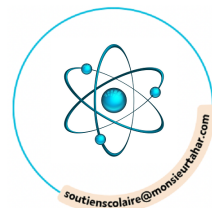


1

Comparer et mesurer des périmètres

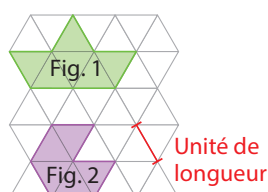


► Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour. Il s'exprime à l'aide d'une unité de longueur.

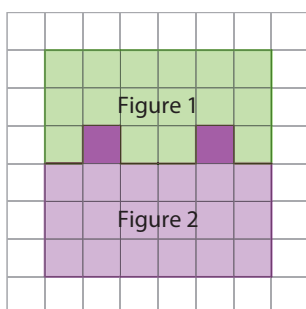
1 Déterminer les périmètres $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ des figures 1 et 2.

$\mathcal{P}_1 = 8$ unités de longueur

$\mathcal{P}_2 = 7$ unités de longueur



2 Comparer les périmètres de ces deux figures.



Ces deux figures ont le même périmètre.

3 Compléter les égalités suivantes.

a. 82 m = 8,2 dam b. 21 mm = 0,021 dm

c. 5 hm = 500 m d. 37 m = 3 700 cm

e. 7,8 dm = 78 cm f. 18,2 m = 0,0182 km

g. 30 m = 0,03 km h. 12 cm = 1,2 dm

4 Compléter chaque égalité à l'aide d'une unité de longueur.

a. 110,5 m = 1 105 dm b. 3,6 km = 3 600 m

c. 0,026 hm = 2,6 m d. 36 mm = 0,36 dm

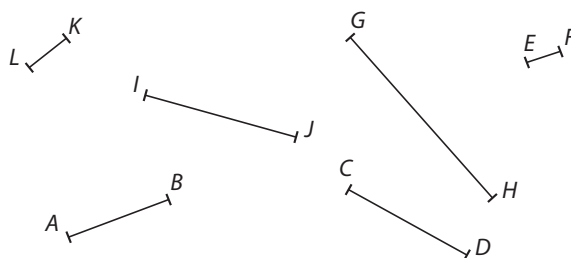
e. 4 561 cm = 4,561 dam f. 58 000 mm = 0,58 hm

g. 0,003 dam = 30 mm

h. 14,57 dm = 0,1457 dam

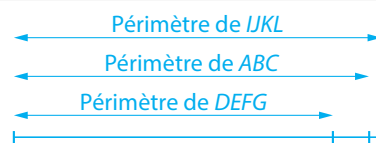
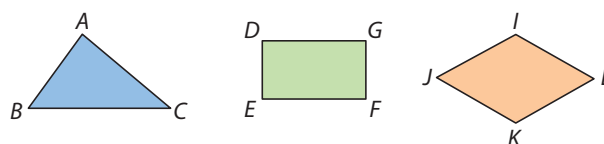
► Pour comparer les périmètres de plusieurs polygones, on peut **reporter avec le compas** les longueurs de leurs côtés sur une demi-droite.

5 À l'aide du compas, classer les six segments ci-dessous, du plus court au plus long.



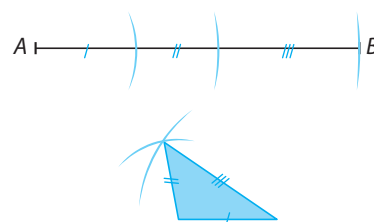
$EF < KL < AB < CD < IJ < GH$

6 Sans utiliser la règle graduée, et en reportant des longueurs à l'aide du compas, déterminer laquelle de ces trois figures a le plus grand périmètre.



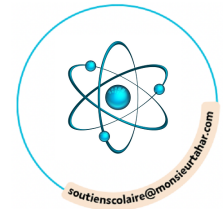
C'est le losange IJKL qui a le plus grand périmètre.

7 **MODE EXPERT** Sans mesurer, construire un triangle dont le périmètre est égal à la longueur AB.



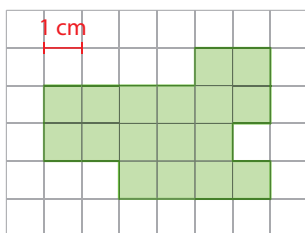


2 Calculer le périmètre d'un polygone



- Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un polygone est égal à la **somme des longueurs de ses côtés**.
- Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un carré est $\mathcal{P} = 4 \times c$, où c est la longueur de son côté.
- Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un rectangle est $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l = 2 \times (L + l)$, où L et l sont respectivement la longueur et la largeur.

8 Calculer le périmètre de cette figure.



$$4 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 4 + 1 + 2 + 2 = 22$$

Le périmètre de cette figure est de 22 cm.

9 Calculer les périmètres des figures suivantes.

a. Un carré de côté 15 cm.

$$4 \times 15 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$$

Ce carré a pour périmètre 60 cm.

b. Un carré de côté 6,8 dm.

$$4 \times 6,8 \text{ dm} = 27,2 \text{ dm}$$

Ce carré a pour périmètre 27,2 dm.

c. Un rectangle de longueur 3 m et de largeur 21 m.

$$2 \times 3 \text{ m} + 2 \times 21 \text{ m} = 6 \text{ m} + 42 \text{ m} = 48 \text{ m}$$

Ce rectangle a pour périmètre 48 m.

10 Calculer le périmètre d'un triangle ABC isocèle en A tel que $AB = 3 \text{ cm}$ et $BC = 5 \text{ cm}$.

ABC est isocèle en A , donc $AC = 3 \text{ cm}$.

$$3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$$

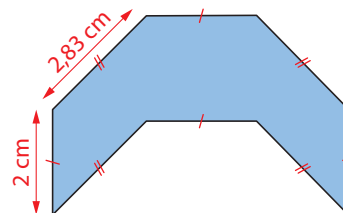
Le périmètre du triangle ABC est de 11 cm.

11 Quelle est la longueur d'un rectangle qui a pour largeur 3 dm et pour périmètre 16 dm ?

Le double de sa largeur est 6 dm. Donc le double de sa longueur est $16 \text{ dm} - 6 \text{ dm} = 10 \text{ dm}$.

Sa longueur est donc de 5 dm.

12 Calculer le périmètre du polygone suivant.



Ce polygone est constitué de quatre segments de longueur 2 cm et de quatre segments de longueur 2,83 cm. $4 \times 2 \text{ cm} + 4 \times 2,83 \text{ cm} = 19,32 \text{ cm}$.

Le périmètre du polygone est de 19,32 cm.

13 1. Entourer les calculs qui donnent le périmètre $\mathcal{P}$ en mètres d'un rectangle de 2,5 dam de long et de 5 m de large.

a. $2,5 \times 2 + 5 \times 2$

b. $25 + 5 \times 2$

c. $2,5 \times 2 + 0,5 \times 2$

d. $(25 + 5) \times 2$

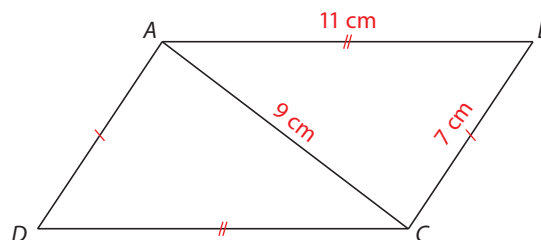
e. $(2,5 + 5) \times 2$

f. $2,5 \times 10 \times 2 + 5 \times 2$

2. Calculer ce périmètre en mètres et en décamètres.

$$\mathcal{P} = 60 \text{ m} = 6 \text{ dam}$$

14 $EFGH$ est un carré dont le périmètre est égal à celui du parallélogramme $ABCD$ ci-dessous. Quelle est la longueur du côté de ce carré ?



Le périmètre du parallélogramme $ABCD$ est :

$$11 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 11 \text{ cm} + 7 \text{ cm} = 36 \text{ cm. Or } 4 \times 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm.}$$

Le côté du carré $EFGH$ mesure donc 9 cm.

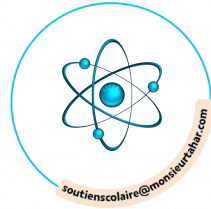
15 **MODE EXPERT** Compléter le tableau qui donne les dimensions de quatre rectangles.

	R1	R2	R3	R4
Longueur	3 cm	2,1 cm	15 dm	3 km
Largeur	2,5 cm	18 mm	5 dm	1 km
Périmètre	11 cm	78 mm	40 dm	8 000 m



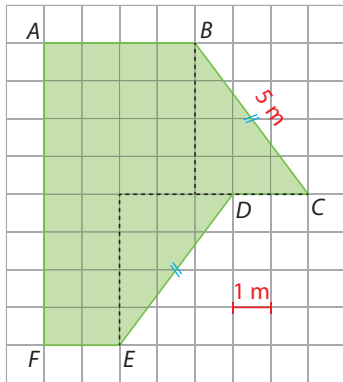
3

Calculer le périmètre d'une figure



► Pour calculer le périmètre d'une figure complexe, on peut la **décomposer astucieusement** en plusieurs figures.

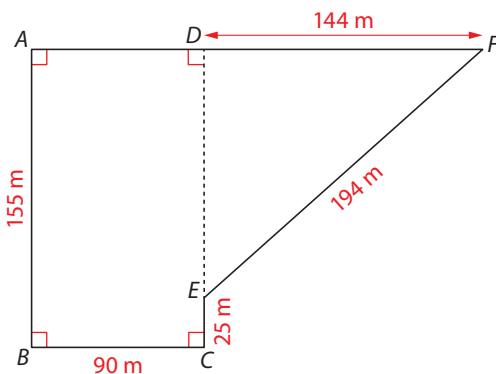
16 Déterminer le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure $ABCDEF$.



$$\mathcal{P} = AB + BC + CD + DE + EF + FA$$

$$\mathcal{P} = 4\text{ m} + 5\text{ m} + 2\text{ m} + 5\text{ m} + 2\text{ m} + 8\text{ m} = 26\text{ m}$$

17 Déterminer le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure $ABCEF$.



$$\mathcal{P} = AB + BC + CE + EF + FD + DA$$

Or $ABCD$ est un rectangle car c'est un quadrilatère qui a quatre angles droits. Donc $AD = BC = 90\text{ m}$.

On en déduit que $\mathcal{P} = 155\text{ m} + 90\text{ m} + 25\text{ m} + 194\text{ m} + 144\text{ m} + 90\text{ m} = 698\text{ m}$.

► La **longueur d'un cercle** est :

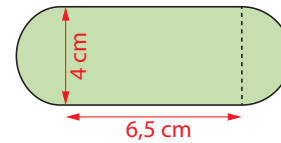
$$L = D \times \pi = 2 \times R \times \pi,$$

où D est le diamètre du cercle, R son rayon.

$\pi \approx 3,141\,592\,653 \dots$

En pratique, on utilise souvent **3,14** comme valeur approchée du **nombre π** (qui se lit « pi ») ou la touche π de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

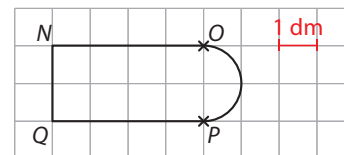
18 Calculer le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure suivante et en donner un arrondi au millimètre près.



Le contour de la figure est composé de deux demi-cercles de diamètre 4 cm (donc un cercle) et de deux segments qui mesurent 6,5 cm chacun.

$$\mathcal{P} = 4\text{ cm} \times \pi + 6,5\text{ cm} \times 2 \approx 25,6\text{ cm}$$

19 Calculer le périmètre de cette figure. Arrondir au mm près.

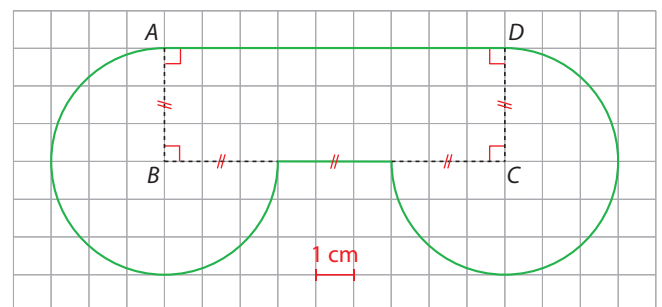


Cette figure est composée d'un segment de longueur 2 dm, de deux segments de longueur 4 dm et d'un demi-cercle de rayon 1 dm.

$$2 + 2 \times 4 + \frac{2 \times 1 \times \pi}{2} \approx 13,14.$$

Le périmètre de cette figure vaut environ 13,14 dm.

20 **MODE EXPERT** Calculer le périmètre de cette monture de lunettes verte. Arrondir au mm près.



Le contour de la monture est constitué de deux fois trois quarts de cercle de rayon 3 cm, d'un segment de 3 cm de long et d'un segment qui mesure 9 cm.

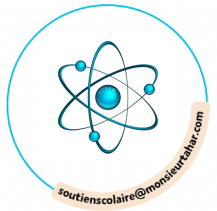
$$2 \times \frac{3}{4} \times 2 \times 3 \times \pi + 3 + 9$$

$$9 \times \pi + 12 \approx 40,3$$

Le périmètre vaut environ 40,3 cm.

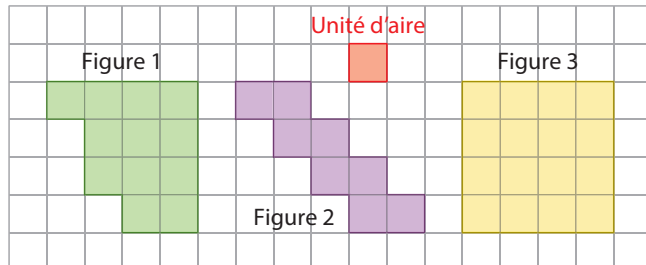


4 Comparer et déterminer des aires



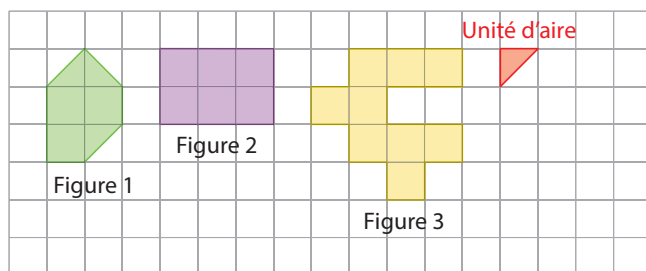
► L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface intérieure, dans une unité donnée.

21 Déterminer l'aire de chacune des trois figures.



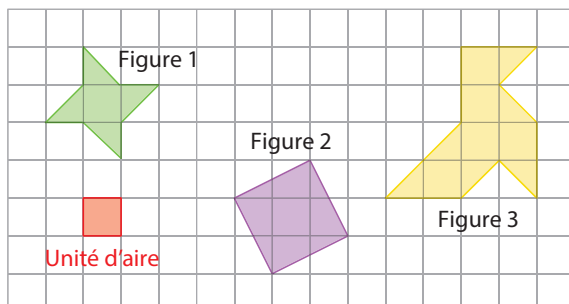
- L'aire de la figure 1 est de 12 unités d'aire.
- L'aire de la figure 2 est de 8 unités d'aire.
- L'aire de la figure 3 est de 16 unités d'aire.

22 Déterminer l'aire de chacune des trois figures.



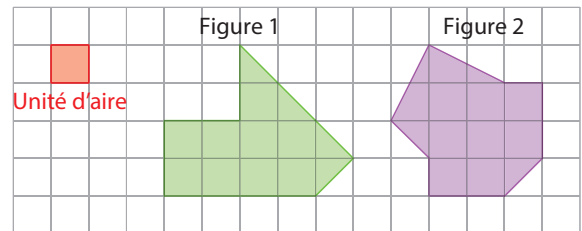
- L'aire de la figure 1 est de 9 unités d'aire.
- L'aire de la figure 2 est de 12 unités d'aire.
- L'aire de la figure 3 est de 18 unités d'aire.

23 Déterminer l'aire de chacune des trois figures.



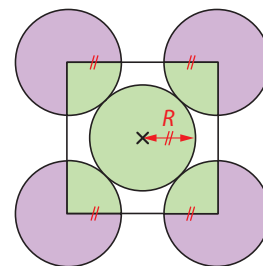
- L'aire de la figure 1 est de 3 unités d'aire.
- L'aire de la figure 2 est de 5 unités d'aire.
- L'aire de la figure 3 est de 8 unités d'aire.

24 Comparer l'aire de ces figures.



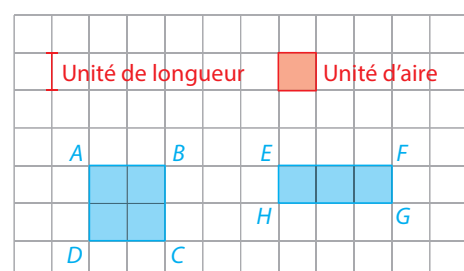
- Aire de la figure 1 : $9 + 4 \times 0,5 = 11$ unités d'aire
 - Aire de la figure 2 : $8 + 2 \times 0,5 + 2 = 11$ unités d'aire
- Les aires de ces deux figures sont égales.

25 **MODE EXPERT** Dans la figure suivante, comparer l'aire de la partie verte et celle de la partie violette.



La partie verte est composée de quatre quarts de disque et d'un disque complet, soit un total de deux disques de rayon R . La partie violette est composée de quatre fois trois-quarts de disque, soit un total de trois disques de même rayon R . L'aire de la partie violette est donc supérieure à celle de la partie verte.

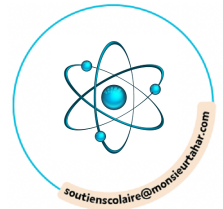
26 **MODE EXPERT** Tracer deux quadrilatères ayant le même périmètre mais pas la même aire.





5

Convertir des aires



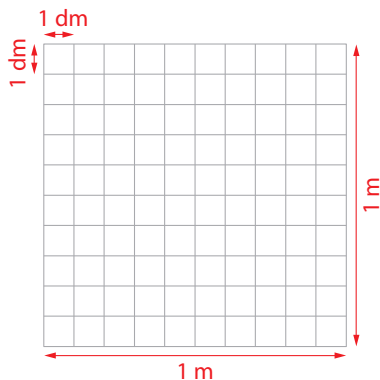
- L'unité usuelle d'aire est le **mètre carré**, noté **m²**. Elle correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.
- 1 dm² correspond à l'aire d'un carré de 1 dm de côté, 1 cm² correspond à l'aire d'un carré de 1 cm de côté, etc.

27 À l'aide du schéma ci-contre, compléter.

$$1 \text{ m}^2 = \underline{100} \text{ dm}^2$$

On en déduit donc

$$\text{que } 1 \text{ dm}^2 = \underline{0,01} \text{ m}^2.$$



28 Julie : « Le préfixe « déca » multiplie par 10 l'unité de longueur devant laquelle il est placé. »

Olivier : « Donc 1 dam² = 10 m². »

Salim : « Non, 1 dam² = 100 m² (on multiplie par 100) et 1 m² = 0,01 dam² (on divise par 100). »

Qui a raison ? Qui a tort ? Pourquoi ?

Julie a raison car, avec des unités de longueur,

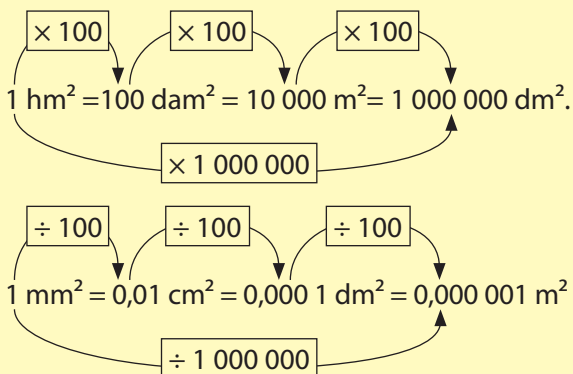
$$1 \text{ dam} = 10 \text{ m}.$$

Olivier a tort, il confond les unités d'aire et les unités de longueur.

$$\text{Salim a raison car } 1 \text{ dam}^2 = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$$

$$\text{et } 1 \text{ m}^2 = 0,1 \text{ dam} \times 0,1 \text{ dam} = 0,01 \text{ dam}^2.$$

- Pour convertir des aires, on peut effectuer des successions de **multiplications par 100** ou de **divisions par 100**.



29 En déduire les conversions suivantes.

$$\text{a. } 15 \text{ m}^2 = 15 \times \underline{100} \text{ dm}^2 = \underline{1\,500} \text{ dm}^2$$

$$\text{b. } 698 \text{ dm}^2 = 698 \div \underline{100} \text{ m}^2 = \underline{6,98} \text{ m}^2$$

$$\text{c. } 3\,743 \text{ mm}^2 = 3\,743 \div \underline{100} \text{ cm}^2 = \underline{37,43} \text{ cm}^2$$

$$\text{d. } 0,5 \text{ m}^2 = 0,5 \times \underline{100} \text{ dm}^2 = \underline{50} \text{ dm}^2$$

$$\text{e. } 36,74 \text{ hm}^2 = 36,74 \times \underline{100} \text{ dam}^2 = \underline{3\,674} \text{ dam}^2$$

$$\text{f. } 0,456 \text{ cm}^2 = 0,456 \times \underline{100} \text{ mm}^2 = \underline{45,6} \text{ mm}^2$$

30 Compléter.

$$\text{a. } 3,5 \text{ m}^2 = 3,5 \times \underline{10\,000} \text{ cm}^2 = \underline{35\,000} \text{ cm}^2$$

$$\text{b. } 0,87 \text{ hm}^2 = 0,87 \times \underline{1\,000\,000} \text{ dm}^2 = \underline{870\,000} \text{ dm}^2$$

$$\text{c. } 354 \text{ m}^2 = 354 \div \underline{10\,000} \text{ hm}^2 = \underline{0,035\,4} \text{ hm}^2$$

$$\text{d. } 65,4 \text{ cm}^2 = 65,4 \div \underline{10\,000} \text{ m}^2 = \underline{0,006\,54} \text{ m}^2$$

31 Convertir dans l'unité indiquée.

$$\text{a. } 3,891 \text{ m}^2 = \underline{38\,910} \text{ cm}^2$$

$$\text{b. } 63 \text{ km}^2 = \underline{63\,000\,000} \text{ m}^2$$

$$\text{c. } 26 \text{ mm}^2 = \underline{0,26} \text{ cm}^2$$

$$\text{d. } 751,3 \text{ cm}^2 = \underline{0,075\,13} \text{ m}^2$$

$$\text{e. } 58\,490,6 \text{ dm}^2 = \underline{5,849\,06} \text{ dam}^2$$

- Pour mesurer un terrain, on utilise plutôt l'**are** (noté a) et l'**hectare** (noté ha).

$$\bullet 1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2 \quad 1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 1 \text{ hm}^2$$

32 Compléter.

$$\text{a. } 1 \text{ ha} = \underline{10\,000} \text{ m}^2 \quad \text{b. } 0,59 \text{ ha} = \underline{5\,900} \text{ m}^2$$

$$\text{c. } 36 \text{ a} = \underline{0,36} \text{ ha} \quad \text{d. } 548,2 \text{ a} = \underline{54\,820} \text{ m}^2$$

$$\text{e. } 2,47 \text{ ha} = \underline{247} \text{ a} = \underline{24\,700} \text{ m}^2$$

f. Un hectare correspond à l'aire d'un carré de 100 m de côté.

33 **MODE EXPERT** Compléter par un nombre ou une unité d'aire.

$$\text{a. } 0,05 \text{ m}^2 = \underline{500} \text{ cm}^2 = 50\,000 \text{ mm}^2$$

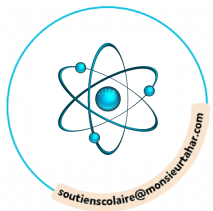
$$\text{b. } 8,3 \text{ hm}^2 = \underline{830} \text{ a} = 0,083 \text{ km}^2$$

$$\text{c. } 67\,000\,000 \text{ mm}^2 = 67 \text{ m}^2 = \underline{0,67} \text{ a}$$

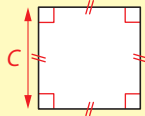
$$\text{d. } 830 \text{ ha} + 25 \text{ a} = \underline{8,302\,5} \text{ km}^2$$



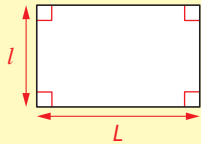
6 Calculer une aire avec une formule



► L'aire d'un **carré** de côté c est $\mathcal{A} = c \times c$.



► L'aire d'un **rectangle** de longueur L et de largeur l est $\mathcal{A} = L \times l$.



34 Calculer l'aire de chaque figure.

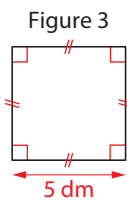
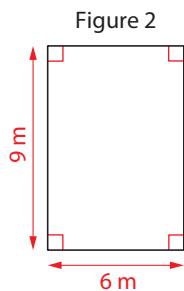
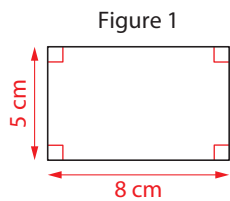
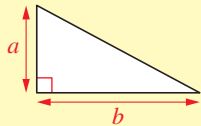


Figure 1 : $\mathcal{A}_1 = 8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 40 \text{ cm}^2$

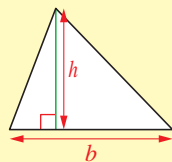
Figure 2 : $\mathcal{A}_2 = 9 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 54 \text{ m}^2$

Figure 3 : $\mathcal{A}_3 = 5 \text{ dm} \times 5 \text{ dm} = 25 \text{ dm}^2$

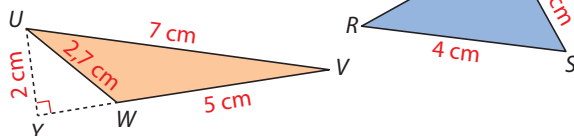
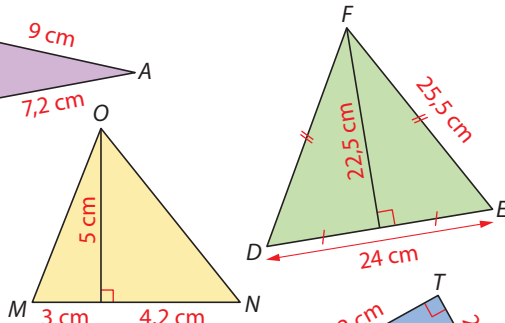
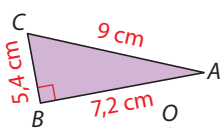
► L'aire du **triangle rectangle** ci-contre est $\mathcal{A} = (a \times b) \div 2$.



► L'aire du **triangle** ci-contre est $\mathcal{A} = (h \times b) \div 2$.



35 Calculer les aires des triangles suivants.



$\mathcal{A}_{ABC} = (7,2 \text{ cm} \times 5,4 \text{ cm}) \div 2 = 19,44 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{DEF} = (24 \text{ cm} \times 22,5 \text{ cm}) \div 2 = 270 \text{ cm}^2$

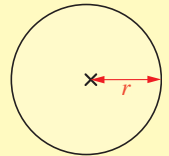
$\mathcal{A}_{MNO} = (5 \text{ cm} \times 7,2 \text{ cm}) \div 2 = 18 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{RST} = (3,2 \text{ cm} \times 2,4 \text{ cm}) \div 2 = 3,84 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{UVW} = (2 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}) \div 2 = 5 \text{ cm}^2$

► L'aire d'un **disque** de rayon r est

$\mathcal{A} = r \times r \times \pi$.



36 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ des figures suivantes (arrondir à l'unité).

1. Un disque de rayon 5 cm.

$\mathcal{A} = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times \pi \approx 79 \text{ cm}^2$

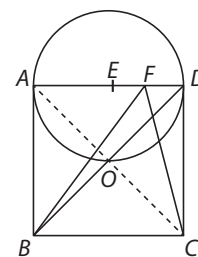
2. Un disque de diamètre 8 cm.

$\mathcal{A} = 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times \pi \approx 50 \text{ cm}^2$

3. Un demi-disque de diamètre 10 m.

$\mathcal{A} = (5 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times \pi) \div 2 \approx 39 \text{ m}^2$

37 **MODE EXPERT** ABCD est un carré de centre O et de côté 4 cm. E et F sont les milieux respectifs de [AD] et [ED]. Le cercle de centre E passe par A.



Calculer :

a. l'aire du carré ABCD ;

$\mathcal{A} = 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$

b. l'aire du triangle BFC ;

$\mathcal{A} = (4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) \div 2 = 8 \text{ cm}^2$

c. l'aire du triangle BDC ;

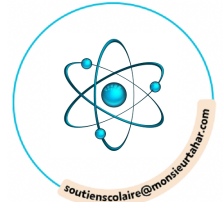
$\mathcal{A} = (4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) \div 2 = 8 \text{ cm}^2$

d. l'aire du disque de centre E passant par A (on donnera une valeur approchée au mm² près).

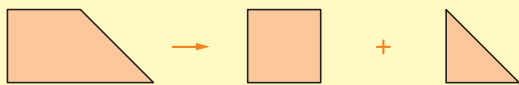
$\mathcal{A} = 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times \pi \approx 12,57 \text{ cm}^2$



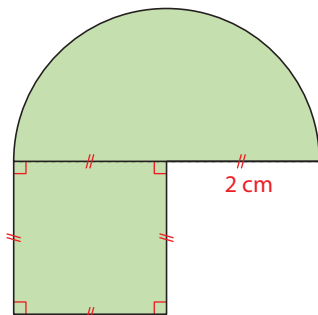
Calculer l'aire d'une figure complexe



► Pour calculer l'aire d'une figure complexe, on peut **décomposer la figure** puis additionner.



38 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la figure ci-dessous. Arrondir au cm^2 .

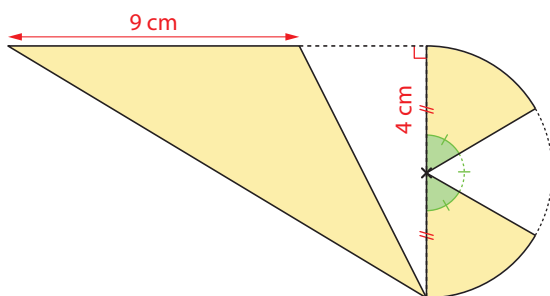


La figure est composée d'un demi-disque de rayon 2 cm auquel s'ajoute un carré de 2 cm de côté.

$$\mathcal{A} = (\pi \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}) \div 2 + 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$$

$$\mathcal{A} \approx 10 \text{ cm}^2$$

39 **MODE EXPERT** Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la surface coloriée en jaune. Arrondir un mm^2 .

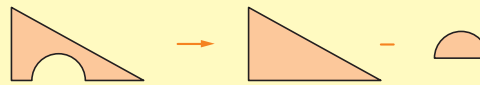


L'aire du triangle jaune est $(9 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) \div 2 = 18 \text{ cm}^2$.

L'aire des deux secteurs angulaires jaunes est égale au tiers de l'aire d'un disque de rayon 4 cm, soit $(\pi \times 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) \div 3 \approx 16,76 \text{ cm}^2$.

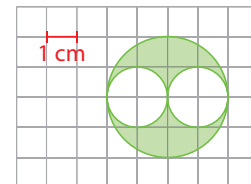
Donc $\mathcal{A} \approx 18 \text{ cm}^2 + 16,76 \text{ cm}^2 \approx 34,76 \text{ cm}^2$.

► Pour calculer l'aire d'une figure complexe, on peut **compléter la figure** puis soustraire.



40 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la figure verte. Arrondir au centième.

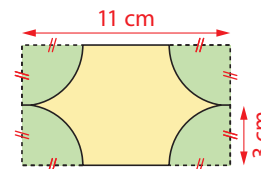
Cette figure est un disque de rayon 2 cm auquel on a enlevé deux disques de rayon 1 cm.



$$\pi \times 2 \times 2 - \pi \times 1 \times 1 - \pi \times 1 \times 1 \approx 6,28$$

$$\mathcal{A} \approx 6,28 \text{ cm}^2$$

41 Une carte de vœu est bicolore. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie jaune. Arrondir à l'unité.



Si on soustrait l'aire des 4 quarts de disque de rayon 3 cm à l'aire du rectangle de 11 cm sur 6 cm, on obtient l'aire de la partie jaune.

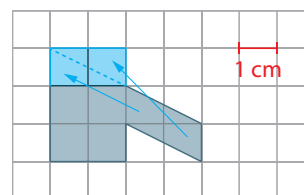
$$11 \times 6 - \pi \times 3 \times 3 \approx 38$$

$$\mathcal{A} \approx 38 \text{ cm}^2$$

► Pour calculer l'aire d'une figure complexe, on peut « **découper** » puis déplacer.



42 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la figure bleue ci-dessous.



En « découpant puis en déplaçant », on montre que l'aire de cette figure est la même que celle d'un rectangle de 2 cm de large et 3 cm de long.

On a donc $\mathcal{A} = 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$.

43 Parcours ceinture jaune

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

2. $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$

3. $1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$

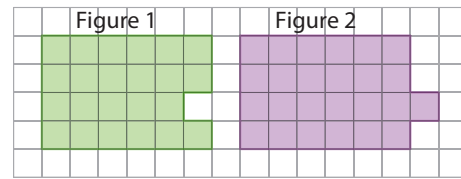
4. Compléter.

Le périmètre d'un carré de côté c est $4 \times c$.

L'aire d'un rectangle de largeur l et de

longueur L est $L \times l$.

5. Comparer les périmètres des figures 1 et 2 et les aires des figures 1 et 2.



aire fig 1 < aire fig 2

périmètre fig 1 = périmètre fig 2

6. Quelle est la longueur approximative d'un cercle de rayon 1 cm ? 6,28 cm

44 Parcours ceinture verte

1. $15 \text{ mm} = 1,5 \text{ cm}$

2. $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$

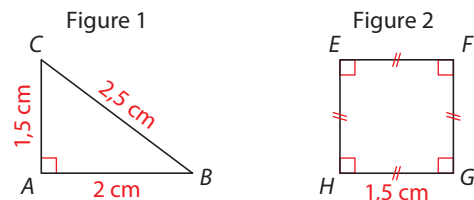
3. $1 \text{ a} = 0,01 \text{ ha}$

4. Compléter.

L'aire d'un carré de côté c est $c \times c$.

5. Quelle est la longueur approximative d'un demi-cercle de rayon 10 cm ? 31,4 cm

6. Comparer les périmètres des figures 1 et 2 et les aires des figures 1 et 2.



Les deux périmètres sont égaux.

$A_1 = 1,5 \text{ cm}^2$ et $A_2 = 2,25 \text{ cm}^2$, donc $A_1 < A_2$.

45 Parcours ceinture noire

1. $25,3 \text{ mm} = 0,253 \text{ dm}$

2. $3,2 \text{ ha} = 32\,000 \text{ m}^2$

3. Compléter.

L'aire d'un carré de 200 m de côté est égale

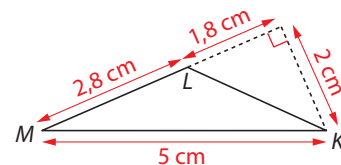
à 4 ha.

4. Quel est le périmètre d'un triangle équilatéral de côté a ? $3 \times a$.

5. Quelle est l'aire approximative d'un disque de diamètre 20 cm ? 314 cm²

6. Quelle est l'aire du triangle LMK ci-dessous ?

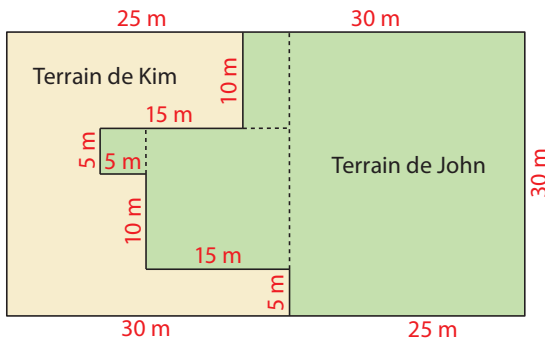
2,8 cm²



46 Les voisins

Modéliser, Calculer

John et Kim sont voisins. Leurs deux terrains sont représentés ci-dessous. Tous les angles de la figure sont droits.



1. Calculer le périmètre de chacun des terrains puis comparer les résultats.

Terrain de John :

$$30 + 30 + 25 + 5 + 15 + 10 + 5 + 5 + 15 + 10 = 150$$

Le terrain de John a pour périmètre 150 m.

Terrain de Kim :

$$25 + 30 + 30 + 5 + 15 + 10 + 5 + 5 + 15 + 10 = 150$$

Le terrain de Kim a pour périmètre 150 m.

Les deux terrains ont le même périmètre.

2. Calculer l'aire de chacun des terrains puis comparer les résultats.

Terrain de John :

$$5 \times 10 + 15 \times 15 + 5 \times 5 + 25 \times 30 = 1\,050$$

Le terrain de John a pour aire de 1 050 m².

Terrain de Kim :

$$55 \times 30 - 1\,050 = 600$$

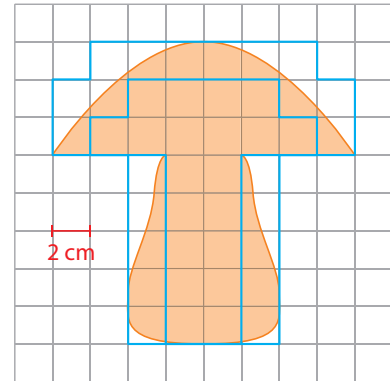
Le terrain de Kim a pour aire de 600 m².

Le terrain de Kim a une surface inférieure à celle du terrain de John.

47 Le champignon

Modéliser, Calculer

On a représenté ci-après la coupe transversale d'un champignon sur du papier quadrillé. À l'aide de ce schéma réalisé à l'échelle, donner un encadrement de l'aire $\mathcal{A}$ (en cm²) de cette coupe grande réelle.



Chaque carré du quadrillage représente une aire de 4 cm². L'aire $\mathcal{A}$ est comprise entre les deux figures tracées, qui comportent respectivement 20 et 42 carreaux.

$$\text{On a } 80 \text{ cm}^2 < \mathcal{A} < 168 \text{ cm}^2.$$

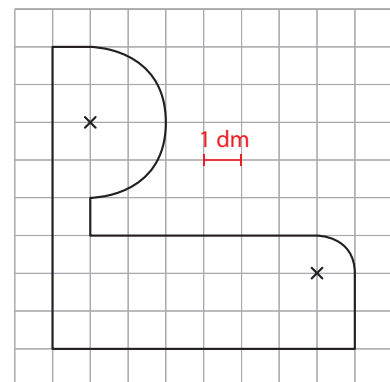
48 La couture

Calculer, Modéliser

La couture d'un côté d'un fauteuil est représentée ci-dessous (on a placé les centres des deux arcs de cercles).



- Calculer la longueur de cette couture. Arrondir au cm.



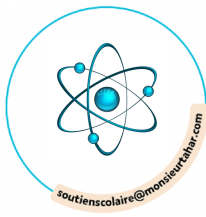
Cette figure est composée d'un demi-cercle de rayon 2 dm, d'un quart de cercle de rayon 1 dm, et de six segments.

$$\bullet (2 \times 2 \times \pi) \div 2 \approx 6,28$$

$$\bullet (2 \times 1 \times \pi) \div 4 \approx 1,57$$

$$\bullet 6,28 + 1,57 + 2 \times 1 + 6 + 2 + 8 \times 2 \approx 33,85$$

La longueur de la couture sur chaque face est d'environ 33,9 dm.



49 La pelouse

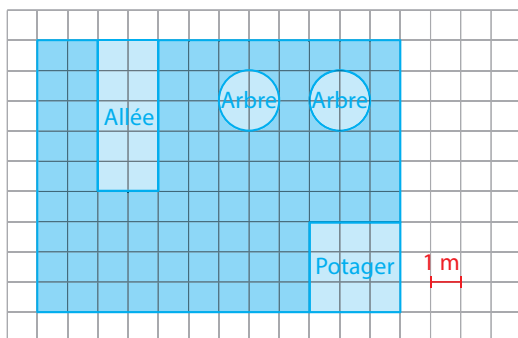
Chercher, Calculer

Philippe a un jardin rectangulaire de 12 mètres de long et de 9 mètres de large. Ce jardin comporte :

- une allée de 5 mètres de long et de 2 mètres de large ;
- un potager carré de 3 mètres de côté ;
- deux arbres dont le diamètre à la base du tronc mesure 2 mètres.

Tout le reste est recouvert de pelouse.

1. Représenter un schéma possible du jardin de Philippe.



2. Combien mesure la surface de pelouse que Philippe doit tondre ?

$$\text{Aire du jardin : } 12 \text{ m} \times 9 \text{ m} = 108 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire de l'allée : } 5 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 10 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire du potager : } 3 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 9 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire occupée par un arbre : } 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times \pi \approx 3,14 \text{ m}^2$$

Aire de la pelouse :

$$108 \text{ m}^2 - 10 \text{ m}^2 - 9 \text{ m}^2 - 2 \times 3,14 \text{ m}^2 \approx 82,72 \text{ m}^2$$

Philippe doit tondre environ 82,72 m² de pelouse.

50 L'odomètre

Chercher, Raisonner

Un odomètre est un instrument de mesure qui affiche sur un compteur la distance parcourue.



► L'odomètre-roue est conçu pour parcourir 1 m en un tour de roue. Quel est, en cm, le diamètre de sa roue ? Arrondir à l'unité.

Le périmètre de la roue de diamètre D est égale à 1 m.

Donc $D \times \pi = 1 \text{ m}$, on en déduit que 3,14 fois le

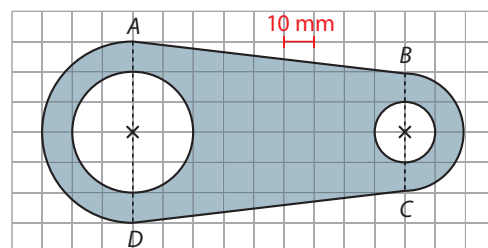
diamètre fait environ 1 mètre, donc $D \approx 1 \text{ m} \div 3,14$,

donc $D \approx 0,32 \text{ m} \approx 32 \text{ cm}$.

51 La pièce métallique

Chercher, Modéliser, Calculer

Une pièce métallique est représentée ci-dessous. Elle est percée de deux trous circulaires.



► Calculer son aire et donner le résultat en cm², arrondi au mm² près.

Aire du quadrilatère ABCD :

$$90 \times 60 - 90 \times 10 = 4\,500 \text{ donc } \mathcal{A}_1 = 4\,500 \text{ mm}^2$$

Aire du demi-disque de rayon 30 mm :

$$(30 \times 30 \times \pi) \div 2 \approx 1\,413,7 \text{ donc } \mathcal{A}_2 \approx 1\,413,7 \text{ mm}^2$$

Aire du demi-disque de rayon 20 mm :

$$(20 \times 20 \times \pi) \div 2 \approx 628,3 \text{ donc } \mathcal{A}_3 \approx 628,3 \text{ mm}^2$$

Aire des deux trous circulaires :

$$20 \times 20 \times \pi + 10 \times 10 \times \pi \approx 1\,570,8$$

$$\text{donc } \mathcal{A}_4 \approx 1\,570,8 \text{ mm}^2$$

On en déduit une valeur approchée de l'aire

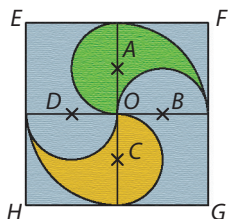
de la pièce métallique :

$$\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 - \mathcal{A}_4 \approx 4\,971 \text{ mm}^2 \approx 49,71 \text{ cm}^2$$

52 Le motif

Calculer, Raisonner

Une frise est réalisée à partir d'un motif dessiné ci-contre. $EFGH$ est un carré de centre O et de 10 cm de côté. Les points A, B, C et D sont les centres de quatre demi-cercles et O celui de deux quarts de cercles.



1. Calculer le périmètre de la figure jaune.

$$P_j = 5 \text{ cm} \times \pi + 10 \text{ cm} \times \pi \div 4 \approx 23,6 \text{ cm}$$

2. Calculer l'aire de la figure jaune.

$$A_j = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times \pi \div 4 \approx 19,6 \text{ cm}^2$$

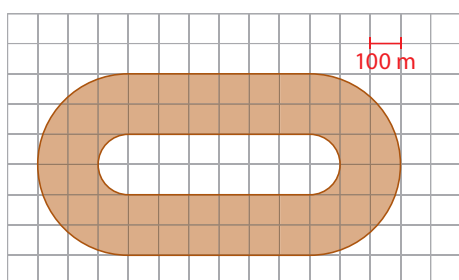
3. Calculer l'aire de la partie bleue.

$$A_b = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} - 2 \times A_j \approx 60,7 \text{ cm}^2$$

53 Karting

Calculer, Raisonner, Modéliser

Voici le plan d'un circuit de karting.



Le pilote A roule le long du bord extérieur du circuit ;
le pilote B roule le long du bord intérieur.

- Combien de mètres supplémentaires parcourt le pilote A par rapport au pilote B ?

Le circuit est composé de deux demi-cercles (donc un cercle) de diamètre 600 m à l'extérieur et 200 m à l'intérieur et de deux segments de longueur 600 m.

Distance parcourue par le pilote A :

$$(600 \text{ m} \times \pi) + 1\,200 \text{ m} \approx 1\,884 \text{ m} + 1\,200 \text{ m} \approx 3\,085 \text{ m}$$

Distance parcourue par le pilote B :

$$(200 \text{ m} \times \pi) + 1\,200 \text{ m} \approx 628 \text{ m} + 1\,200 \text{ m} \approx 1\,828 \text{ m}$$

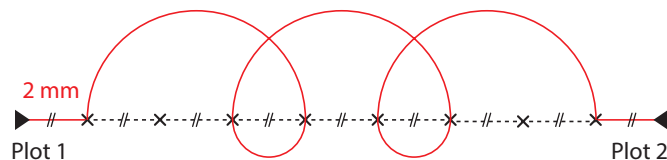
$$3\,085 \text{ m} - 1\,828 \text{ m} = 1\,257 \text{ m}$$

Le pilote A a parcouru 1 257 mètres de plus que le pilote B.

54 Le filament

Chercher, Calculer

Un filament est positionné entre deux plots comme indiqué ci-dessous.



- Quelle est la longueur de ce filament ? Arrondir au dixième de mm.

Le filament est représenté par deux segments de 2 mm, 3 demi-cercles de 6 mm de diamètre et deux demi-cercles (soit un cercle) de 2 mm de diamètre.

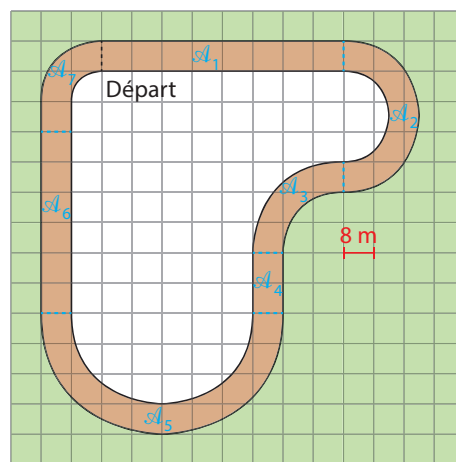
$$2 \times 2 + 3 \times (6 \times \pi) \div 2 + 2 \times \pi \approx 38,6$$

La longueur de ce filament vaut environ 38,6 mm.

55 Circuit de motos

Modéliser, Raisonner, Calculer

La piste de ce circuit de motos mesure 8 mètres de large.



- Calculer l'aire de ce circuit.

On partage le circuit en sept parties depuis le départ, on calcule leurs aires puis on les additionne.

$$64 \times 8 = 512 ; A_1 = 512 \text{ m}^2$$

$$[(20 \times 20 \times \pi) - (12 \times 12 \times \pi)] \div 2 \approx 402 ; A_2 \approx 402 \text{ m}^2$$

$$[(24 \times 24 \times \pi) - (16 \times 16 \times \pi)] \div 4 \approx 251 ; A_3 \approx 251 \text{ m}^2$$

$$16 \times 8 = 128 ; A_4 = 128 \text{ m}^2$$

$$[(32 \times 32 \times \pi) - (24 \times 24 \times \pi)] \div 2 \approx 704 ; A_5 \approx 704 \text{ m}^2$$

$$56 \times 8 = 448 ; A_6 = 448 \text{ m}^2$$

$$[(16 \times 16 \times \pi) - (8 \times 8 \times \pi)] \div 4 \approx 151 ; A_7 \approx 151 \text{ m}^2$$

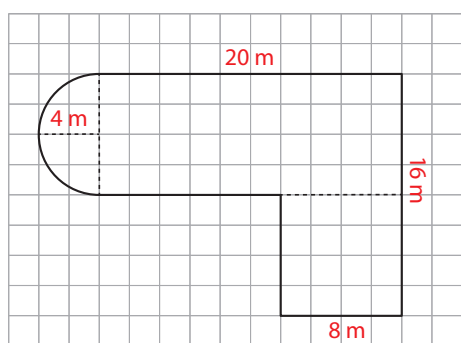
L'aire totale du circuit est $A \approx 2\,596 \text{ m}^2$.

Tâche complexe

56

Marie s'installe avec sa famille aux USA. Elle s'intéresse au prix d'une maison dont elle a réalisé le plan à l'aide de mesures prises sur un chantier français.

Doc 1 Le plan de Marie



Doc 2 Unité de longueur américaine

Aux États-Unis, l'unité de longueur utilisée n'est pas le mètre mais le *foot* (*feet* au pluriel, symbole ft).

$1 \text{ m} \approx 3,3 \text{ ft}$

Les aires sont exprimées en *feet square* (ft^2). Un *foot square* correspond à l'aire d'un carré d'un *foot* de côté.



Doc 3 Prix de l'immobilier américain

Le prix d'une maison est proportionnel à sa surface.

Dans cette région américaine, 1 ft^2 est vendu 350 dollars ($1 \text{ dollar} = 0,83 \text{ euro}$).

► Marie a un budget de 700 000 €. Peut-elle acheter cette maison ?

$8 \times 8 + 8 \times 20 + \pi \times 4 \times 4 \div 2 \approx 249$ donc la maison a une surface d'environ 249 m^2 .

$1 \text{ m} \approx 3,3 \text{ ft}$, donc $1 \text{ m}^2 \approx 3,3 \times 3,3 \text{ ft}^2$, donc $1 \text{ m}^2 \approx 10,89 \text{ ft}^2$.

La surface de la maison en ft^2 est donc d'environ $249 \times 10,89$, soit environ $2\,712 \text{ ft}^2$.

$2\,712 \times 350 = 949\,200$ donc le prix de la maison est de 949 200 dollars.

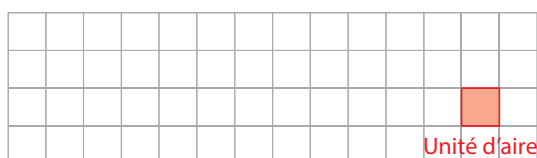
$949\,200 \times 0,83 = 787\,836$ donc le prix de la maison est de 787 836 €. Marie ne pourra pas acheter cette maison.



Le jeu

Grand périmètre

Le jeu se joue à deux. Un nombre entier entre 5 et 12 est annoncé au hasard. En une minute, chaque joueur doit dessiner une figure fermée sur une grille comme ci-dessous, de telle sorte que son aire soit égale au nombre donné au départ. Seuls les segments horizontaux et verticaux sont autorisés. Le joueur dont la figure a le plus grand périmètre marque un point. En cas d'égalité de périmètre, personne ne marque.



Le défi

Course

Lors d'une course à vélo, chaque participant doit effectuer 27,75 km sur le parcours représenté ci-dessous. Où est le point d'arrivée A ?

