MATHS

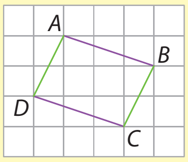
soutienscolaire@monsieurtahar.com

CHAPITRE 11

Parallélogrammes

1 Connaitre le parallélogramme

▶ Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.



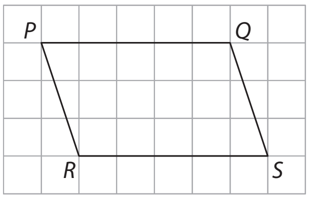
Pour construire un parallélogramme avec un quadrillage à partir de trois points, on peut repérer puis reproduire le déplacement d'un point vers un autre.

▶ Les **diagonales** d'un parallélogramme se coupent en leur milieu qui est le centre de symétrie du parallélogramme.

▶ Les **côtés opposés** d'un parallélogramme sont deux à deux de même longueur.

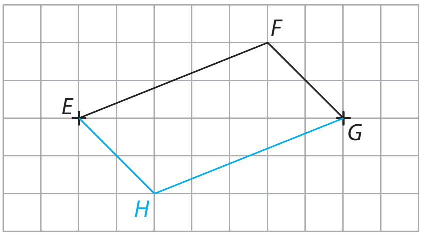
▶ Les **angles opposés** d'un parallélogramme sont deux à deux de même mesure.

1 Marco affirme avoir tracé un parallélogramme *PQRS*. A-t-il raison ?

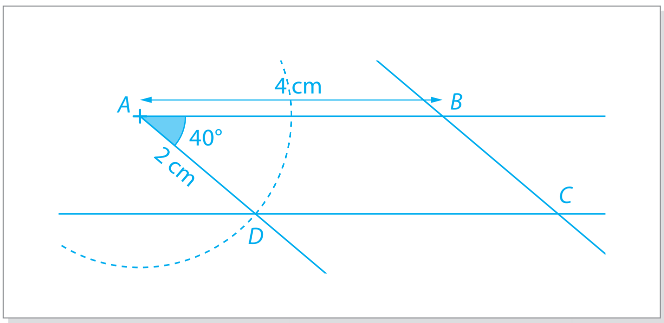


Marco a bien tracé un parallélogramme, mais celui-ci s'appelle *PQSR*.

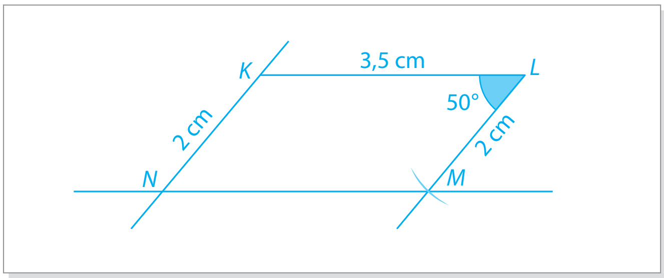
2 Sur le quadrillage ci-dessous, tracer le parallélogramme *EFGH*.



3 Construire le parallélogramme *ABCD* sachant que $AB = 4$ cm, $AD = 2$ cm et $\widehat{BAD} = 40°$.



4 Construire le parallélogramme *KLMN* tel que $KL = 3,5$ cm, $KN = 2$ cm et $\widehat{KLM} = 50°$.

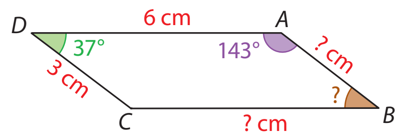


5 Compléter les égalités suivantes sachant que *ABCD* est un parallèlogramme.

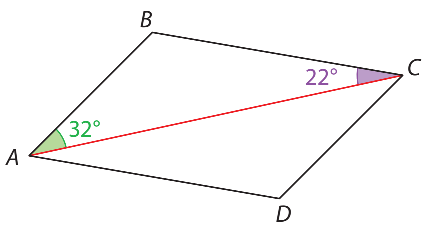
$AB =$ 3 cm

$BC =$ 6 cm

$\widehat{ABC} =$ 37°



6 MODE EXPERT Calculer les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ du parallélogramme *ABCD* ci-dessous.



Dans le triangle *ABC*, $\widehat{ABC} = 180° - (32° + 22°) = 126°$.

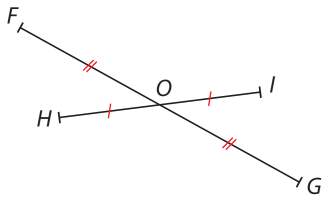
Comme *ABCD* est un parallélogramme, les droites (*AB*) et (*CD*) sont parallèles. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont alternes-internes. Ils ont donc même mesure, soit 32°.

L'angle $\widehat{BCD}$ vaut alors $32° + 22° = 54°$.

2 Reconnaitre un parallélogramme

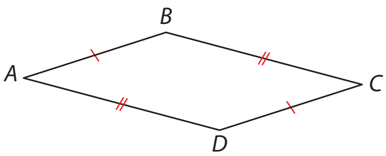
- Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur **milieu**, alors c'est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés d'un quadrilatère non croisé sont deux à deux de **même longueur**, alors c'est un parallélogramme.
- Si deux côtés opposés d'un quadrilatère non croisé sont parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

7 *F* est le symétrique de *G* par rapport à *O* et *H* est le symétrique de *I* par rapport à *O*. Quelle est la nature du quadrilatère *FIGH* ?



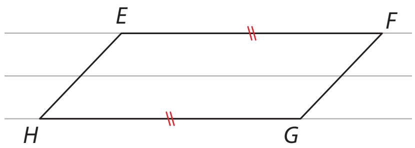
Par symétrie, *O* est le milieu des diagonales [*FG*] et [*HI*], donc *FIGH* est un parallélogramme.

8 Justifier que le quadrilatère *ABCD* ci-dessous est un parallélogramme.



D'après le codage, les côtés opposés du quadrilatère *ABCD* sont deux à deux de même longueur. *ABCD* est donc un parallélogramme.

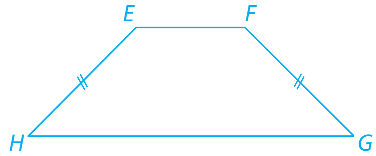
9 *EFGH* est un quadrilatère représenté sur une feuille à lignes parallèles. Montrer que *EFGH* est un parallélogramme.



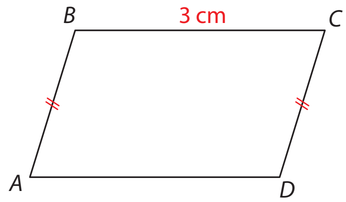
(*EF*) et (*GH*) sont parallèles et *EF* = *GH*, donc le quadrilatère *EFGH* a deux côtés opposés parallèles et de même longueur. C'est donc un parallélogramme.

10 Vrai ou Faux ? Justifier.
« Si un quadrilatère a deux côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme. »

Faux. En voici un contre-exemple :



11 **1.** Justifier que le quadrilatère ci-dessous est un parallélogramme, sachant que (*AB*) // (*CD*).

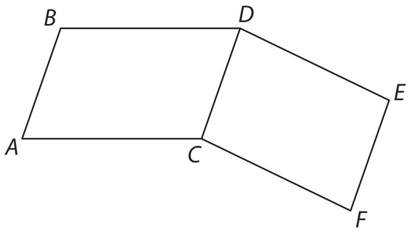


Le quadrilatère *ABCD* a deux côtés opposés parallèles et de même longueur. C'est donc un parallélogramme.

2. Quelle est la longueur du côté [*AD*] ? Justifier.

Comme *ABCD* est un parallélogramme, *BC* = *AD* = 3 cm.

12 **MODE EXPERT** *ABDC* et *CDEF* sont deux parallélogrammes.



Montrer que *ABEF* est un parallélogramme.

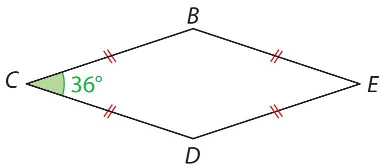
ABDC est un parallélogramme, donc (*AB*) // (*CD*) et *AB* = *CD*. *CDEF* est un parallélogramme, donc (*CD*) // (*EF*) et *CD* = *EF*. On en déduit que (*AB*) // (*EF*) et que *AB* = *EF*.

ABEF a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, donc c'est un parallélogramme.

3 Reconnaitre un parallélogramme particulier

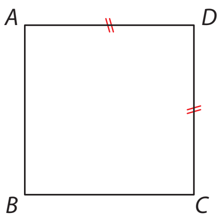
- Les **rectangles**, les **losanges**, les **carrés** sont aussi des parallélogrammes.
- Un rectangle est un quadrilatère qui a **quatre angles droits**.
- Un losange est un quadrilatère qui a **quatre côtés de même longueur**.
- Un carré est un quadrilatère qui a **quatre angles droits et quatre côtés de même longueur**.

13 Le quadrilatère *BCDE* ci-dessous est-il un carré ? Un rectangle ? Un losange ? Un parallélogramme ?



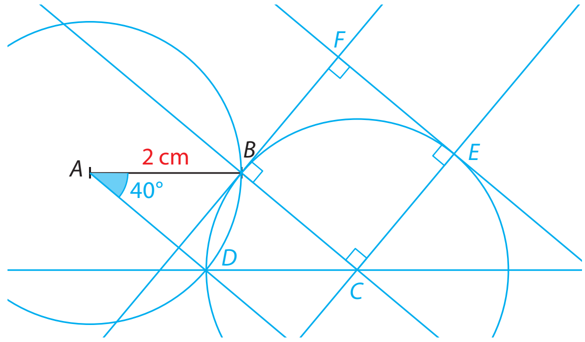
Le quadrilatère *BCDE* n'est ni un carré, ni un rectangle, car au moins un de ses angles n'est pas droit.
ABCD a quatre côtés de la même longueur, donc c'est un losange et par conséquence c'est aussi un parallélogramme.

14 Maria et Samir observent le parallélogramme *ABCD* ci-dessous.
Maria dit « C'est évident que c'est un carré ». Samir lui répond : « On ne peut pas affirmer que c'est un carré mais je suis sûr que c'est un losange ». Qui a raison ?



Les côtés opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de la même longueur, donc *ABCD* a 4 côtés de même longueur donc c'est un losange.
Cependant, rien ne permet d'affirmer que les quatre angles sont droits. On ne peut donc pas dire que c'est un carré. Samir a raison.

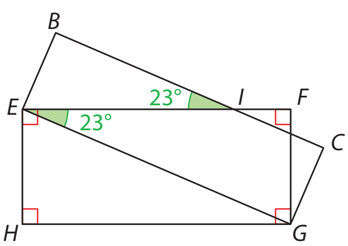
15 **1.** Construire un losange *ABCD* tel que $AB = 2$ cm et $\widehat{DAB} = 40°$.



2. Sur la figure ci-dessus, à l'extérieur du losange *ABCD*, construire le parallélogramme *BCEF* tel que $\widehat{CBF} = 90°$ et $BF = 2$ cm.
Quelle est la nature de *BCEF* ? Justifier.

BCEF est un parallélogramme donc (*BF*) // (*CE*) et (*BF*) est perpendiculaire à (*BC*). On en déduit que $\widehat{BCE}$ est un angle droit.
Or les angles opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de la même mesure, donc $\widehat{CEF}$ et $\widehat{EFB}$ sont aussi des angles droits. *BCEF* possède quatre angles droits, donc c'est un rectangle.
De plus, *ABCD* est un losange, donc $AB = BC = 2$ cm, donc *BCEF* est un carré.

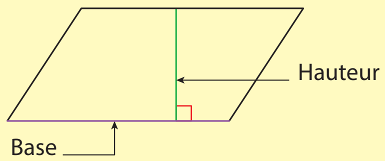
16 **MODE EXPERT** *EFGH* est un rectangle. Les côtés [*EB*] et [*GC*] du quadrilatère *EBCG* sont perpendiculaires à (*EG*).
Montrer que *EBCG* est un rectangle.



Les angles $\widehat{GEI}$ et $\widehat{EIB}$ sont alternes-internes et de même mesure, les droites (*EG*) et (*BC*) sont donc parallèles. Les droites (*EB*) et (*GC*) sont perpendiculaires à (*EG*), elles sont donc aussi perpendiculaires à (*BC*).
EBCG a donc quatre angles droits : c'est un rectangle.

4 Calculer l'aire d'un parallélogramme

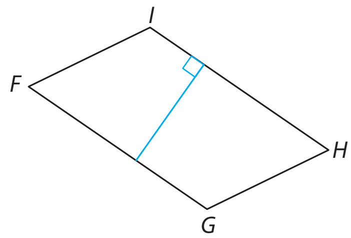
- Dans un parallélogramme, on appelle **hauteur** relative à un côté un segment perpendiculaire à ce côté, dont une extrémité est sur ce côté, et l'autre est sur le côté opposé.



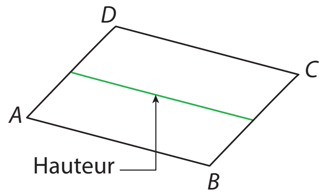
- L'aire d'un parallélogramme est égale au produit des longueurs d'un côté (appelé base) et de la hauteur relative à ce côté.

$$\mathscr{A} = \text{Base} \times \text{Hauteur}$$

17 Construire une hauteur relative au côté [*HI*] dans le parallélogramme ci-dessous.



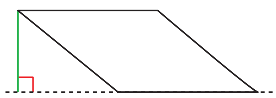
18 Louis ne comprend pas pourquoi son professeur a écrit « faux » à côté de la hauteur relative au côté [*AD*] qu'il a voulu tracer dans le parallélogramme *ABCD*. Expliquer.



Louis n'a pas tracé une hauteur car le segment n'est pas perpendiculaire au côté [*AD*].

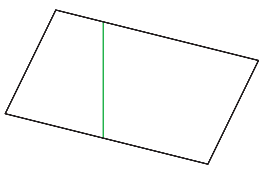
19 Dans quels cas a-t-on tracé une hauteur du parallélogramme dans les figures ci-dessous ? Écrire Oui si c'est le cas, Non sinon.

a.



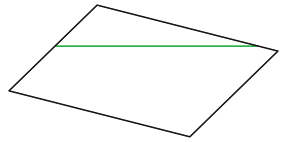
Oui

b.



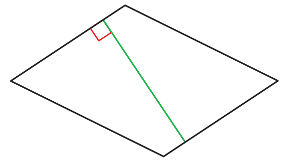
Non

c.



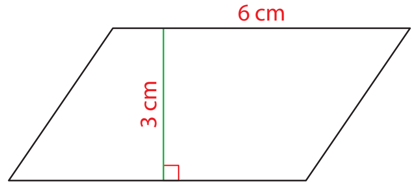
Non

d.



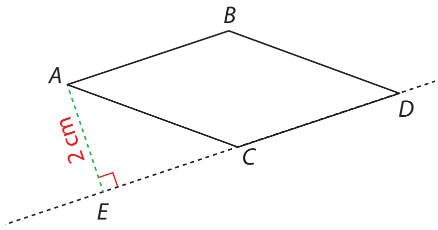
Oui

20 Calculer l'aire du parallélogramme ci-dessous.



$\mathscr{A} = 3 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}^2$

21 Calculer l'aire du losange ci-dessous sachant que $C \in [ED]$, $ED = 5{,}5$ cm et $EC = 2{,}5$ cm.

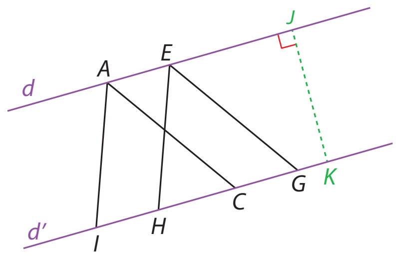


$CD = ED - EC = 5{,}5 \text{ cm} - 2{,}5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$

Un losange est aussi un parallélogramme, donc

$\mathscr{A}_{ABDC} = 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$

22 MODE EXPERT Comparer les aires des parallélogrammes *AEGC* et *AEHI* sachant que *A*, *E* et *J* appartiennent à *d* et que *I*, *H*, *C*, *G* et *K* appartiennent à *d'*.



Les parallélogrammes ont la même hauteur qui est la distance *JK* entre les droites (*AE*) et (*IH*). De plus, les parallélogrammes ont une base commune [*AE*]. Leurs aires sont donc égales.

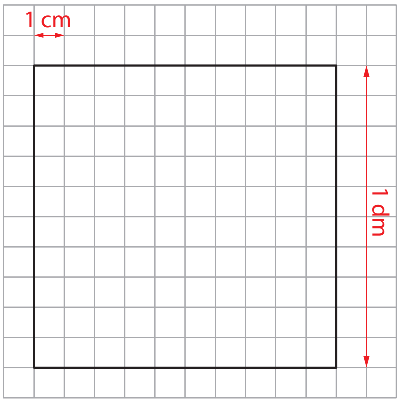
5 Convertir des unités d'aires

▸ L'unité d'aire de référence est le **mètre carré**, noté **m²**.
Elle correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.
▸ 1 dm² correspond à l'aire d'un carré de 1 dm de côté, 1 cm² correspond à l'aire d'un carré de 1 cm de côté, etc.

23 À l'aide du schéma ci-contre, compléter.

1 dm² = 100 cm²

1 cm² = 0,01 dm²



24 Convertir les aires suivantes.

2 dm² = 2 × 100 cm² = 200 cm²

0,5 dm² = 0,5 × 100 cm² = 50 cm²

400 cm² = 400 × 0,01 dm² = 4 dm²

0,3 cm² = 0,3 × 0,01 dm² = 0,003 dm²

▸ On peut effectuer des successions de **multiplications par 100** ou de **divisions par 100** pour convertir les unités d'aire.

$$1\ \text{hm}^2 \xrightarrow{\times 100} 100\ \text{dam}^2 \xrightarrow{\times 100} 10\,000\ \text{m}^2 \xrightarrow{\times 100} 1\,000\,000\ \text{dm}^2 \quad (\times 1\,000\,000)$$

$$1\ \text{mm}^2 \xrightarrow{\div 100} 0{,}01\ \text{cm}^2 \xrightarrow{\div 100} 0{,}000\,1\ \text{dm}^2 \xrightarrow{\div 100} 0{,}000\,001\ \text{m}^2 \quad (\div 1\,000\,000)$$

25 Convertir les aires suivantes.

a. 30 m² = 30 × 100 dm² = 3 000 dm²

b. 0,25 km² = 0,25 × 10 000 dam² = 2 500 dam²

c. 33 cm² = 33 × 100 mm² = 3 300 mm²

d. 550 dm² = 550 × 100 cm² = 55 000 cm²

e. 3 654 mm² = 3 654 ÷ 10 000 dm² = 0,365 4 dm²

26 Compléter.

a. 43 dm² = 43 × 10 000 mm² = 430 000 mm²

b. 7,5 m² = 7,5 × 10 000 cm² = 75 000 cm²

c. 0,94 hm² = 0,94 × 1 000 000 dm² = 940 000 dm²

d. 623 m² = 623 ÷ 10 000 hm² = 0,062 3 hm²

e. 32,8 cm² = 32,8 ÷ 10 000 m² = 0,003 28 m²

27 Effectuer les conversions suivantes dans l'unité donnée.

a. 256,2 m² = 25 620 dm²

b. 1,79 m² = 17 900 cm²

c. 34 km² = 34 000 000 m²

d. 52 mm² = 0,52 cm²

e. 843,7 cm² = 0,084 37 m²

f. 65 823,83 dm² = 6,582 383 dam²

▸ Pour mesurer un terrain, on peut utiliser l'**are** (noté a) et l'**hectare** (noté ha).
1 a = 1 dam² = 100 m²   1 ha = 100 a = 1 hm²

28 Compléter.

a. 1 ha = 10 000 m²

b. 0,76 ha = 7 600 m²

c. 27 a = 0,27 ha

d. 327,4 a = 32 740 m²

e. 3,49 ha = 349 a = 34 900 m²

29 MODE EXPERT Aux États-Unis, on mesure des longueurs soit en inches (pluriel de inch), soit en feet (pluriel de foot).
1 inch = 2,54 cm et 1 foot = 12 inches.
On mesure les aires en square-feet (feet au carré).
1 square foot est l'aire d'un carré de 1 foot de côté.
Combien un hectare fait-il de square feet ?
Arrondir à l'unité.

1 foot = 12 × 2,54 cm = 30,48 cm, donc :

1 square foot = 30,48 cm × 30,48 cm = 929,0304 cm².

1 ha = 10 000 m² = 100 000 000 cm².

Or $\dfrac{100\,000\,000}{929{,}0304} \approx 107\,639$.

Donc 1 ha contient environ 107 639 square feet.

Automatismes

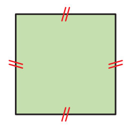
30 Parcours ceinture jaune

1. Si *ABCD* est un parallélogramme, alors *BCDA* est-il aussi un parallélogramme ? Oui
2. Si *ABCD* est un parallélogramme quelconque, alors a-t-on $AB = CB$? Non
3. *ABCD* est un parallélogramme tel que $AB = 4$ cm et $BC = 2{,}5$ cm. A-t-on $AD = 2{,}5$ cm ? Oui
4. Grâce au codage, peut-on affirmer que le quadrilatère ci-contre est un rectangle ?

Oui
5. Compléter.
   - $3\ \text{cm}^2 = 300\ \text{mm}^2$
   - $0{,}15\ \text{dam}^2 = 15\ \text{m}^2$

31 Parcours ceinture verte

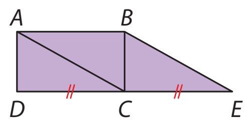
1. Si *ABCD* est un parallélogramme, alors *ABDC* est-il aussi un parallélogramme ? Non
2. Si *ABCD* est un parallélogramme, alors a-t-on $BC = AD$? Oui
3. Si [*MN*] et [*OP*] ont même milieu, alors *MONP* est-il un parallélogramme ? Oui
4. Grâce au codage, peut-on affirmer que le quadrilatère suivant est un carré ?



Non
5. Compléter.
   - $12{,}3\ \text{cm}^2 = 0{,}123\ \text{dm}^2$
   - $1\ 546\ \text{m}^2 = 15{,}46\ \text{dam}^2$

32 Parcours ceinture noire

1. Si un losange a deux côtés perpendiculaires, alors est-ce un carré ? Oui
2. Si [*SR*] et [*UT*] ont même milieu, alors *RSTU* est-il un parallélogramme ? Non
3. $35\ 000\ \text{m}^2 = 3{,}5$ ha
4. Compléter.
   Si la longueur de chaque côté d'un carré est multipliée par 10, alors l'aire de ce carré est multipliée par 100
5. Les parallélogrammes *ABCD* et *ABEC* ont-ils la même aire ? Oui



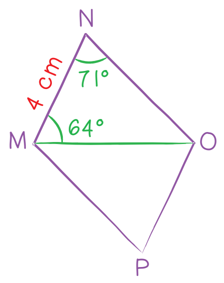
$C \in [DE]$

Problèmes

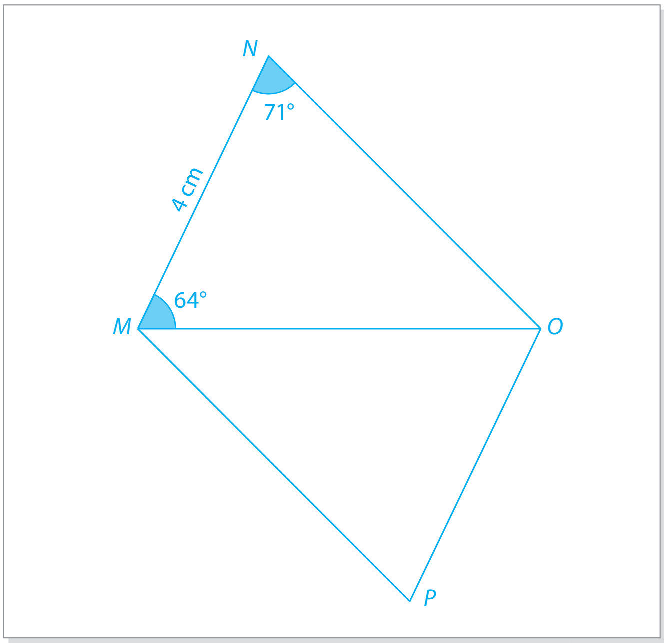
ceinture jaune | ceinture verte | ceinture noire

33 Le pendentif
Représenter

Rosa veut construire un pendentif en forme de parallélogramme dont elle a fait le dessin à main levée ci-contre.

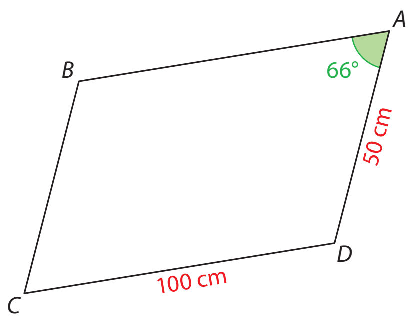


▶ Construire en vraie grandeur le pendentif de Rosa.



34 Le miroir
Raisonner

Aurélia cherche un cadre pour un miroir *ABCD* en forme de parallélogramme.



1. Quelle est la longueur du côté [*AB*] du miroir ? Justifier.

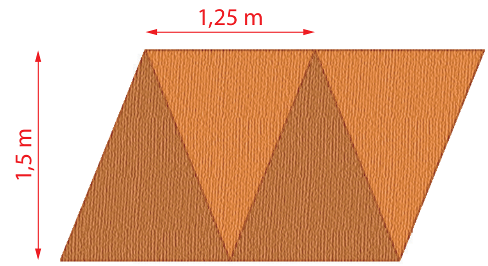
Comme *ABCD* est un parallélogramme, ses côtés opposés sont de même longueur. Donc *AB* = 100 cm.

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{DCB}$?

Comme *ABCD* est un parallélogramme, ses angles opposés sont de même mesure. Donc $\widehat{DCB} = 66°$.

35 La table
Modéliser, Calculer

Un ébéniste fabrique des tables en bois en forme de parallélogramme, constituées de quatre triangles isocèles dont la longueur de la base est 1,25 m et de hauteur 1,5 m.



▶ Quelle est l'aire de la table (en m²) ?

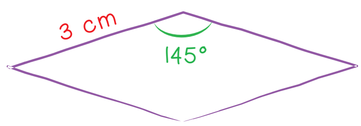
La longueur de la base du parallélogramme est $2 \times 1{,}25$ m = 2,5 m.

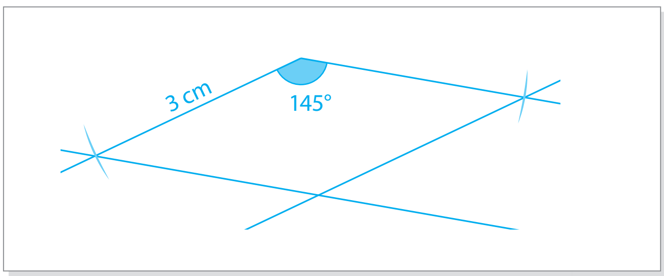
La hauteur du triangle est aussi la hauteur du parallélogramme relative au côté de longueur 2,5 m.

L'aire est donc $2{,}5 \text{ m} \times 1{,}5 \text{ m} = 3{,}75 \text{ m}^2$.

36 Construction
Calculer, Raisonner

Construire en vraie grandeur le parallélogramme tracé ci-dessous à main levée.

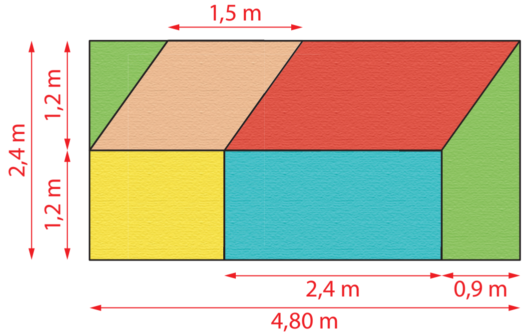




37 Le tableau

Raisonner, Calculer

Un artiste-peintre réalise un tableau en forme de rectangle, constitué de deux rectangles, deux parallélogrammes, d'un trapèze et d'un triangle.



1. Calculer l'aire des rectangles jaune et bleu.

$\mathcal{A}_1 = 2{,}4 \text{ m} \times 1{,}2 \text{ m} = 2{,}88 \text{ m}^2$

$\mathcal{A}_2 = (4{,}8 \text{ m} - 2{,}4 \text{ m} - 0{,}9 \text{ m}) \times 1{,}2 \text{ m} = 1{,}8 \text{ m}^2$

2. Calculer l'aire des parallélogrammes rouge et beige.

$\mathcal{A}_3 = 2{,}4 \text{ m} \times 1{,}2 \text{ m} = 2{,}88 \text{ m}^2$

$\mathcal{A}_4 = 1{,}5 \text{ m} \times 1{,}2 \text{ m} = 1{,}8 \text{ m}^2$

3. En déduire l'aire de la partie verte du tableau.

$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 4{,}8 \text{ m} \times 2{,}4 \text{ m} = 11{,}52 \text{ m}^2$

$\mathcal{A}_{\text{verte}} = 11{,}52 \text{ m}^2 - (2{,}88 \text{ m}^2 + 1{,}8 \text{ m}^2 + 2{,}88 \text{ m}^2 + 1{,}8 \text{ m}^2)$

$\mathcal{A}_{\text{verte}} = 11{,}52 \text{ m}^2 - 9{,}36 \text{ m}^2 = 2{,}16 \text{ m}^2$

4. Les peintures à l'huile rouge et bleue utilisées pour le tableau sont vendues par tube de 100 mL. Un tube de peinture coute 7,80 € et permet de peindre une surface de 7 500 cm². Les autres peintures sont vendues par tubes de 37 mL, coutent 5,95 € et permettent de peindre une surface de 2 500 cm².
Quel est le cout total en peinture de ce tableau ?

En rouge : $\mathcal{A}_3 = 2{,}88 \text{ m}^2 = 28\,800 \text{ cm}^2$

$28\,800 \div 7\,500 = 3{,}84$ donc il faut 4 tubes.

En bleu : $\mathcal{A}_1 = 2{,}88 \text{ m}^2$ donc il faut 4 tubes.

En jaune : $\mathcal{A}_2 = 1{,}8 \text{ m}^2$ donc il faut 8 tubes.

En beige : $\mathcal{A}_4 = 1{,}8 \text{ m}^2$ donc il faut 8 tubes.

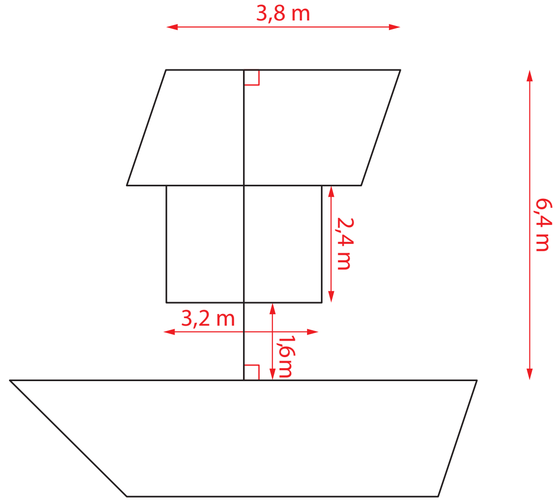
En vert : $\mathcal{A}_{\text{verte}} = 2{,}16 \text{ m}^2$ donc il faut 9 tubes.

Cout total : $8 \times 7{,}80 \text{ €} + 25 \times 5{,}95 \text{ €} = 211{,}15 \text{ €}$

38 Les voiles du bateau

Calculer, Raisonner

Ariane possède un voilier. Elle dispose de deux voiles, l'une en forme de parallélogramme, l'autre de forme rectangulaire. Elle a tracé le plan de son bateau vu de côté (les voiles ne se chevauchent pas).



1. Quelle est l'aire (en m²) de la voile rectangulaire ?

$\mathcal{A} = 2{,}4 \text{ m} \times 3{,}2 \text{ m} = 7{,}68 \text{ m}^2$

2. Quelle est l'aire (en m²) de la voile en forme de parallélogramme ?

La hauteur totale du mat est 6,4 m.

La hauteur relative au côté du parallélogramme de longueur 3,8 m est donc :

$6{,}4 \text{ m} - (1{,}6 \text{ m} + 2{,}4 \text{ m}) = 6{,}4 \text{ m} - 4 \text{ m} = 2{,}4 \text{ m}$.

L'aire de la voile en forme de parallélogramme est alors :

$\mathcal{A} = 2{,}4 \text{ m} \times 3{,}8 \text{ m} = 9{,}12 \text{ m}^2$

3. Pour réaliser les deux voiles de son bateau, Ariane a acheté du tissu spécifique vendu 43 € le m². Elle a acheté une surface de tissu égale aux $\frac{5}{4}$ de la surface totale de ses deux voiles. Combien a-t-elle payé ?

$7{,}68 \text{ m}^2 + 9{,}12 \text{ m}^2 = 16{,}8 \text{ m}^2$

$16{,}8 \text{ m}^2 \times \frac{5}{4} = 21 \text{ m}^2$

Ariane a acheté 21 m² de tissu.

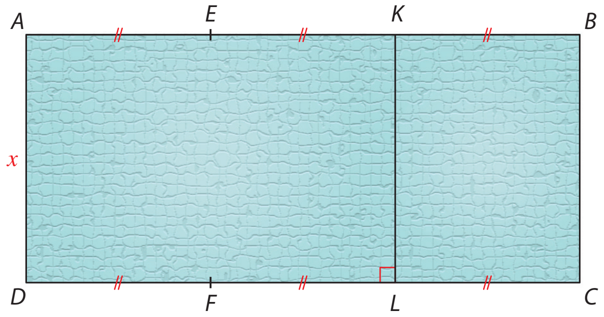
$21 \times 43 \text{ €} = 903 \text{ €}$

Ariane a payé 903 €.

Problèmes

39 La piscine
Calculer, Raisonner

Masha veut construire une piscine en forme de rectangle *ABCD*. Sur le plan ci-dessous, le quadrilatère *KBCL* est le petit bain et le quadrilatère *AKLD* est le grand bain.



1. Quelle est la nature du quadrilatère *AKLD* ? Justifier.

ABCD est un rectangle, donc (*AK*) et (*DL*) sont parallèles.
D'après le codage, $AK = DL$. *AKLD* a donc deux côtés opposés parallèles et de même longueur, c'est donc un parallélogramme.
(*AD*) // (*KL*) et (*KL*) est perpendiculaire à (*DL*), donc (*AD*) est aussi perpendiculaire à (*DL*).
Comme les angles opposés d'un parallélogramme ont même mesure, *AKLD* a quatre angles droits, c'est donc un rectangle.

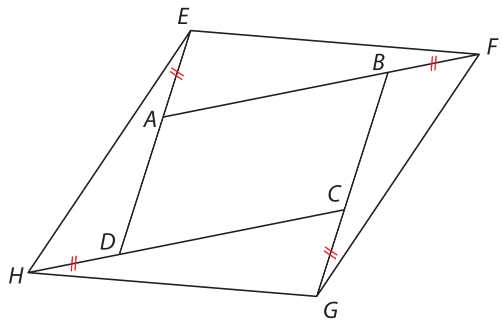
2. Masha souhaite que :
- la longueur totale de sa piscine mesure 6 m ;
- le grand bain soit un carré.

Quelle doit être la largeur de la piscine ?

Si $AB = 6$ m, alors $AE = EK = KB = 2$ m, donc $AK = 4$ m.
Pour que le grain bain, représenté par le quadrilatère *AKLD*, soit un carré, on doit prendre $AD = 4$ m.
La piscine doit avoir une largeur de 4 m.

40 Parallélogrammes imbriqués
Raisonner, Calculer

On considère la figure ci-dessous où *ABCD* est un parallélogramme. Les points *E*, *A*, *D* sont alignés ainsi que les points *F*, *B*, *A*, les points *G*, *C*, *B* et les points *H*, *D*, *C*.



1. Prouver que $AF = HC$.

ABCD est un parallélogramme, donc $AB = DC$.
Or $BF = DH$, donc $AB + BF = DC + DH$, donc $AF = HC$.

2. Justifier que le quadrilatère *AFCH* est un parallélogramme.

(*AF*) est parallèle à (*CH*) car *ABCD* est un parallélogramme. De plus, $AF = CH$.
Donc le quadrilatère *AFCH* a deux côtés opposés parallèles et de même longueur.
C'est donc un parallélogramme.

3. En déduire que [*AC*] et [*HF*] ont le même milieu.

Comme *AFCH* est un parallélogramme, ses diagonales se coupent en leur milieu, donc [*AC*] et [*HF*] ont même milieu.

4. On admet, en utilisant un raisonnement identique, que [*BD*] et [*EG*] ont même milieu. Montrer que *EFGH* est un parallélogramme.

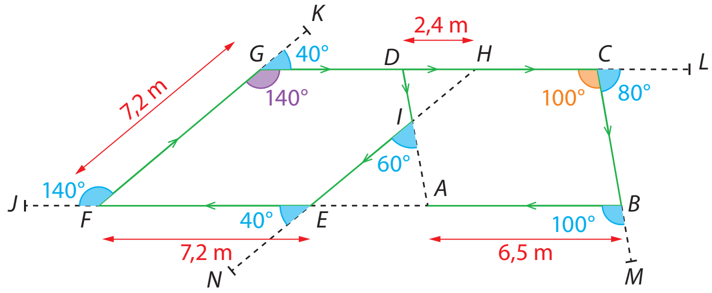
ABCD est un parallélogramme, donc [*AC*] et [*BD*] ont le même milieu. Or leur milieu est aussi le milieu de [*HF*] et [*EG*]. Donc le quadrilatère *EFGH* a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
C'est donc un parallélogramme.

Tâche complexe

41 Mélinda veut programmer son robot pour qu'il effectue le trajet représenté en vert ci-dessous. Le départ se situe en *D*, le parcours se poursuit en direction de *I* et se termine au point d'arrivée *A*.

Doc 1 Le trajet du robot

ABCD et *EFGH* sont des parallélogrammes. Les points *G*, *D*, *H*, *C* sont alignés, ainsi que les points *F*, *E*, *A*, *B*.
[*DA*] et [*EH*] se coupent en *I*.

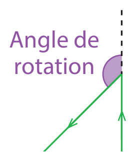


Doc 2 Règle de sécurité

En ligne droite, le robot doit parcourir au maximum 12 m pour ne pas prendre trop de vitesse.

Doc 3 Rotation

Chaque fois que le robot change de direction, il tourne d'un certain angle appelé « angle de rotation ».



▸ Le trajet prévu par Mélinda est-il conforme à la règle de sécurité ? Si oui, déterminer (sans mesurer sur la figure) tous les angles de rotation du robot et les marquer sur la figure.

La ligne droite la plus longue est [*GC*]. $GC = GH + DC - DH$.

Or $GH = 7{,}2$ m et $DC = 6{,}5$ m car les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

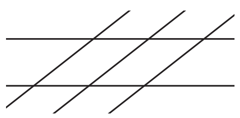
Donc $GC = 7{,}2 \text{ m} + 6{,}5 \text{ m} - 2{,}4 \text{ m} = 11{,}3$ m.

Le trajet est conforme à la règle de sécurité.

Le jeu

Parallélogrammes réflexe

Le jeu se joue à trois.
Un joueur reproduit la figure ci-dessous composée de deux droites parallèles horizontales et trois droites parallèles obliques. Un autre joueur y ajoute une droite entre les deux droites horizontales et parallèle à celles-ci.
Le premier joueur qui annonce le nombre total de parallélogrammes que l'on peut observer sur la nouvelle figure a gagné.
Attention, toute réponse fausse élimine celui qui l'a donnée.



On voit 9 parallélogrammes.

Le défi

Changement d'aire

Placer un point *R* sur la demi-droite [*AD*) et un point *S* sur la demi-droite [*CB*) tel que le quadrilatère *ARCS* soit un parallélogramme ayant une aire égale au double de celle de *ABCD*.