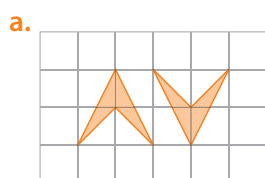


1

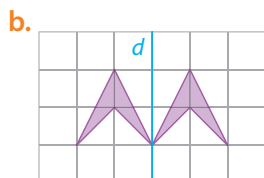
Reconnaitre deux figures symétriques par rapport à une droite

Deux figures sont **symétriques** par rapport à une droite d si elles se superposent quand on « plie » le long de cette droite.

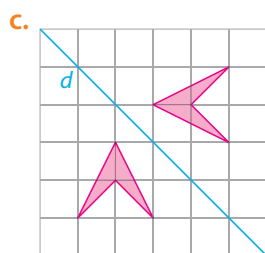
1 Dans chacun des cas suivants, chercher si les deux figures sont ou non symétriques par rapport à une droite. Si oui, tracer cette droite.



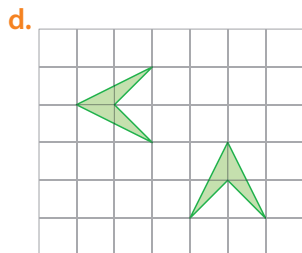
Non



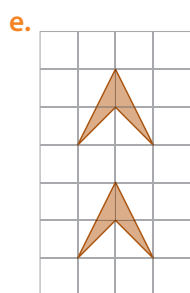
Oui



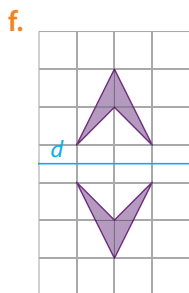
Oui



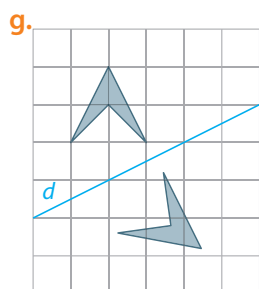
Non



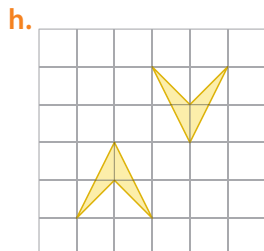
Non



Oui



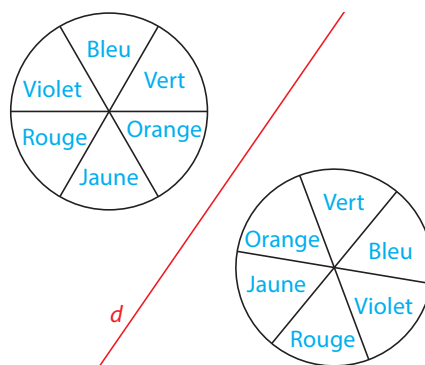
Oui



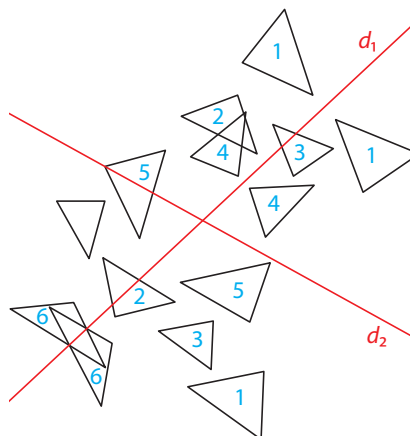
Non

2 Les deux disques ci-dessous sont symétriques par rapport à la droite d .

Colorier chaque secteur et son symétrique de la même couleur (6 couleurs au total).

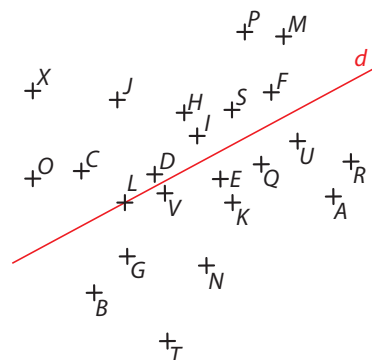


3 Colorier de la même couleur les triangles symétriques par rapport à la droite d_1 ou d_2 .



4 **MODE EXPERT** Décoder la phrase suivante en remplaçant chaque lettre par son symétrique par rapport à la droite d .
N'PERI LIQ
RPXKIRPXESFIQ !

J'AIME LES
MATHEMATIQUES !

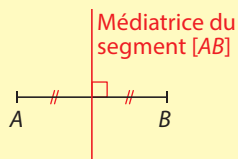




2 Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite

► La **médiatrice** d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

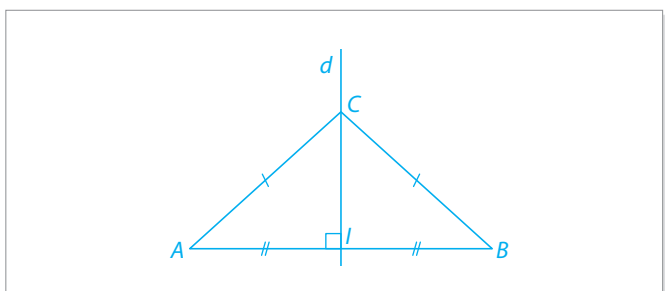
► Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est **équidistant** des extrémités de ce segment.



5 1. Tracer un segment $[AB]$ de longueur 4 cm ; placer son milieu I .

2. Tracer la droite d , médiatrice du segment $[AB]$.

3. Placer un point C , distinct de I , sur la droite d .



4. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

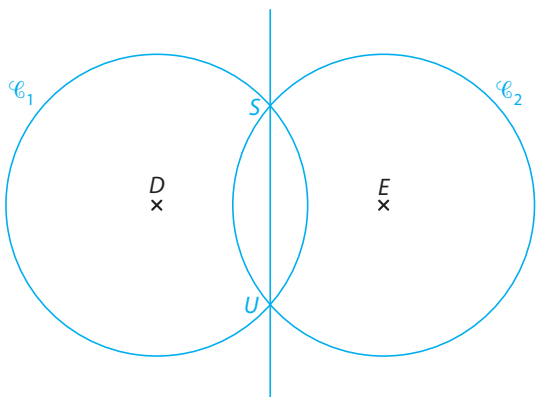
Le point C appartient à la médiatrice de $[AB]$, donc il est équidistant des extrémités de ce segment.

$CA = CB$, donc le triangle ABC est isocèle en C .

► Si un point est équidistant des deux extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

6 1. Tracer les cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de rayon 2 cm et de centres respectifs D et E .

2. Nommer S et U , les points d'intersection de ces cercles et tracer la droite (SU) .



3. Expliquer pourquoi la droite (SU) est la médiatrice du segment $[DE]$.

S et U appartiennent au cercle $\mathcal{C}_1$, donc

$DS = DU = 2 \text{ cm}$.

S et U appartiennent au cercle $\mathcal{C}_2$, donc

$ES = EU = 2 \text{ cm}$.

$DS = ES$, donc S est équidistant de D et de E , donc S

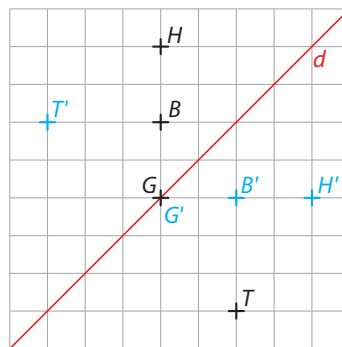
appartient à la médiatrice du segment $[DE]$.

De même, $DU = EU$, donc U appartient à la médiatrice du segment $[DE]$.

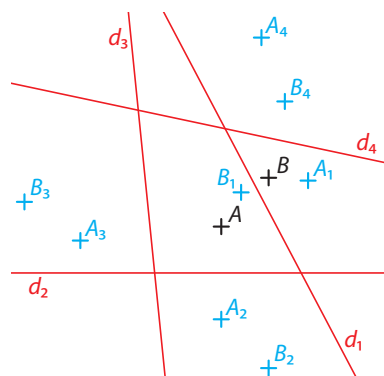
La médiatrice du segment $[DE]$ est donc la droite (SU) .

► Si deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite d , alors la droite d est la **médiatrice** du segment $[AA']$.

7 Placer précisément les points B' , G' , H' et T' , symétriques respectifs des points B , G , H et T par rapport à la droite d .



8 **MODE EXPERT** Construire les symétriques respectifs A_1 , A_2 , A_3 et A_4 et B_1 , B_2 , B_3 et B_4 des points A et B par rapport aux droites d_1 , d_2 , d_3 et d_4 .

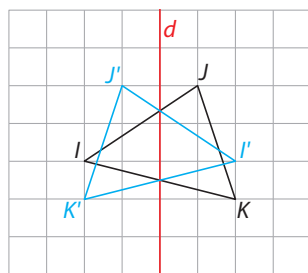
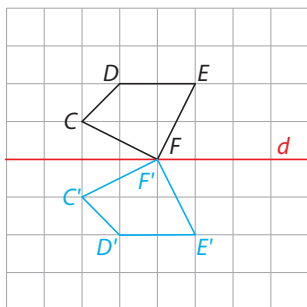


3

Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale

► Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur ; on dit que la symétrie axiale **conserve les longueurs**.

9 1. Construire les symétriques des deux figures par rapport à la droite d .

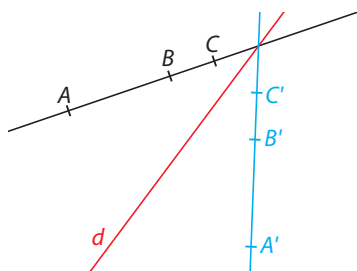


2. Que peut-on dire des longueurs $C'D'$ et CD , et des longueurs IJ et $I'J'$?

$C'D' = CD$ et $IJ = I'J'$ car la symétrie axiale conserve les longueurs.

► Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite ; on dit que la symétrie axiale **conserve les alignements**.

10 1. Construire les points A' , B' et C' , symétriques des points A , B et C par rapport à la droite d .

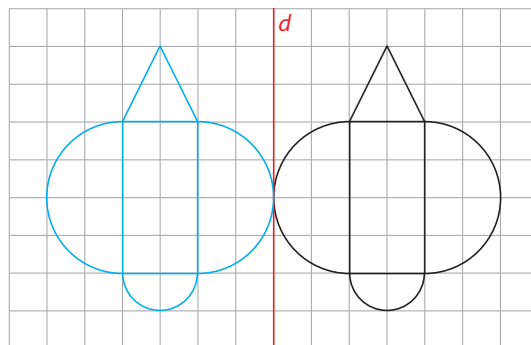


2. Vérifier que les points A' , B' et C' sont bien alignés. Quel est le symétrique de la droite (AC) ?

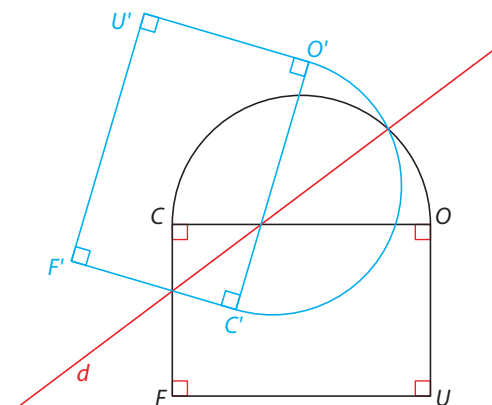
C'est la droite $(A'C')$.

► Deux figures symétriques par rapport à une droite ont la même forme. La symétrie axiale **conserve les angles, les périmètres et les aires**.

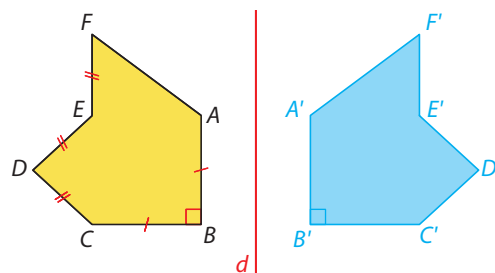
11 Construire le symétrique de la figure suivante par rapport à la droite d .



12 Construire le symétrique de cette figure par rapport à la droite d .



13 **MODE EXPERT** 1. Construire le polygone $A'B'C'D'E'F'$, symétrique du polygone $ABCDEF$ par rapport à d .



2. Quelles égalités de longueurs peut-on écrire dans le polygone $A'B'C'D'E'F'$? Justifier.

On sait que $AB = BC$ et $CD = DE = EF$.

La symétrie axiale conserve les longueurs,

donc $A'B' = B'C'$ et $C'D' = D'E' = E'F'$

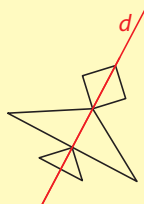
3. Le polygone $A'B'C'D'E'F'$ possède un angle droit : lequel et pourquoi ?

On sait que $\widehat{ABC} = 90^\circ$. Comme la symétrie axiale conserve les angles, $\widehat{A'B'C'} = 90^\circ$.

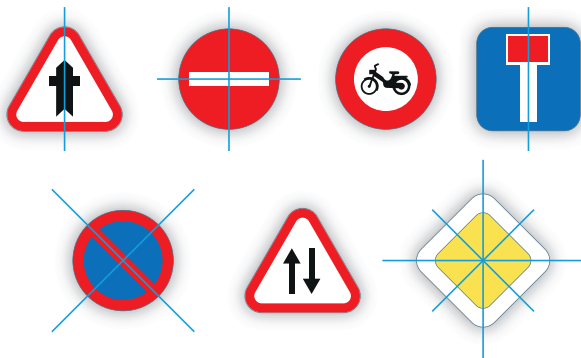
4

Reconnaitre et construire des axes de symétrie

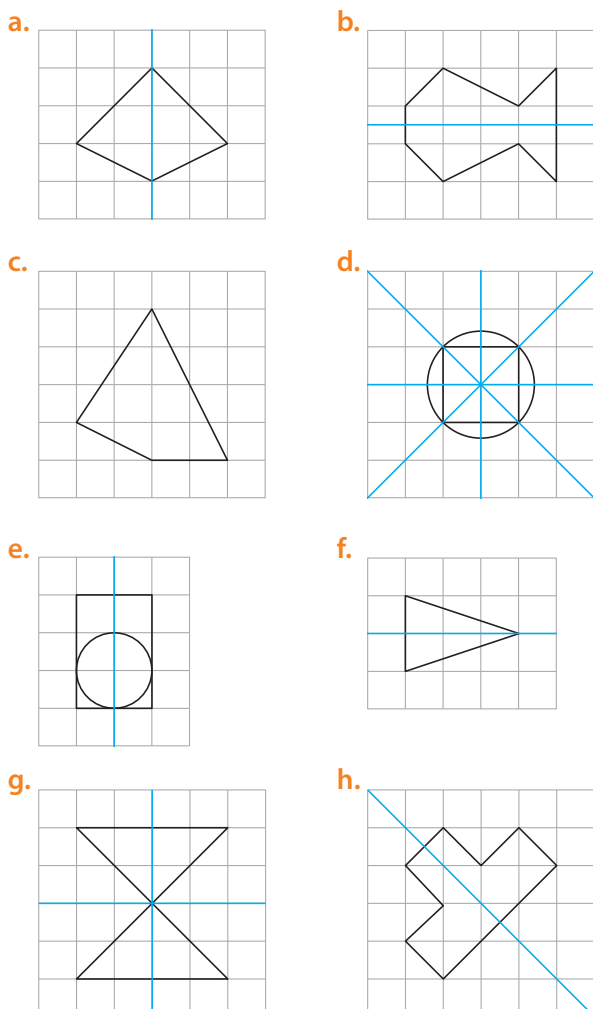
On dit qu'une droite d est un axe de symétrie d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à la droite d est la figure elle-même.



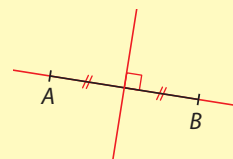
14 Les figures ci-dessous ont-elles un ou des axes de symétrie ? Si oui, les tracer.



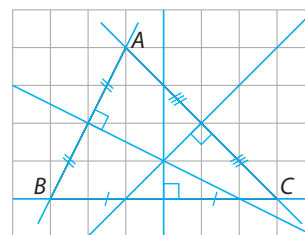
15 Tracer les axes de symétrie des figures quand c'est possible.



Un segment a deux axes de symétrie : sa **médiane** et la **droite portée par le segment**.



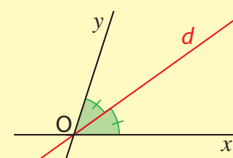
16 1. Construire les axes de symétrie de chaque côté du triangle ci-dessous.



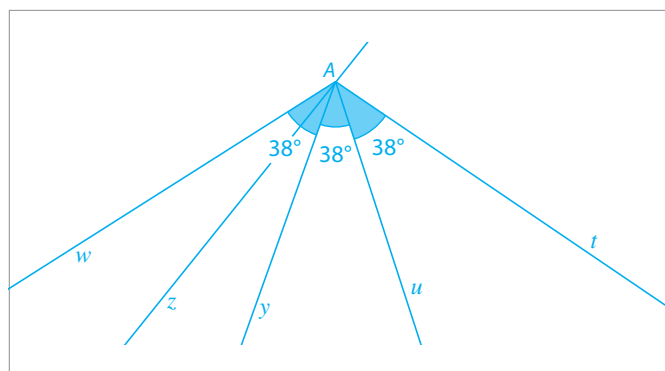
2. Que remarque-t-on ?

Il semble que les médianes des trois côtés sont concourantes.

Un angle a un axe de symétrie qui le partage en deux angles de même mesure. Cette droite est appelée la **bissectrice** de l'angle.



- 17 **MODE EXPERT**
- Tracer un angle $\widehat{wAy}$ mesurant 38° .
 - Construire la bissectrice $[Az]$ de l'angle $\widehat{wAy}$.
 - Construire la demi-droite $[Au]$ de façon que $[Ay]$ soit bissectrice de l'angle $\widehat{uAw}$.
 - Construire la demi-droite $[At]$ de façon que $[Au]$ soit la bissectrice de l'angle $\widehat{yAt}$.



5. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{wAt}$.

$$\widehat{wAt} = \widehat{wAy} + \widehat{yAu} + \widehat{uAt} = 38^\circ + 38^\circ + 38^\circ = 114^\circ$$

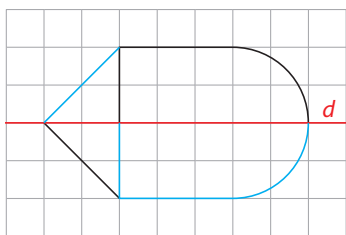


5

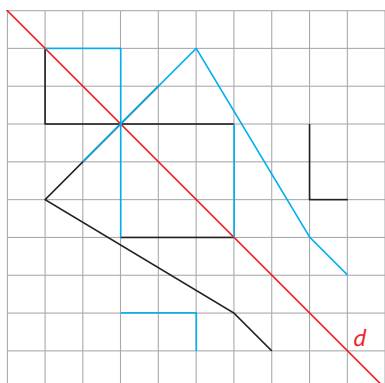
Compléter une figure par symétrie axiale

► Pour compléter une figure par symétrie axiale, on construit le **symétrique de chaque élément** de la figure par rapport à son ou ses axes de symétrie.

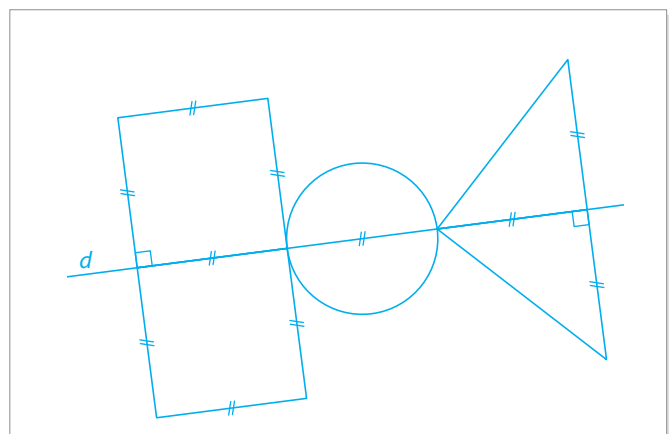
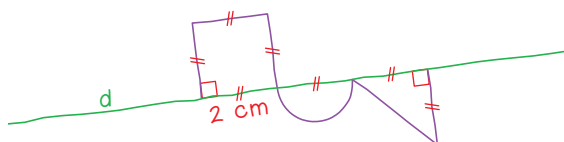
18 Compléter la figure ci-dessous par symétrie par rapport à la droite d .



19 Compléter la figure ci-dessous avec un minimum de segments pour qu'elle admette d comme axe de symétrie.

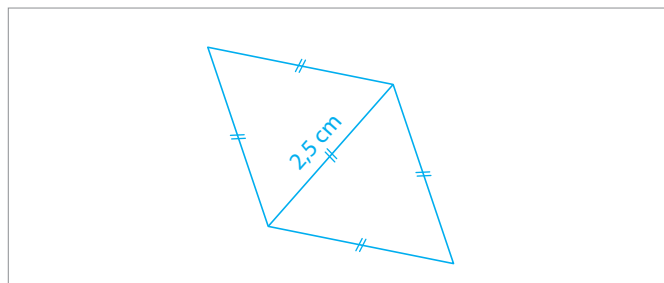


20 Reproduire la figure ci-dessous, puis la compléter pour que la droite d soit son axe de symétrie.



21 1. Construire un triangle équilatéral de côté 2,5 cm.

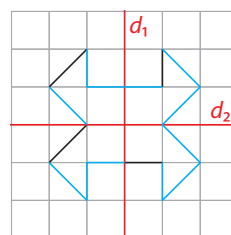
2. Compléter la figure par symétrie par rapport à l'un de ses côtés.



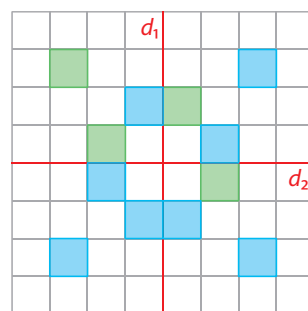
3. Quelle figure finale obtient-on ?

On obtient un losange car le quadrilatère a quatre côtés de même longueur.

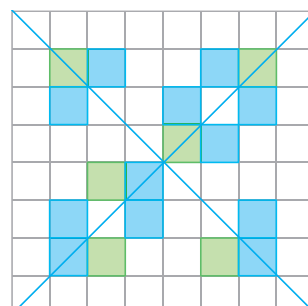
22 Compléter la figure en traçant le minimum de segments pour que les droites d_1 et d_2 soient des axes de symétrie de la figure finale.



23 Colorier le minimum de cases pour que les droites d_1 et d_2 soient des axes de symétrie de la figure finale.



24 **MODE EXPERT** Colorier le minimum de cases pour que les diagonales du grand carré soient des axes de symétrie de la figure finale.

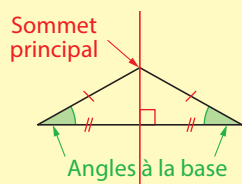


6

Connaitre les axes de symétrie des triangles particuliers

► Un triangle isocèle a un axe de symétrie : la **médiatrice de sa base**.

Les angles à la base d'un triangle isocèle ont la même mesure.

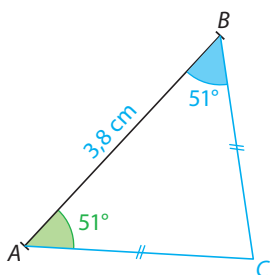
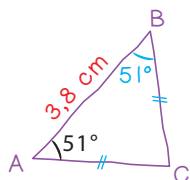


25 POM est un triangle isocèle en M . Compléter (on pourra s'aider d'une figure à main levée).

- Les longueurs MP et MO sont égales.
- Les angles $\widehat{POM}$ et $\widehat{OPM}$ ont la même mesure.
- La médiatrice du segment $[PO]$ est l'axe de symétrie de ce triangle.

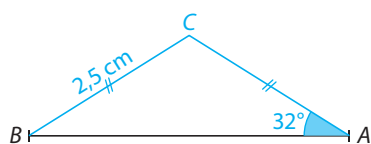
26 Le triangle ABC ci-contre est isocèle en C .

1. Compléter le codage de la figure.
2. Construire le triangle ABC en vraie grandeur.



27 ABC est un triangle tel que $CA = CB = 2,5$ cm et $\widehat{BAC} = 32^\circ$.

1. Construire le triangle ABC en vraie grandeur.

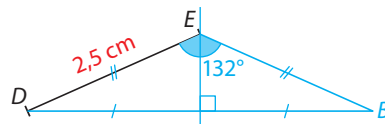


2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$? Justifier soigneusement la réponse.

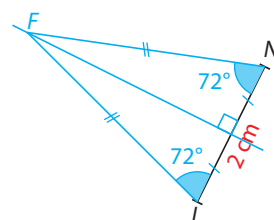
Les longueurs CA et CB sont égales, donc le triangle ABC est isocèle en C . Ses angles à la base ont donc même mesure.

Donc $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = 32^\circ$.

28 1. Construire un triangle DEB isocèle en E tel que $DE = 2,5$ cm et $\widehat{DEB} = 132^\circ$, puis tracer son axe de symétrie.

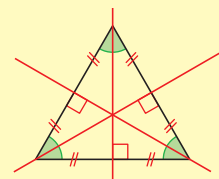


2. Construire un triangle FIN isocèle en F tel que $IN = 2$ cm et $\widehat{FIN} = 72^\circ$, puis tracer son axe de symétrie.

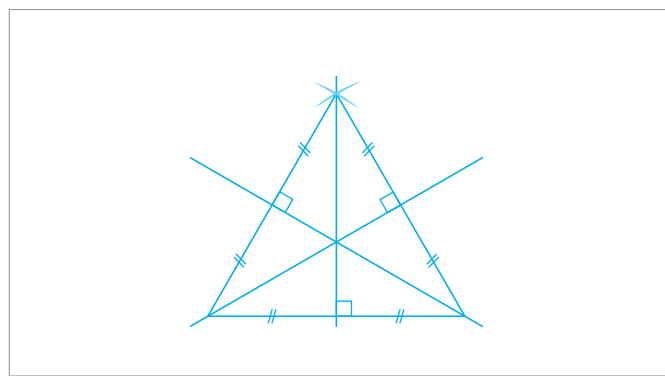


► Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie : les **médiatrices de ses côtés**.

Les trois angles d'un triangle équilatéral ont la même mesure.



29 Construire un triangle équilatéral de côté 3,4 cm ; tracer ses trois axes de symétrie.



30 **MODE EXPERT** Vrai ou faux ?

a. Si le triangle IJK est isocèle en J , alors les angles $\widehat{IJK}$ et $\widehat{JIK}$ ont même mesure. **Faux**

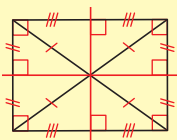
b. Dans le triangle EDF isocèle en E , si $\widehat{EDF} = \widehat{DEF}$, alors EDF est un triangle équilatéral. **Vrai**

c. Un triangle isocèle qui a au moins deux axes de symétrie est équilatéral. **Vrai**



► Un rectangle a deux axes de symétrie : **les médiatrices de chacun de ses côtés**.

Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et se coupent en leur milieu.

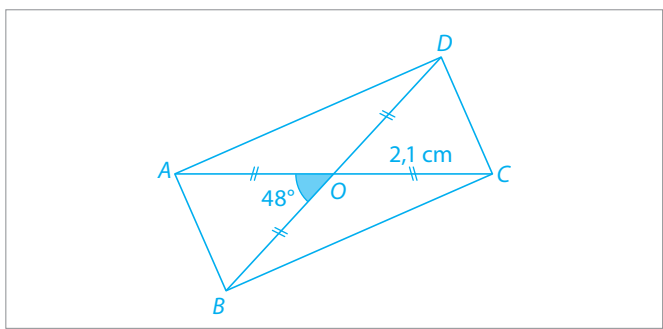


31 Roméo doit construire un rectangle $ABCD$ de centre O tel que la diagonale $[AC]$ mesure $4,2$ cm et $\widehat{AOB} = 48^\circ$.

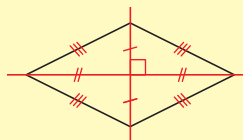
1. Compléter.

$OA = OB = OC = OD = 2,1$ cm

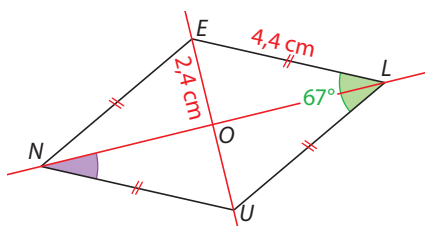
2. Construire le rectangle en vraie grandeur.



► Un losange a deux axes de symétrie : **ses diagonales** ; elles se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.



32 On considère le losange ci-dessous.



1. Quelle est la longueur du segment $[EU]$? Justifier.

Dans un losange, les diagonales se coupent en leur milieu, donc $EU = 2 \times EO = 2 \times 2,4$ cm = $4,8$ cm.

2. Quelle est la nature du triangle LOU ? Justifier.

Dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires donc le triangle LOU est rectangle en O .

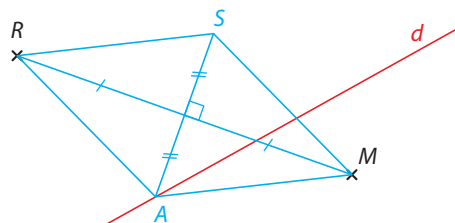
3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{LNU}$? Justifier.

Les diagonales sont des axes de symétrie donc

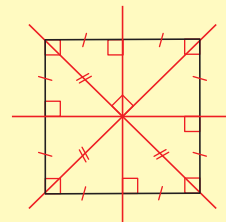
$$\widehat{LNU} = \widehat{NLU} = 67^\circ \div 2 = 33,5^\circ.$$

33 MODE EXPERT

Tracer le losange $MARS$ sachant que le sommet A est sur la droite d .

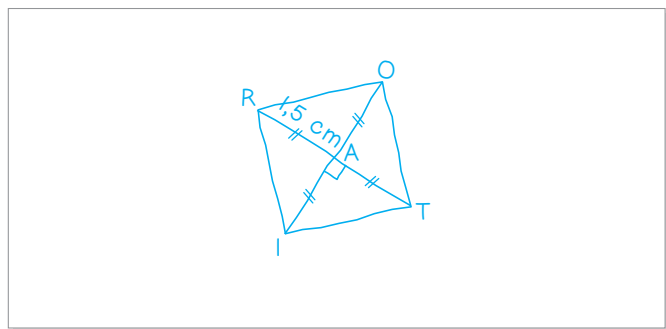


► Un carré est à la fois un rectangle et un losange : il a toutes les propriétés de ces deux figures.

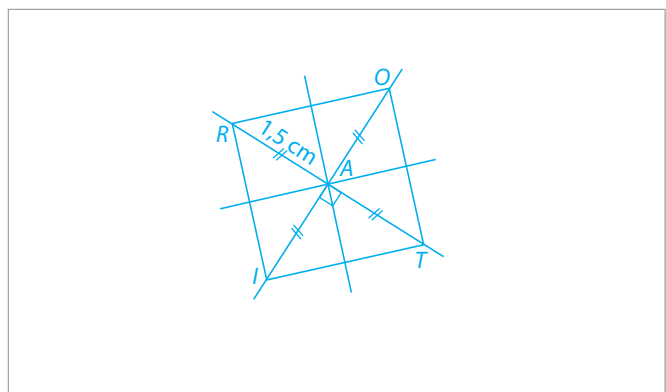


34 $ROTI$ est un carré tel que $RT = 3$ cm.

1. Tracer ce carré à main levée avec les codages.



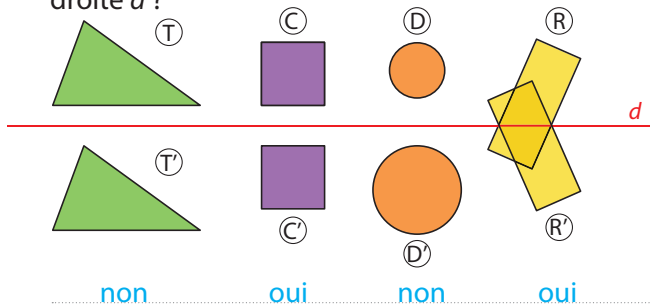
2. Construire ce carré en vraie grandeur.



3. Tracer tous les axes de symétrie du carré.

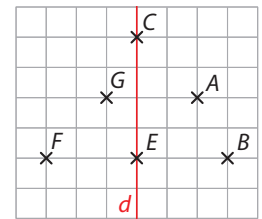
35 Parcours ceinture jaune

1. Les figures d'une même couleur ci-dessous semblent-elles symétriques par rapport à la droite d ?



2. Combien d'axes de symétrie un carré a-t-il ? 4

3. Les couples de points suivants sont-ils symétriques par rapport à la droite rouge ?



A et G non

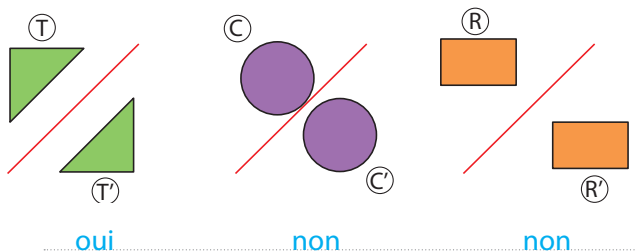
F et B oui

E et C non

Cet C oui

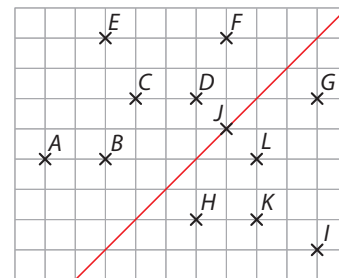
36 Parcours ceinture verte

1. Les figures d'une même couleur ci-dessous semblent-elles symétriques par rapport à la droite rouge ?



2. Combien un triangle isocèle (non équilatéral) a-t-il d'axes de symétrie ? 1

3. Les couples de points suivants sont-ils symétriques par rapport à la droite rouge ?



B et H non

C et K oui

D et G non

F et G non

37 Parcours ceinture noire

1. Donner le nombre d'axes de symétrie de chacune des figures suivantes.



2. Un triangle peut-il avoir trois axes de symétrie ?

Oui

3. Les diagonales d'un rectangle sont-elles des axes de symétrie du rectangle ? Non

4. Le milieu d'un segment appartient-il à la médiatrice de ce segment ? Oui

Le labo Indigo

Entraîne-toi à ton rythme sur les capacités 1 à 7 avec les exercices interactifs du Labo Indigo.

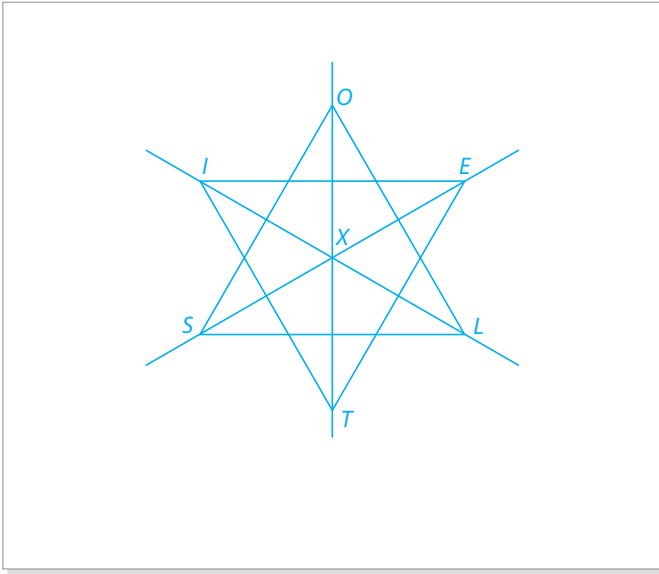


hachette-clic.fr/21li6011

38 Étoile

Représenter

1. Construire un triangle équilatéral OLS de côté $3,5$ cm ; tracer ses axes de symétrie qui se coupent en X .
2. Construire les points E , T , et I symétriques du point X par rapport à chacun des côtés du triangle OLS . Tracer le triangle ETI .

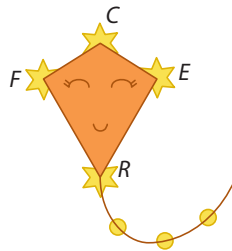


39 Cerf-volant

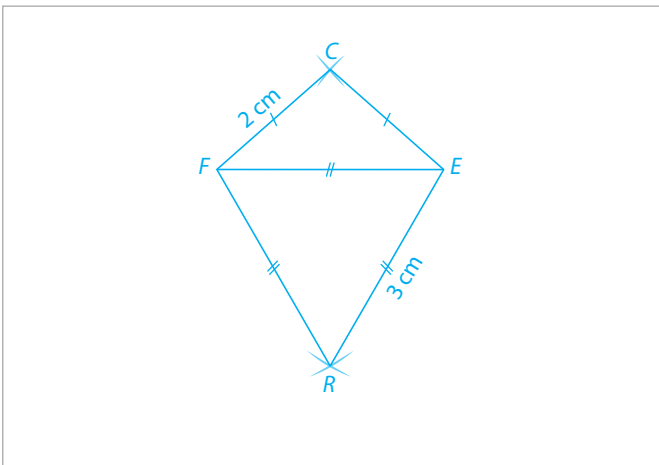
Représenter, Raisonner

Le cerf-volant que dessine Léo est constitué de deux triangles :

- le triangle FCE isocèle en C tel que $FC = 2$ cm et $FE = 3$ cm ;
- le triangle FER équilatéral.



1. Construire le quadrilatère $CERF$.



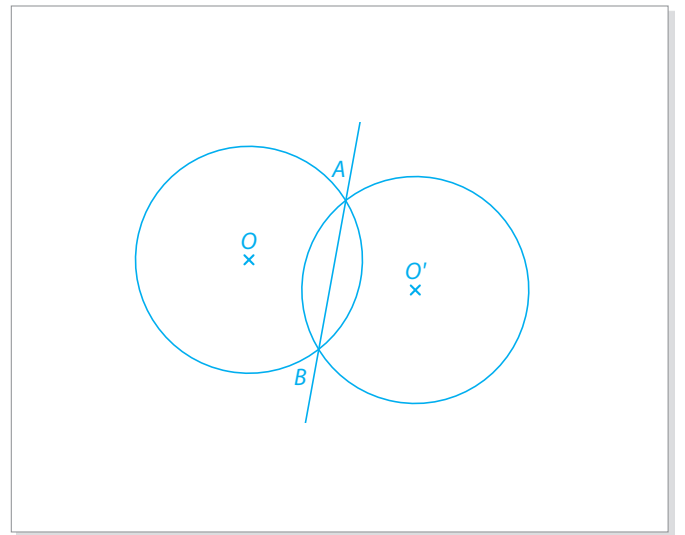
2. Ce quadrilatère a-t-il un ou des axes de symétrie ? Justifier.

Les points C et R sont équidistants des extrémités du segment $[FE]$, donc la droite (CR) est la médiatrice du segment $[FE]$. Ce quadrilatère a donc un seul axe de symétrie : la droite (CR) .

40 Cercles symétriques

Représenter, Raisonner

1. Construire un cercle de centre O et de rayon $1,5$ cm ; placer deux points A et B sur ce cercle tel que $AB = 2$ cm.



2. Tracer le symétrique du cercle par rapport à la droite (AB) . Ce cercle passe-t-il par les points A et B ? Pourquoi ?

Les points A et B appartiennent à l'axe de symétrie, donc ils sont confondus avec leur symétrique.

Le cercle symétrique passe donc par A et B .

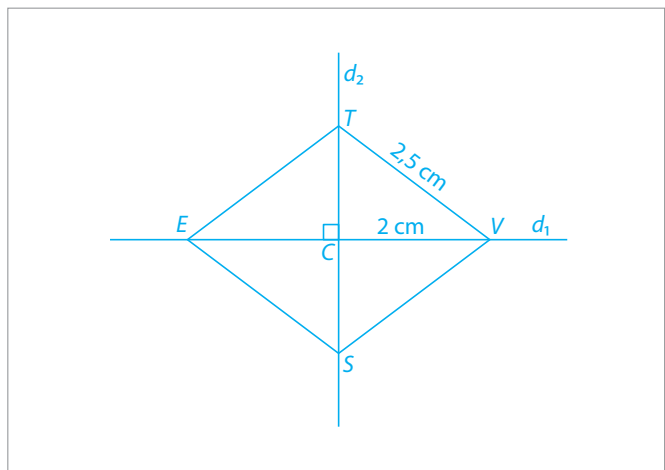
3. Qu'aurait-on pu dire de ce cercle symétrique si les points A et B avaient été diamétralement opposés ?

La droite (AB) aurait coupé le cercle en deux demi-cercles : le symétrique du cercle aurait été le cercle lui-même.

41 Quadrilatère particulier

Représenter, Raisonner

1. Tracer deux droites d_1 et d_2 perpendiculaires en C .
Sur la droite d_1 , placer un point V tel que $CV = 2$ cm.
Sur la droite d_2 , placer un point T tel que $VT = 2,5$ cm.
2. Construire le point E , symétrique du point V par rapport à la droite d_2 et le point S , symétrique du point T par rapport à la droite d_1 .

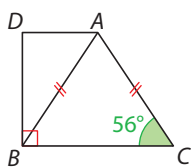


3. Quelle est la nature du quadrilatère $VSET$? Justifier.
La symétrie axiale conserve les longueurs donc
 $VT = ET = SE = SV = 2,5$ cm.
Le quadrilatère $VSET$ a quatre côtés de même
longueur, donc c'est un losange.

42 Mesure d'angle

Raisonner

Sans utiliser de rapporteur, donner la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$, puis celle de l'angle $\widehat{ABD}$ en justifiant la réponse.



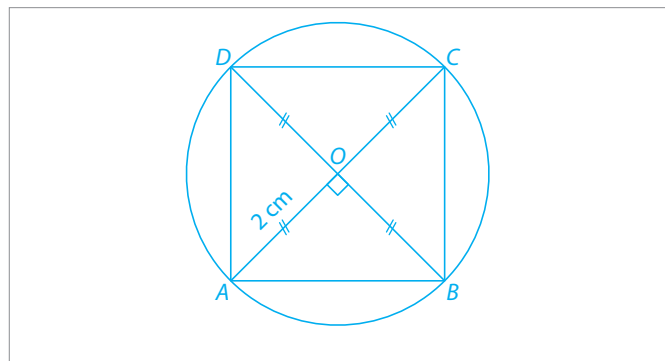
D'après le codage de la figure, les longueurs AC et AB sont égales, donc le triangle ABC est isocèle en A .
Les angles à la base du triangle ABC ont donc même mesure : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 56^\circ$.
L'angle $\widehat{CBD}$ est droit donc $\widehat{CBD} = 90^\circ$.
 $\widehat{ABD} = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

43 Carré

Représenter, Raisonner

$ABCD$ est un carré de centre O tel que $AO = 2$ cm.

1. Construire le carré $ABCD$.



2. Combien mesure le segment $[OB]$?
 $ABCD$ est un carré, donc ses diagonales se coupent en leur milieu et ont même longueur.
Donc $OB = OA = 2$ cm.
3. Peut-on tracer un cercle qui passe par les quatre sommets du carré $ABCD$?
 O est également le milieu de $[AC]$, donc
 $OA = OB = OC = OD = 2$ cm. Le cercle de centre O et de rayon 2 cm passe donc par les quatre sommets du carré $ABCD$.

44 Fraction symétrique

Chercher

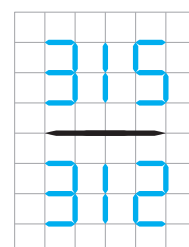
Je suis une fraction composée de chiffres de la liste suivante.



Mon numérateur est un nombre impair supérieur à 200, divisible par 9 et composé de trois chiffres différents.
Mon dénominateur est un nombre pair composé de trois chiffres différents.

Le numérateur et le dénominateur sont symétriques par rapport au trait de fraction.

► Dessiner cette fraction ci-contre.

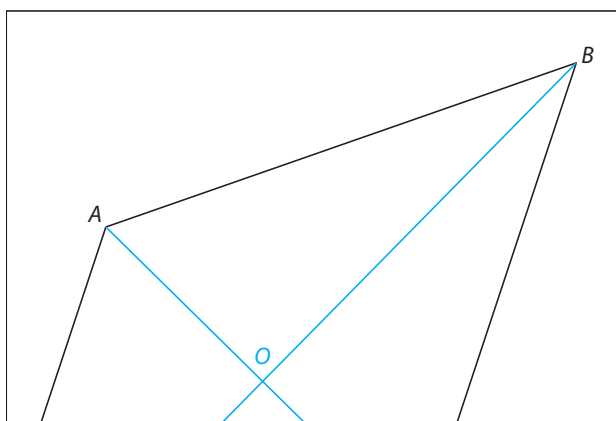


45 Sommet perdu

Représenter, Raisonner

$ABCD$ est un losange mais ses sommets C et D sont à l'extérieur de la page.

1. Construire de façon précise (sans construire les points C et D) la partie des diagonales qui sont dans le cadre. Justifier la construction.



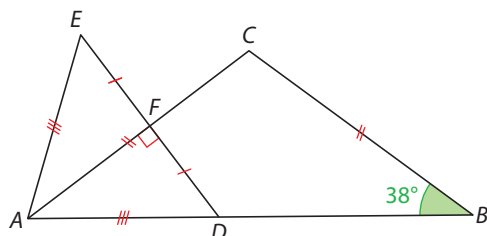
Le losange a deux axes de symétrie, ses diagonales, qui partagent les angles $\widehat{BAD}$ (de mesure 126°) et $\widehat{ABC}$ (de mesure 54°) en deux angles de même mesure.

2. Donner la longueur des diagonales de ce losange en effectuant des mesures sur la figure et en expliquant la démarche.

Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu donc $AC = 2 \times AO = 2 \times 2,9 = 5,8$ cm et $BD = 2 \times BO = 2 \times 5,9 = 11,8$ cm.

46 Triangles et angles

Raisonner



Justifier les réponses aux questions suivantes.

1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$?
 $AC = BC$ donc le triangle ABC est isocèle en C .
 Ses angles à la base ont donc même mesure, donc $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = 38^\circ$.

2. Le triangle AED a-t-il un axe de symétrie ? Si oui, lequel ?

$AE = AD$ donc le triangle AED est isocèle en A .
 La droite (AC) coupe le segment $[DE]$ perpendiculairement en son milieu. C'est donc un axe de symétrie du triangle AED .

3. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAE}$.

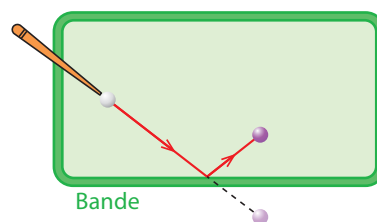
La droite (AC) est un axe de symétrie du triangle AED , donc $\widehat{DAF} = \widehat{FAE}$. Or $\widehat{DAF} = 38^\circ$, donc $\widehat{FAE} = 38^\circ$.
 Donc $\widehat{DAE} = \widehat{DAF} + \widehat{FAE} = 38^\circ + 38^\circ = 76^\circ$.

47 Billard

Modéliser, Raisonner

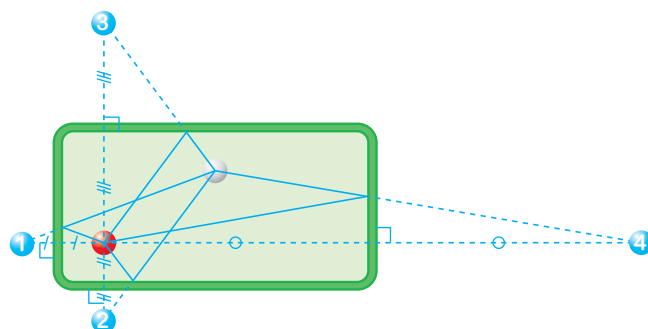
Au billard, lorsque l'on tire une boule sur une bande, sans lui appliquer d'effet, elle rebondit en faisant avec la bande un angle de même mesure que l'angle sous lequel elle a touché la bande.

Si l'on veut toucher une boule de couleur avec la boule blanche en faisant rebondir la boule blanche sur une seule bande, il faut donc viser le symétrique de la boule de couleur par rapport à la bande choisie.



Maxence veut toucher la boule rouge avec la boule blanche en une seule bande.

1. Tracer les quatre directions possibles pour que la boule blanche touche la boule rouge, en une seule bande.

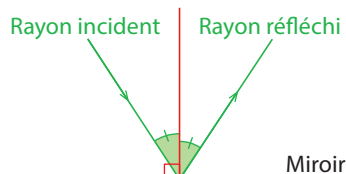


Tâche complexe

48 Quand un rayon lumineux rencontre un miroir, il « rebondit » dessus : on dit qu'il est réfléchi.

Avec un rayon laser placé au point L , Eneko vise le miroir 1 avec un angle d'incidence de 35° (l'angle formé entre le rayon laser et le miroir 1 mesure donc $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$). Ce rayon « rebondit » sur le miroir 1, puis sur le miroir 2, puis sur le miroir 3.

Doc 1 Le principe de réflexion



L'angle d'incidence et l'angle de réflexion sont symétriques par rapport à la droite rouge, perpendiculaire au miroir.

Doc 2 Montage d'Eneko

Les trois miroirs sont identiques et mesurent chacun 50 cm. Les miroirs 1 et 3 sont perpendiculaires au miroir 2.

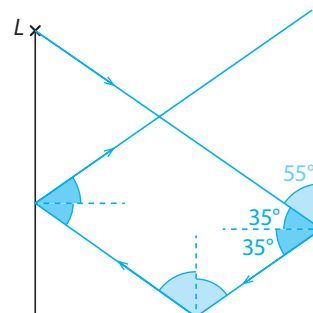


► Représenter ci-dessous le trajet du rayon laser. D'après cette construction, le rayon laser touchera-t-il à nouveau le miroir 1 ?

Le rayon lumineux fait un angle de 55° avec le miroir face au rayon laser.

On construit ensuite les rayons réfléchis sur les trois miroirs. D'après cette

construction, le rayon laser ne touchera pas à nouveau le miroir 1.

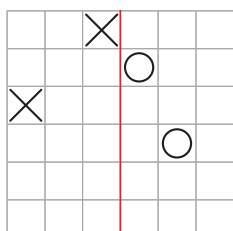


Le jeu

Symétrion

Ce jeu se joue en binôme.

On part d'une grille partagée par un axe de symétrie. À tour de rôle, les joueurs placent l'un une croix sur sa moitié de grille, l'autre un rond sur sa moitié. Le premier qui place son signe sur une case qui est symétrique d'une case déjà remplie perd.



Le défi

Mots-miroirs

Certains mots de la langue française possèdent un axe de symétrie horizontal si on les écrit en lettres majuscules.

Par exemple : ~~DI~~X mais pas SIX

Trouver des mot de quatre, cinq, six et sept lettres possédant cette particularité.

4 lettres : CODE – BOXE – BIDE

5 lettres : COCHE – BICHE

6 lettres : CHICHE

7 lettres : DECIDEE