \approx 59 \text{ kg}$$

La tige d'acier pèse environ 59 kg.

20 MODE EXPERT Emmanuel décide de jouer à son jeu vidéo favori. Au démarrage, sa console consomme 6,6 watts et prend 24 secondes à s'allumer. Une fois allumée, elle consomme 80 watts sur le menu principal puis en moyenne 125 watts lorsque le jeu est lancé. Sachant qu'Emmanuel est resté 1 min 30 s sur le menu principal et a ensuite joué 1 h 45 min, quelle énergie en wattheures a été dépensée ?

Rappel : l'énergie (en wattheures) est le produit de la puissance (en watts) par le temps (en heures).

$$\text{Démarrage (24 s)} : \frac{6,6 \times 24}{3\,600} = 0,044 \text{ Wh}$$

$$\text{Menu principal (1,5 min)} : \frac{80 \times 1,5}{60} = 2 \text{ Wh}$$

$$\text{Jeu (105 min)} : \frac{125 \times 105}{60} = 218,75 \text{ Wh}$$

$$\text{Total} : 0,044 \text{ Wh} + 2 \text{ Wh} + 218,75 \text{ Wh} = 220,794 \text{ Wh}$$

- ▶ La **vitesse moyenne** v d'un mobile parcourant une distance d pendant un temps t est donnée par la formule : $\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$ ou $v = \frac{d}{t}$.

On a aussi :

$$d = v \times t \quad \text{et} \quad t = \frac{d}{v}$$

21 Lors d'un trajet sur autoroute, une voiture a roulé à vitesse constante et a parcouru 23 km en 12 minutes. La vitesse maximale autorisée est de 130 km/h.

Le conducteur a-t-il respecté la limitation de vitesse ?

$$12 \text{ min} = \frac{12}{60} \text{ h} = 0,2 \text{ h}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{23 \text{ km}}{0,2 \text{ h}} = 115 \text{ km/h}$$

Le conducteur a respecté la limitation de vitesse.

22 Pierre part en randonnée à 9 h. Il marche à la vitesse de 6 km/h. Après 21 km, il s'arrête pour déjeuner.

Quelle heure est-il ?

Le temps pour parcourir 21 km est :

$$\frac{21}{6} \text{ h} = 3,5 \text{ h} = 3 \text{ h } 30 \text{ min}$$

$$9 \text{ h} + 3 \text{ h } 30 \text{ min} = 12 \text{ h } 30 \text{ min}$$

Il s'arrête donc à 12 h 30.

23 Jean, Dylan et Maylis font du vélo tous les samedis. Ils comparent leurs performances :

- Jean a roulé 34 minutes à 36 km/h ;
- Dylan a roulé 24 minutes à 51 km/h ;
- Maylis a roulé 30 minutes à 41 km/h.

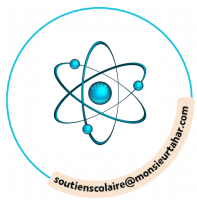
Qui a parcouru la plus grande distance ?

$$\text{Pour Jean, on a } d = 36 \text{ km/h} \times \frac{34}{60} \text{ h} = 20,4 \text{ km}$$

$$\text{Pour Dylan, on a } d = 51 \text{ km/h} \times \frac{24}{60} \text{ h} = 20,4 \text{ km}$$

$$\text{Pour Maylis, on a } d = 41 \text{ km/h} \times \frac{30}{60} \text{ h} = 20,5 \text{ km}$$

C'est donc Maylis qui a parcouru la plus grande distance.



Changer l'unité d'une grandeur

► Pour **convertir** l'unité d'une grandeur produit ou d'une grandeur quotient, il faut convertir chaque unité des grandeurs qui la composent.

24 Convertir :

a. 277 g/cm³ en kg/m³ ;

$$277 \text{ g} = 0,277 \text{ kg}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 0,000\,001 \text{ m}^3$$

$$277 \text{ g/cm}^3 = \frac{0,277 \text{ kg}}{0,000\,001 \text{ m}^3} = 277\,000 \text{ kg/m}^3$$

b. 72 km/h en m/s ;

$$72 \text{ km} = 72\,000 \text{ m}$$

$$1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$$

$$72 \text{ km/h} = \frac{72\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

c. 320 L/min en m³/h ;

$$320 \text{ L} = 320 \text{ dm}^3 = 0,32 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h}$$

$$320 \text{ L/min} = \frac{0,32 \text{ m}^3}{\frac{1}{60} \text{ h}} = 19,2 \text{ m}^3/\text{h}$$

d. 5 m/s en km/h.

$$5 \text{ m} = 0,005 \text{ km}$$

$$1 \text{ s} = \frac{1}{3\,600} \text{ h}$$

$$5 \text{ m/s} = \frac{0,005 \text{ km}}{\frac{1}{3\,600} \text{ h}} = 18 \text{ km/h}$$

25 Un faucon pèlerin vole à une vitesse de 180 km/h. Est-il plus rapide qu'un ballon tiré à la vitesse de 51 m/s ?

$$180 \text{ km} = 180\,000 \text{ m et } 1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s.}$$

$$180 \text{ km/h} = \frac{180\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 50 \text{ m/s}$$

50 < 51 donc c'est le ballon le plus rapide.

26 Carl, amateur de course à pied, s'entraîne sur une piste d'athlétisme dont la longueur du tour mesure 400 m. Carl fait un temps moyen de 2 minutes par tour.

1. Quelle est la vitesse moyenne de Carl en m/min ?

$$\frac{400}{2} = 200.$$

La vitesse moyenne de Carl est de 200 m/min.

2. Quelle est la vitesse moyenne de Carl en km/h ?

$$200 \text{ m} = 0,2 \text{ km et } 1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h}$$

$$200 \text{ m/min} = \frac{0,2 \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} = 12 \text{ km/h.}$$

La vitesse moyenne de Carl est de 12 km/h.

27 La masse volumique d'un bloc d'acier est de 8 000 kg/m³.

Donner cette masse volumique en g/cm³.

$$8\,000 \text{ kg} = 8\,000\,000 \text{ g}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3.$$

$$8\,000 \text{ kg/m}^3 = \frac{8\,000\,000 \text{ g}}{1\,000\,000 \text{ cm}^3} = 8 \text{ g/cm}^3.$$

La masse volumique de ce bloc d'acier est de 8 g/cm³.

28 Un radiateur électrique de puissance 1 500 W fonctionne pendant 2 h 30.

1. Quelle est son énergie E en Wh ?

Rappel : énergie = puissance $\times$ temps

$$2 \text{ h } 30 = 2,5 \text{ h}$$

$$E = 1\,500 \text{ W} \times 2,5 \text{ h} = 3\,750 \text{ Wh}$$

L'énergie est de 3 750 Wh.

2. Quelle est cette énergie en kWh ?

$$3\,750 \text{ W} = 3,750 \text{ kW.}$$

Donc l'énergie est de 3,75 kWh.

29 **MODE EXPERT** Louise, Adrienne et Doris veulent comparer leur vitesse de marche à pied.

Adrienne marche à 7 km/h.

Louise marche à 200 cm/s.

Quant à Doris, elle fait une moyenne de 144 000 m/jour. Qui est la plus rapide ? Justifier.

$$7 \text{ km} = 700\,000 \text{ cm}$$

$$1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$$

$$7 \text{ km/h} = \frac{700\,000 \text{ cm}}{3\,600 \text{ s}} \approx 194 \text{ cm/s}$$

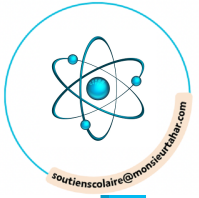
$$144\,000 \text{ m} = 14\,400\,000 \text{ cm}$$

$$1 \text{ jour} = 86\,400 \text{ s}$$

$$144\,000 \text{ m/jour} = \frac{14\,400\,000 \text{ cm}}{86\,400 \text{ s}} = 167 \text{ cm/s}$$

$$167 < 194 < 200.$$

La plus rapide est Louise.



30 Parcours ceinture jaune

1. Deux paquets de gâteaux coûtent 2,20 €.

Combien coûtent quatre paquets ? 4,40 €

2. Trouver la valeur de x dans ce tableau

de proportionnalité. 35

7	x
2	10

3. Calculer 20 % de 50 €.

10 €

4. Un trésor de 300 pièces d'or est partagé entre deux pirates selon le ratio 2 : 1. Combien reçoit chaque pirate ? 200 et 100 pièces d'or

5. Un cycliste met 3 heures pour faire 60 km.

Quelle est sa vitesse moyenne ? 20 km/h

6. Une voiture roule à 60 km/h. Quelle distance

sera parcourue en 1 h 30 min ? 90 km

31 Parcours ceinture verte

1. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Non

2	6
3	10

2. Trouver la valeur de x dans ce tableau de proportionnalité.

12

5	20
3	x

3. Calculer 25 % de 32 L. 8 L

4. Dans une classe de 25 élèves, il y a 15 filles.

Quel est le pourcentage de garçons ? 40 %

5. Un héritage de 2 500 € est partagé entre deux frères selon le ratio 2 : 3. Combien reçoit chaque frère ? 1 000 € et 1 500 €

6. Un cycliste roule à 40 km/h. Quelle distance sera parcourue en 2 h 15 min ? 90 km

32 Parcours ceinture noire

1. Six bonbons coûtent 0,54 €. Combien coûtent cinq bonbons ? 0,45 €

2. Trouver la valeur de x dans ce tableau de proportionnalité.

1,2

3	0,5
7,2	x

3. Dans une classe de 30 élèves, six portent des lunettes. Quel est le pourcentage d'élèves sans lunettes ? 80 %

4. Un terrain de 5 500 m² est partagé entre deux familles selon le ratio 7 : 4. Combien reçoit chaque famille ? 3 500 m² et 2 000 m²

5. Un avion parcourt 600 km en 45 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne ? 800 km/h

6. Un bateau vogue à 3 miles par heure. Combien de miles parcourt-il en 20 minutes ? 1 mile

33 Croissants au beurre

Calculer

Chez le boulanger, le prix à payer pour des croissants est proportionnel à la quantité achetée. Flore a payé 3,45 € les trois croissants.

➤ Déterminer le prix que paiera Candice qui en achète 11.

Quantité	3	11
Prix en €	3,45	x

L'égalité des produits en croix donne :

$$3 \times x = 3,45 \times 11$$

$$\text{Ainsi, } x = \frac{3,45 \times 11}{3} = 12,65.$$

Candice paiera 12,65 €.

34 C'est carré

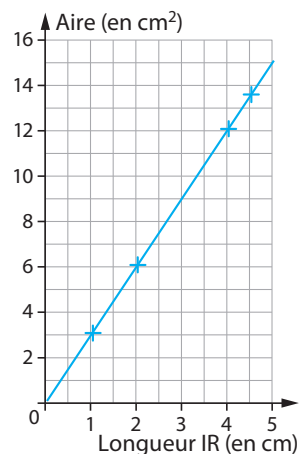
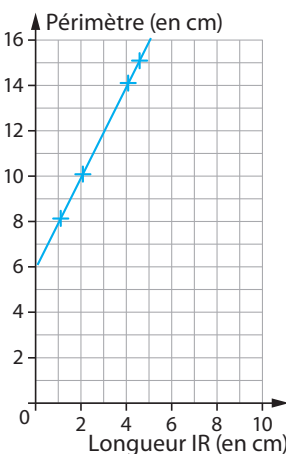
Calculer, Représenter

PIRE est un rectangle dont le côté [PI] mesure 3 cm et dont le côté [IR] a une longueur variable.

1. Compléter le tableau.

Longueur IR (en cm)	1	2	4	4,5
Périmètre (en cm)	8	10	14	15
Aire (en cm ²)	3	6	12	13,5

2. Représenter le périmètre et l'aire en fonction de la longueur IR.



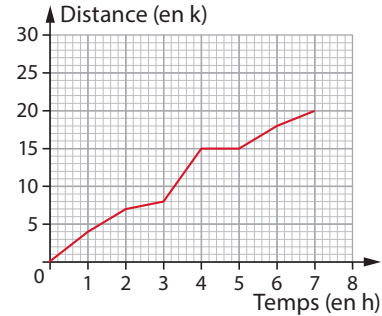
3. Le périmètre et l'aire du rectangle PIRE sont-ils proportionnels à la longueur IR ?

Pour le périmètre, les points ne sont pas alignés avec l'origine alors que pour l'aire oui. Donc seule l'aire du rectangle PIRE est proportionnelle à la longueur IR.

35 En randonnée

Représenter, Calculer

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-dessous donne la distance parcourue en kilomètres en fonction du temps en heures.



1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ?

Ce graphique ne représente pas des points alignés avec l'origine du repère, donc ce graphique ne représente pas une situation de proportionnalité.

2. À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes.

a. Quelle est la durée totale de cette randonnée ?

La durée totale de la randonnée est 7 h.

b. Quelle distance cette famille a-t-elle parcouru au total ?

La famille a parcouru 20 km.

c. Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ?

Au bout de 6 h de marche, la famille a parcouru 18 km.

d. Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?

Ils ont mis 3 h pour faire les 8 premiers km.

e. Que s'est-il passé entre la 4^e et la 5^e heure de randonnée ?

Ils se sont arrêtés.

3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée.

Cette famille est-elle expérimentée ?

$$\frac{20}{7} \approx 2,9$$

La vitesse de la famille est environ 2,9 km/h.

$2,9 < 4$ donc la famille n'est pas expérimentée.

36 Stockage

Calculer

Une clé USB de 4 Go permet de stocker environ 460 minutes de musique.

1. Quelle durée de musique peut-on stocker dans un disque dur de 250 Go ?

Capacité de stockage (en Go)	4	250
Durée de musique (en min)	460	x

$$x = \frac{460 \times 250}{4} = 28\,750$$

On peut stocker 28 750 min de musique.

2. Exprimer cette durée en heures et minutes.

$28\,750 = 60 \times 479 + 10$. Donc cela fait 479 heures et 10 minutes de musique.

37 Glace à l'eau

Modéliser, Calculer

Lorsqu'on fait geler de l'eau, le volume de glace obtenu est proportionnel au volume d'eau utilisée. En faisant geler 1,5 L d'eau on obtient 1,62 L de glace.

1. Montrer qu'en faisant geler 1 L d'eau, on obtient 1,08 L de glace.

$$1 \times 1,62 \div 1,5 = 1,08$$

Donc en faisant geler 1 L d'eau on obtient bien 1,08 L de glace.

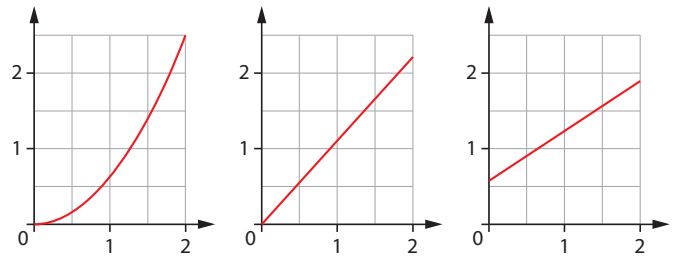
2. On souhaite compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur.

Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite jusqu'à la cellule G2 ?

	A	B	C	D	E	F	G
1	Volume initial en L	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	Volume de glace en L						

La formule est $=B1*1,62/1,5$.

3. Quel graphique représente le volume de glace obtenu (en L) en fonction du volume d'eau contenu dans la bouteille au départ (en L) ?

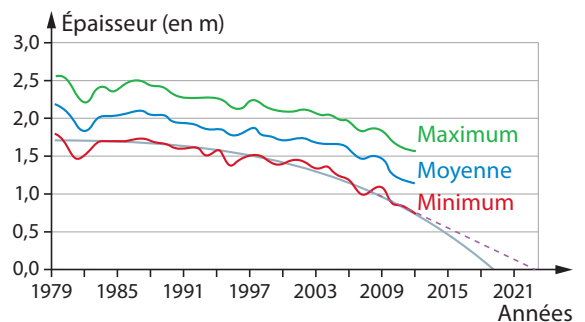


C'est le graphique 2 car cela représente des points alignés avec l'origine du repère et donc une situation de proportionnalité.

38 Banquise

Représenter, Calculer

La banquise arctique est très observée par les scientifiques, notamment lors d'études sur le réchauffement climatique. Le graphique ci-dessous montre comment a évolué l'épaisseur de la banquise de 1979 à 2012.



1. Que représente la courbe verte ?

La courbe verte représente l'épaisseur maximale de la banquise en fonction du temps.

2. Quelle était l'épaisseur maximale de la banquise :

a. en 1979 ? Environ 2,5 m

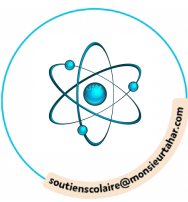
b. en 2012 ? Environ 1,6 m

3. En déduire le pourcentage de fonte de la banquise de 1979 à 2012.

$2,5 - 1,6 = 0,9$, donc la banquise a fondu de 0,9 m entre 1979 et 2012.

$$0,9 \times \frac{100}{2,5} = 36$$

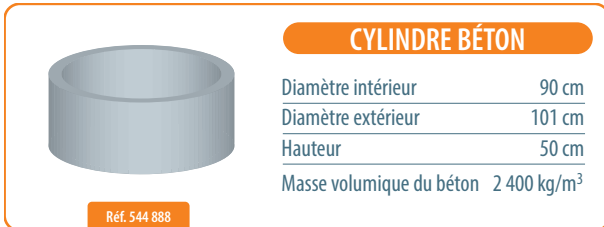
La banquise a donc fondu de 36 % de 1979 à 2012.



39 Le puits

Raisonner, Calculer

Pour fabriquer un puits, une entreprise de maçonnerie doit livrer 10 cylindres en béton comme celui décrit ci-dessous.



L'entreprise dispose d'un camion dans lequel il y a suffisamment de place pour mettre 10 cylindres mais qui ne peut transporter qu'une tonne au maximum.

À l'aide des caractéristiques du cylindre, déterminer le nombre minimum d'allers-retours nécessaires à l'entreprise pour livrer les 10 cylindres.

$$V_{\text{ext}} = \pi \times (101 \text{ cm} \div 2)^2 \times 50 \text{ cm} \approx 400\,592 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{int}} = \pi \times (90 \text{ cm} \div 2)^2 \times 50 \text{ cm} \approx 318\,086 \text{ cm}^3$$

$$V = V_{\text{ext}} - V_{\text{int}} \approx 82\,506 \text{ cm}^3$$

$$82\,506 \text{ cm}^3 = 0,082\,506 \text{ m}^3$$

$$0,082\,506 \text{ m}^3 \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 \approx 198 \text{ kg}$$

Donc un cylindre pèse environ 198 kg.

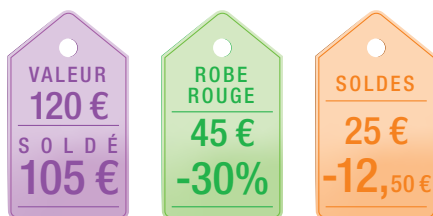
$$5 \times 198 \text{ kg} = 990 \text{ kg}$$

L'entreprise ne peut transporter que 5 cylindres à la fois, il lui faudra faire deux allers-retours.

40 Soldes

Calculer, Communiquer

Lors des soldes, Rémi compare trois étiquettes.



1. Quel est le plus fort pourcentage de remise ?

$$\frac{105}{120} \times 100 = 87,5.$$

La réduction est de 12,5 % sur l'étiquette 1.

$$\frac{12,5}{25} = 0,50. \text{ La réduction est de 50 \% sur l'étiquette 3.}$$

Le plus fort pourcentage de remise est sur l'étiquette 3.

2. La plus forte remise en euros est-elle la plus forte remise en pourcentage ?

Non car sur l'étiquette 1, on peut dire que 12,5 % de remise correspond à 15 € de remise, alors que sur l'étiquette 3, une remise de 50 % correspond à 12,50 € de remise.

41 Fuite d'eau

Calculer

Le Nil est un fleuve qui a un débit de $2\,830 \text{ m}^3/\text{s}$.

Combien de litres d'eau s'écoulent en une heure ?

$$2\,830 \text{ m}^3/\text{s} \times 3\,600 \text{ s} = 10\,188\,000 \text{ m}^3$$

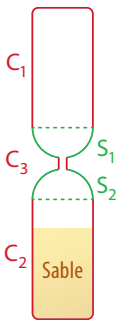
$$10\,188\,000 \text{ m}^3 = 10\,188\,000\,000 \text{ dm}^3 = 10\,188\,000\,000 \text{ L}$$

En une heure, il s'écoule 10 188 000 000 L d'eau.

42 Et c'est le temps qui court

Chercher, Calculer

Un sablier est composé de deux cylindres C_1 et C_2 de hauteur 4,2 cm et de diamètre 1,5 cm, d'un cylindre C_3 et de deux demi-sphères S_1 et S_2 .



1. Au départ, le sable remplit le cylindre C_2 aux deux tiers. Montrer que le volume du sable est environ $4,95 \text{ cm}^3$.

$$\pi \times (1,5 \div 2)^2 \times 4,2 \approx 7,42$$

Le volume du cylindre C_2 est d'environ $7,42 \text{ cm}^3$.

$$\frac{2}{3} \times 7,42 \approx 4,95.$$

Le volume du sable dans le sablier est d'environ $4,95 \text{ cm}^3$.

2. On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à $1,98 \text{ cm}^3/\text{min}$, calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.

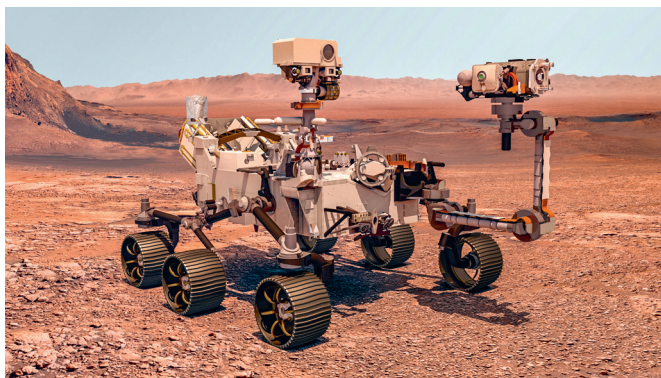
Durée (en min)	1	x
Volume de sable écoulé (en cm^3)	1,98	4,95

$$x = 1 \times \frac{4,95}{1,98} = 2,5$$

Le sable s'écoule en 2 min et 30 s.

43 Rover Curiosity

Chercher, Raisonner



Lancé le 26 novembre 2011, le rover Curiosity (une astromobile) de la NASA est chargé d'analyser la planète Mars. Il a atterri le 6 août 2012, après avoir parcouru une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

1. Quelle a été la durée en heures du vol ?

$$255 \times 24 \text{ h} = 6\,120 \text{ h}$$

Le vol a duré 6 120 heures.

2. Calculer la vitesse moyenne du rover en km/h. Arrondir à la centaine près.

$$v = \frac{d}{t}$$

$$v = \frac{560 \times 10^6 \text{ km}}{6\,120 \text{ h}} \approx 91\,500 \text{ km/h}$$

La vitesse moyenne du Rover est de 91 500 km/h.

3. Via le satellite Mars Odyssey, des images prises et envoyées par le rover ont été retransmises au centre de la NASA. Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 le 6 août 2012. La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km à une vitesse moyenne de 300 000 km/s environ (vitesse de la lumière).

À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la NASA ? (Donner l'arrondi à la minute près.)

$$t = \frac{d}{v}$$

$$t = \frac{248 \times 10^6 \text{ km}}{300\,000 \text{ km/s}} = \frac{2\,480}{3} \text{ s}$$

$$\text{Ainsi } t = \frac{2\,480}{3} \text{ s} \div 60 \approx 14 \text{ min}$$

$$7 \text{ h } 48 \text{ min} + 14 \text{ min} = 7 \text{ h } 62 \text{ min} = 8 \text{ h } 02 \text{ min}$$

Les premières images sont donc reçues par le centre de la NASA à 8 h 02.

44 Erreur si courante

Communiquer, Raisonner, Calculer

Julie affirme qu'augmenter un prix de 25 % puis réduire le nouveau prix de 25 % revient à ramener le prix d'un article à son prix initial.

1. Expliquer pourquoi Julie a tort.

Partons d'un prix initial de 100 €.

Après augmentation de 25 %, on obtient un prix de

$$100 \text{ €} + 100 \text{ €} \times \frac{25}{100} = 125 \text{ €}$$

Appliquons 25 % de réduction à ce nouveau prix :

$$125 \text{ €} - 125 \text{ €} \times \frac{25}{100} = 93,75 \text{ €}$$

On obtient donc un nouveau prix de 93,75 € $\neq$ 100 €.

2. On suppose que le prix initial est de 100 €.

Quelle devrait être la réduction à appliquer après l'augmentation de 25 % pour ramener le prix d'un article à son prix initial ?

Après l'augmentation de 25 %, un prix de 100 € passe à 125 €.

Pour ramener l'article à son prix initial, il faut une réduction de 25 €.

Par rapport à 125 €, le taux de réduction est :

$$\frac{25}{125} = 0,2 = \frac{20}{100} = 20 \%$$

3. Montrer que la réponse à la question 2 reste la même quel que soit le prix initial de l'article.

On note x le prix initial de l'article.

Après une augmentation de 25 %, le prix vaut :

$$x + x \times \frac{25}{100}$$

$$= x + x \times 0,25$$

$$= x \times (1 + 0,25)$$

$$= 1,25x$$

Après diminution de 20 %, le prix vaut :

$$1,25x - 1,25x \times \frac{20}{100}$$

$$= 1,25x - 1,25x \times 0,2$$

$$= 1,25x - (1,25 \times 0,2) \times x$$

$$= 1,25x - 0,25x$$

$$= x$$

L'article retourne bien à son prix initial.

Tâche complexe

Marie, jeune romancière, vient d'écrire son premier roman et souhaite envoyer son manuscrit à un éditeur. Son manuscrit compte 50 feuilles au format A4. Elle doit l'envoyer dans une seule enveloppe.

Doc 1 Grille tarifaire pour l'envoi de lettres

Poids jusqu'à	Tarif net
20 g	0,97 €
100 g	1,94 €
250 g	3,88 €
500 g	5,82 €
3 kg	7,76 €

Doc 2 La papeterie

- Dimensions d'une feuille A4 :
21 cm de largeur
29,7 cm de longueur.
- Grammage d'une feuille A4 :
80 g/m².



- Masse d'un paquet de 50 enveloppes : 175 g.

- Quel tarif d'affranchissement doit choisir Marie pour envoyer son roman ?

$175 \text{ g} \div 50 = 3,5 \text{ g}$. Une enveloppe pèse 3,5 g.

$21 \text{ cm} \times 29,7 \text{ cm} = 623,7 \text{ cm}^2 = 0,062 \text{ 37 m}^2$.

Une feuille a une surface de 0,062 37 m².

$0,062 \text{ 37 m}^2 \times 50 = 3,118 \text{ 5 m}^2$. Le roman de Marie utilise une surface de papier de 3,118 5 m².

$3,118 \text{ 5 m}^2 \times 80 \text{ g/m}^2 = 249,48 \text{ g}$. Les 50 pages pèsent 249,48 g.

$249,48 \text{ g} + 3,5 \text{ g} = 252,98 \text{ g}$. La masse totale est de 252,98 g.

Marie devra payer 5,82 € pour l'affranchissement.



Le jeu

Proportionnalité

On a ci-contre une carte modèle, constituée d'un tableau de proportionnalité à compléter.

Chaque élève construit quatre cartes selon ce modèle : les cartes doivent se compléter avec des nombres entiers naturels inférieurs ou égaux aux nombres d'élèves qui jouent. Le professeur mélange les cartes fabriquées, les distribue aux élèves puis annonce des nombres entiers naturels choisis au hasard et compris entre 1 et le nombre d'élèves de la classe. Les élèves retirent de leur jeu les cartes dont le résultat de la case vide est le nombre annoncé. Le gagnant est le premier qui a posé toutes ses cartes.

12	48
7	

Le défi

Entretien du jardin



Un jardinier met deux heures pour bêcher 100 m². Son voisin, qui a moins l'habitude que lui, met trois heures pour bêcher la même surface. Ils décident de travailler ensemble. Combien de temps mettront-ils pour bêcher les 100 m² ?

1 h 12 min