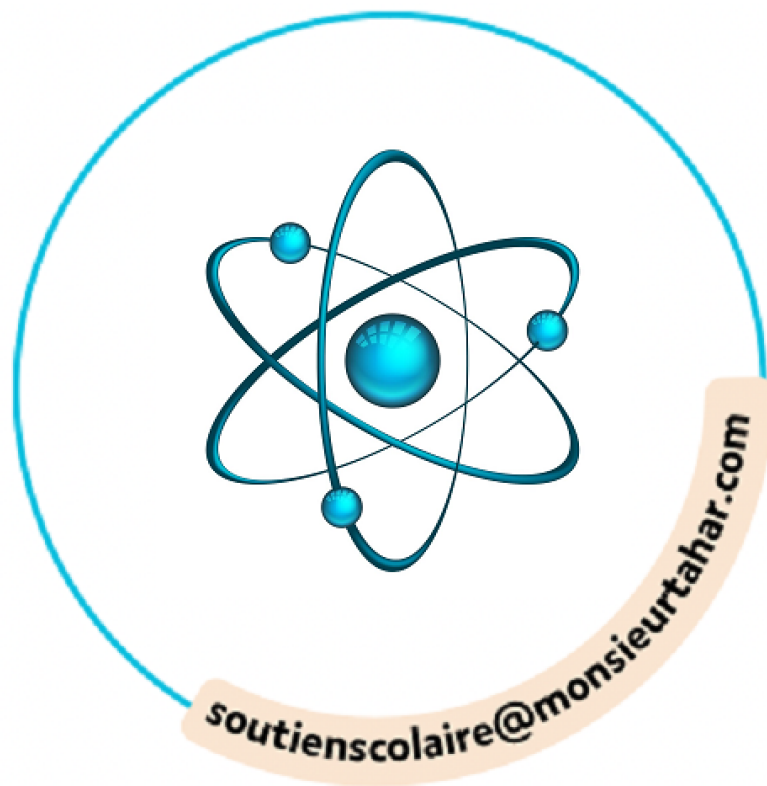
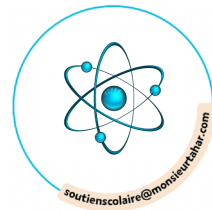


MATHS



CHAPITRE 4



1

Additionner et soustraire des fractions de même dénominateur

► Pour **additionner ou soustraire** deux fractions qui ont le même dénominateur :

- on additionne ou soustrait les deux numérateurs ;
- on garde le dénominateur commun.

$$\bullet \frac{3}{4} + \frac{6}{4} = \frac{9}{4} \quad \frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

1 Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction.

a. $\frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{9}{3}$

b. $\frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$

c. $\frac{2}{9} + \frac{13}{9} = \frac{15}{9}$

d. $\frac{13}{8} + \frac{15}{8} = \frac{28}{8}$

2 Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction.

a. $\frac{14}{6} - \frac{5}{6} = \frac{9}{6}$

b. $\frac{16}{7} - \frac{3}{7} = \frac{13}{7}$

c. $\frac{22}{4} - \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$

d. $\frac{60}{11} - \frac{30}{11} = \frac{30}{11}$

3 Compléter les calculs suivants.

a. $\frac{2}{7} + \frac{9}{7} = \frac{11}{7}$

b. $\frac{3}{4} + \frac{11}{4} = \frac{14}{4}$

c. $\frac{5}{5} + \frac{13}{5} = \frac{18}{5}$

d. $\frac{3}{14} + \frac{5}{14} = \frac{8}{14}$

4 Compléter les calculs suivants.

a. $\frac{13}{4} - \frac{7}{4} = \frac{6}{4}$

b. $\frac{7}{11} - \frac{3}{11} = \frac{4}{11}$

c. $\frac{16}{17} - \frac{11}{17} = \frac{5}{17}$

d. $\frac{54}{5} - \frac{12}{5} = \frac{42}{5}$

5 Compléter les calculs suivants.

a. $\frac{12}{5} + \frac{6}{5} = \frac{18}{5}$

b. $\frac{33}{12} + \frac{11}{12} = \frac{44}{12}$

c. $\frac{25}{7} - \frac{6}{7} = \frac{19}{7}$

d. $\frac{44}{14} - \frac{13}{14} = \frac{31}{14}$

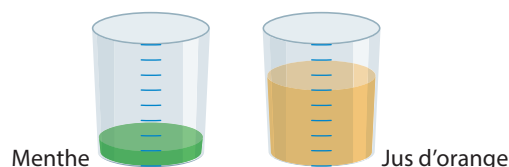
6 Yaris a mangé $\frac{1}{6}$ d'un gâteau et Larissa en a mangé $\frac{2}{6}$. À eux deux, en ont-ils mangé la moitié ?

$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Ils en ont bien mangé la moitié.

7 Yanis dit : « Trois huitièmes plus cinq huitièmes font un ». A-t-il raison ?

Yanis a raison car $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1$.

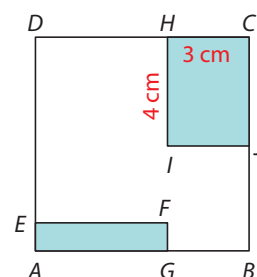
8 Rita veut faire un litre de cocktail en mélangeant de la menthe, du jus d'orange et de l'eau. Elle a mesuré, dans un shaker de 1 L, les proportions suivantes.



Quelle fraction de ce litre de cocktail représentera le mélange menthe-jus d'orange ? Écrire le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$\frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. Le mélange menthe-jus d'orange représentera $\frac{3}{4}$ de litre.

9 **MODE EXPERT** Le carré $ABDC$ a pour côté 8 cm. L'aire du rectangle $AGFE$ est égale aux cinquante-quatrième de l'aire du carré $ABDC$. Quelle fraction de l'aire du carré représente la somme des aires des deux rectangles bleus $AGFE$ et $IJCH$?



L'aire du rectangle $IJCH$ est égale à 12 cm^2 .

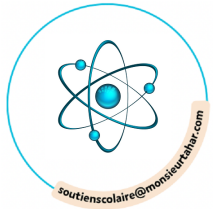
Son aire représente les douze soixante-quatrième de l'aire du carré $ABDC$.

$\frac{5}{64} + \frac{12}{64} = \frac{17}{64}$

La somme des aires des deux rectangles représente les $\frac{17}{64}$ de l'aire du carré $ABDC$.



Additionner et soustraire des fractions de dénominateurs différents



► Pour **additionner ou soustraire deux fractions** qui n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les écrire avec le **même dénominateur**.

$$\bullet \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

10 Compléter puis donner le résultat sous la forme d'une fraction.

a. $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} = \frac{5}{8} + \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{5}{8} + \frac{6}{8} = \frac{11}{8}$

b. $\frac{3}{4} + \frac{7}{12} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{7}{12} = \frac{9}{12} + \frac{7}{12} = \frac{16}{12}$

c. $\frac{5}{16} - \frac{1}{8} = \frac{5}{16} - \frac{1 \times 2}{8 \times 2} = \frac{5}{16} - \frac{2}{16} = \frac{3}{16}$

d. $\frac{7}{5} - \frac{4}{15} = \frac{7 \times 3}{5 \times 3} - \frac{4}{15} = \frac{21}{15} - \frac{4}{15} = \frac{17}{15}$

11 Compléter puis donner le résultat sous la forme d'une fraction.

a. $\frac{7}{3} + \frac{5}{2} = \frac{7 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5 \times 3}{2 \times 3} = \frac{14}{6} + \frac{15}{6} = \frac{29}{6}$

b. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$

c. $\frac{5}{6} - \frac{2}{7} = \frac{5 \times 7}{6 \times 7} - \frac{2 \times 6}{7 \times 6} = \frac{35}{42} - \frac{12}{42} = \frac{23}{42}$

d. $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} - \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{21}{24} - \frac{16}{24} = \frac{5}{24}$

12 Compléter puis donner le résultat sous la forme d'une fraction.

a. $3 + \frac{5}{6} = \frac{18}{6} + \frac{5}{6} = \frac{23}{6}$

b. $\frac{5}{7} + 4 = \frac{5}{7} + \frac{28}{7} = \frac{33}{7}$

c. $1 - \frac{11}{13} = \frac{13}{13} - \frac{11}{13} = \frac{2}{13}$

d. $\frac{14}{3} - 2 = \frac{14}{3} - \frac{6}{3} = \frac{8}{3}$

13 On donne $x = \frac{13}{7}$ et $y = \frac{2}{5}$.

1. Calculer $x + y$ et donner le résultat sous la forme d'une fraction.

$$x + y = \frac{13}{7} + \frac{2}{5} = \frac{65}{35} + \frac{14}{35} = \frac{79}{35}$$

2. Calculer $x - y$ et donner le résultat sous la forme d'une fraction.

$$x - y = \frac{13}{7} - \frac{2}{5} = \frac{65}{35} - \frac{14}{35} = \frac{51}{35}$$

14 Nina mange les $\frac{3}{7}$ de sa boîte de chocolats. Son frère en mange $\frac{1}{4}$.

Quelle fraction de la boîte de chocolat ont-ils mangée à eux deux ?

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{4} = \frac{12}{28} + \frac{7}{28} = \frac{19}{28}$$

Nina et son frère ont mangé $\frac{19}{28}$ de la boîte de chocolats.

15 Deux souris trouvent un fromage. L'une en mange $\frac{1}{5}$ et l'autre en mange $\frac{1}{4}$.

Quelle fraction du fromage reste-t-il ?

$$1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = \frac{20}{20} - \frac{4}{20} - \frac{5}{20} = \frac{11}{20}$$

Il reste $\frac{11}{20}$ du fromage.

16 Compléter puis donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

a. $5,6 + \frac{1}{5} = \frac{56}{10} + \frac{1}{5} = \frac{56}{10} + \frac{2}{10} = \frac{58}{10} = \frac{29}{5}$

b. $3,46 + \frac{4}{10} + \frac{2}{100} = \frac{346}{100} + \frac{40}{100} + \frac{2}{100} = \frac{388}{100} = \frac{97}{25}$

c. $3,51 - \frac{3}{4} = \frac{351}{100} - \frac{75}{100} = \frac{276}{100} = \frac{69}{25}$

d. $4,06 - \frac{5}{2} + \frac{3}{1000} = \frac{4060}{1000} - \frac{2500}{1000} + \frac{3}{1000} = \frac{1563}{1000}$

17 Compléter pour écrire chaque fraction sous la forme de la somme d'un entier et d'une fraction comprise entre 0 et 1.

a. $\frac{17}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$

b. $\frac{43}{7} = \frac{42}{7} + \frac{1}{7} = 6 + \frac{1}{7}$

c. $\frac{38}{4} = \frac{36}{4} + \frac{2}{4} = 9 + \frac{1}{2}$

d. $\frac{85}{8} = \frac{80}{8} + \frac{5}{8} = 10 + \frac{5}{8}$

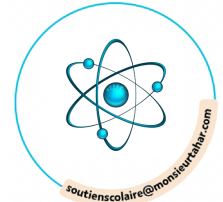
18 **MODE EXPERT** Écrire chaque fraction sous la forme de la différence entre un entier et une fraction comprise entre 0 et 1.

a. $\frac{11}{3} = \frac{12}{3} - \frac{1}{3} = 4 - \frac{1}{3}$

b. $\frac{32}{6} = \frac{36}{6} - \frac{4}{6} = 6 - \frac{2}{3}$

c. $\frac{32}{13} = \frac{39}{13} - \frac{7}{13} = 3 - \frac{7}{13}$

d. $\frac{67}{9} = \frac{72}{9} - \frac{5}{9} = 8 - \frac{5}{9}$



3

Utiliser une proportion

► Pour **multiplier une fraction** par un nombre :

- on multiplie le numérateur par ce nombre ;
- on garde le dénominateur.

$$\bullet 2 \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$$

19 Effectuer les calculs suivants.

a. $5 \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4}$ b. $7 \times \frac{2}{3} = \frac{7 \times 2}{3} = \frac{14}{3}$

c. $11 \times \frac{8}{13} = \frac{11 \times 8}{13} = \frac{88}{13}$ d. $4 \times \frac{3}{10} = \frac{4 \times 3}{10} = \frac{12}{10}$

20 Effectuer les calculs suivants puis simplifier le résultat.

a. $15 \times \frac{20}{100} = \frac{300}{100} = 3$ b. $\frac{15}{8} \times 10 = \frac{150}{8} = \frac{75}{4}$

c. $24 \times \frac{4}{50} = \frac{96}{50} = \frac{48}{25}$ d. $\frac{10}{3} \times 33 = \frac{330}{3} = 110$

21 1. Effectuer les calculs suivants et écrire les résultats en écriture décimale.

a. $30 \times \frac{1}{2} = \frac{30}{2} = 15$ b. $15 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$

c. $50 \times \frac{1}{2} = \frac{50}{2} = 25$ d. $19 \times \frac{1}{2} = \frac{19}{2} = 9,5$

2. Quelle règle peut-on conjecturer ?

Multiplier un nombre par $\frac{1}{2}$ revient à diviser

le nombre par 2.

22 **MODE EXPERT** Effectuer les calculs suivants. On donnera le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

a. $7 \times \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{21}{4} + \frac{2}{3} = \frac{63}{12} + \frac{8}{12} = \frac{71}{12}$

b. $5 \times \left(\frac{7}{11} \times 3 - \frac{21}{88} \right) = 5 \times \left(\frac{21}{11} - \frac{21}{88} \right)$
 $= 5 \times \left(\frac{168}{88} - \frac{21}{88} \right) = 5 \times \left(\frac{147}{88} \right) = \frac{735}{88}$

► Calculer une **fraction d'une grandeur** revient à multiplier cette grandeur par la fraction.

- Pour calculer les trois quarts de 20 kg, on effectue : $20 \times \frac{3}{4} = \frac{20 \times 3}{4} = \frac{60}{4} = 15$.
Les trois quarts de 20 kg font 15 kg.

23 Calculer les deux tiers de 366 litres.

$366 \times \frac{2}{3} = \frac{732}{3} = 244$. Les deux tiers de 366 litres représentent 244 litres.

24 Traduire les expressions suivantes par un calcul puis effectuer le calcul. On donnera le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

a. Les quatre cinquièmes de 38.

$38 \times \frac{4}{5} = \frac{152}{5}$

b. Les trois dixièmes de 46.

$46 \times \frac{3}{10} = \frac{138}{10} = \frac{69}{5}$

25 Sur les 540 élèves du collège, les deux tiers font du sport et un quart font de la musique.

1. Combien d'élèves font du sport ?

$540 \times \frac{2}{3} = \frac{1\ 080}{3} = 360$

360 élèves font du sport.

2. Combien d'élèves font de la musique ?

$540 \times \frac{1}{4} = \frac{540}{4} = 135$

135 élèves font de la musique.

► Un **pourcentage** est une proportion de dénominateur 100.

• $15\% = \frac{15}{100}$

Calculer 15 % d'une grandeur revient à multiplier cette grandeur par la fraction $\frac{15}{100}$.

26 Dans une ville, 12 % des 5 000 habitants possèdent un chien. Combien de personnes cela représente-t-il ?

$5\ 000 \times \frac{12}{100} = \frac{60\ 000}{100} = 600$

600 personnes possèdent un chien.

27 **MODE EXPERT** Un restaurant accueille 75 clients. 40 % des clients prennent le menu du jour et parmi ces derniers, 80 % ajoutent un café à la fin du repas. Combien de clients prennent le menu du jour sans le café ?

$75 \times \frac{40}{100} = \frac{3\ 000}{100} = 30$

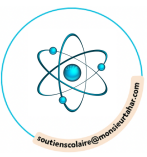
30 clients prennent le menu du jour.

$30 \times \frac{80}{100} = \frac{2\ 400}{100} = 24$

24 clients ajoutent le café.

$30 - 24 = 6$

6 clients prennent le menu du jour sans café.

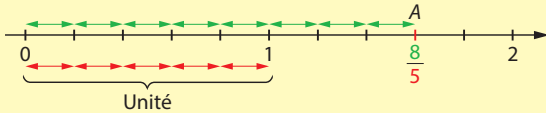


4

Placer des fractions sur une droite graduée

► Pour repérer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée, on partage l'unité en b segments de même longueur, puis on reporte a fois cette longueur à partir de zéro.

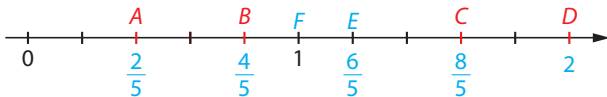
- Pour repérer la fraction $\frac{8}{5}$, on partage l'unité en 5 segments de même longueur et on reporte 8 fois cette longueur à partir de zéro.



$$8 \times \frac{1}{5} = \frac{8}{5}$$

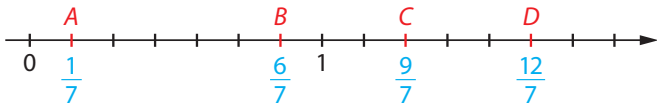
L'abscisse du point A est $\frac{8}{5}$.

- 28 1. Indiquer sur la droite graduée ci-dessous les abscisses des points A, B, C et D.

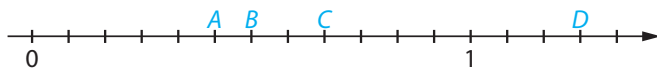


2. Placer sur la droite graduée ci-dessus le point E d'abscisse $\frac{6}{5}$ et le point F d'abscisse $\frac{5}{5}$.

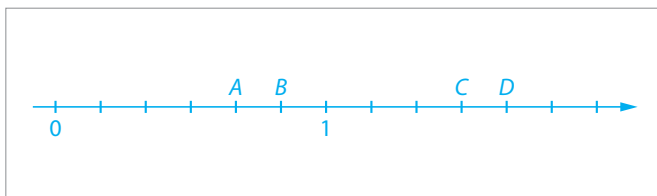
- 29 Indiquer sur la droite graduée ci-dessous les abscisses des points A, B, C et D.



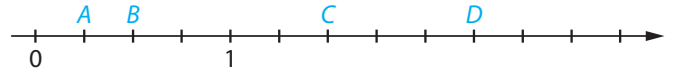
- 30 Placer sur la droite graduée ci-dessous le point A d'abscisse $\frac{5}{12}$, B d'abscisse $\frac{1}{2}$, C d'abscisse $\frac{2}{3}$ et D d'abscisse 1,25.



- 31 Tracer ci-dessous une droite graduée et placer les points A d'abscisse $\frac{2}{3}$, B d'abscisse $\frac{5}{6}$, C d'abscisse 1,5 et D d'abscisse $\frac{5}{3}$.



- 32 1. Placer sur la droite graduée ci-dessous les points A d'abscisse $\frac{1}{4}$, B d'abscisse 0,5, C d'abscisse $\frac{3}{2}$ et D d'abscisse $\frac{9}{4}$.

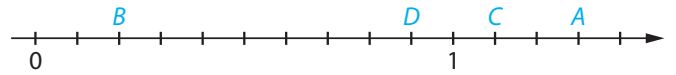


2. Calculer la distance AC et BD. On donnera la réponse sous la forme d'une fraction.

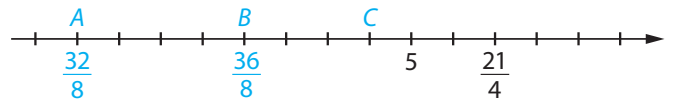
$$AC = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$BD = \frac{9}{4} - 0,5 = \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{9}{4} - \frac{2}{4} = \frac{7}{4}$$

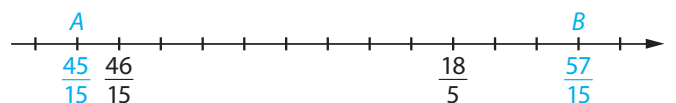
- 33 Placer sur la droite graduée ci-dessous les points A d'abscisse 1,3, B d'abscisse $\frac{1}{5}$, C d'abscisse $\frac{11}{10}$ et D d'abscisse $\frac{90}{100}$.



- 34 Placer sur la droite graduée ci-dessous les points A d'abscisse 4, B d'abscisse 4,5 et C d'abscisse $\frac{39}{8}$.



- 35 **MODE EXPERT** Placer sur la droite graduée ci-dessous les points A d'abscisse 3 et B d'abscisse 3,8.



- 36 **MODE EXPERT** Mathéo dit à Mariana : « Il est impossible de placer très précisément sur une même droite graduée les nombres $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{7}$ ». Mariana lui répond : « Bien sûr que si ! »

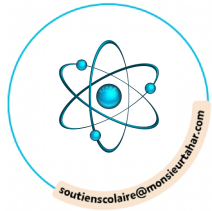
Qui a raison ?

Mariana a raison. Il suffit de partager l'unité en 21 segments de même longueur.

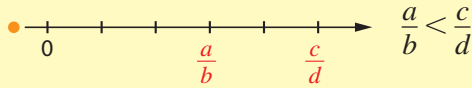


5

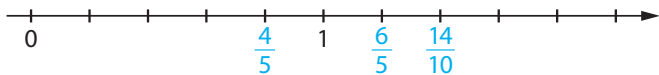
Comparer des fractions



► Pour **comparer des fractions**, on peut les placer sur une droite graduée. Elles sont alors **rangées dans l'ordre croissant** de la gauche vers la droite.

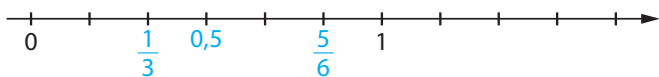


37 Placer sur la droite graduée ci-dessous les nombres $\frac{6}{5}$, $\frac{14}{10}$ et $\frac{4}{5}$, puis les ranger dans l'ordre croissant.



$$\frac{4}{5} < \frac{6}{5} < \frac{14}{10}$$

38 Placer sur la droite graduée ci-dessous les nombres 0,5, $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{3}$, puis les ranger dans l'ordre croissant. Expliquer la démarche.



L'unité est partagée en 6 parts égales.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \text{ donc on prend 2 parts pour placer } \frac{1}{3}.$$

Pour placer $\frac{5}{6}$, on prend 5 parts.

0,5 est au milieu entre 0 et 1.

$$\frac{1}{3} < 0,5 < \frac{5}{6}$$

► Pour comparer deux fractions qui ont un **même dénominateur**, on peut comparer leurs numérateurs : la fraction la plus grande est celle qui a **le plus grand numérateur**.

► Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, on les écrit avec **le même dénominateur**.

$$\bullet \frac{5}{2} < \frac{9}{2} \quad \frac{2}{3} < \frac{7}{9} \text{ car } \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

39 Comparer les fractions $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$ et $\frac{2}{3}$.

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{3} < \frac{7}{3}$$

40 Comparer les fractions $\frac{7}{4}$, $\frac{17}{8}$ et $\frac{26}{16}$.

$$\frac{7}{4} = \frac{28}{16}, \frac{17}{8} = \frac{34}{16} \text{ donc } \frac{26}{16} < \frac{7}{4} < \frac{17}{8}$$

41 En ce début de match de tennis, Joco a gagné 75 % de ses services et Timy a gagné 8 de ses 10 services.

Lequel a gagné le plus souvent ses services ?

$\frac{8}{10} = \frac{80}{100}$. Or $\frac{75}{100} < \frac{80}{100}$, car $75 < 80$. Donc Timy **gagne plus souvent ses services**.

42 Lors de l'élection d'un représentant dans un établissement scolaire, un sondage indique que 2 élèves sur 5 sont prêts à voter pour Lisa, et 37 % disent vouloir voter pour Kevin. D'après ce sondage, qui a le plus de chances d'être élu ? Justifier.

$\frac{2}{5} = \frac{40}{100}$. Or $\frac{37}{100} < \frac{40}{100}$ car $37 < 40$, donc Lisa a **plus de chances d'être élue que Kevin**.

43 **MODE EXPERT** Sans calcul ni calculatrice, comparer les deux fractions $\frac{756}{824}$ et $\frac{756}{825}$.

Les deux fractions ont le même numérateur. La plus petite est celle qui a le plus grand dénominateur.

$$\text{Donc } \frac{756}{825} < \frac{756}{824}$$

► a et b désignent deux nombres, $b > 0$.

- Si $a > b$, alors $\frac{a}{b} > 1$.
- Si $a < b$, alors $\frac{a}{b} < 1$.
- Si $a = b$, alors $\frac{a}{b} = 1$.

44 Comparer chaque fraction au nombre 1.

a. $\frac{35}{37} < \frac{35}{37} < 1$, car $35 < 37$.

b. $\frac{143}{136} > \frac{143}{136} > 1$, car $143 > 136$.

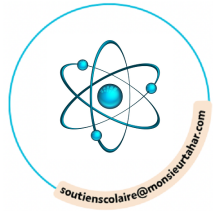
c. $\frac{678}{678} = \frac{678}{678} = 1$, car $678 = 678$.

45 **MODE EXPERT** Une grenouille a fait un premier saut de 60 cm de longueur. Elle se dit : « Si je fais un deuxième saut de $\frac{1}{3}$ de mètre, j'aurai dépassé 1 mètre en deux sauts ». La grenouille a-t-elle raison ? Justifier.

$$60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m.}$$

$$0,6 + \frac{1}{3} = \frac{6}{10} + \frac{1}{3} = \frac{18}{30} + \frac{10}{30} = \frac{28}{30}$$

Or $\frac{28}{30} < 1$ car $28 < 30$, donc la grenouille a tort.



6

Encadrer des fractions

► Toute fraction peut être encadrée par deux nombres entiers consécutifs.

Si a et b sont deux entiers, avec $b \neq 0$, on a :

$$q \leq \frac{a}{b} < q + 1$$

où q est le quotient de la division euclidienne de a par b .

46 On donne les divisions euclidiennes suivantes :
 $131 = 7 \times 18 + 5$ et $263 = 32 \times 8 + 7$.

Encadrer les fractions $\frac{131}{7}$ et $\frac{263}{32}$ par deux entiers consécutifs.

$$18 < \frac{131}{7} < 19 \text{ et } 8 < \frac{263}{32} < 9$$

47 Encadrer chaque fraction suivante par deux entiers consécutifs.

a. $\frac{45}{17}$ $45 = 17 \times 2 + 11$, donc $2 < \frac{45}{17} < 3$.

b. $\frac{136}{42}$ $136 = 42 \times 3 + 10$, donc $3 < \frac{136}{42} < 4$.

c. $\frac{287}{11}$ $287 = 11 \times 26 + 1$, donc $26 < \frac{287}{11} < 27$.

48 Trouver toutes les fractions de la forme $\frac{a}{7}$, avec a entier, telles que $5 \leq \frac{a}{7} < 6$.

$$\frac{35}{7}, \frac{36}{7}, \frac{37}{7}, \frac{38}{7}, \frac{39}{7}, \frac{40}{7}, \frac{41}{7}$$

49 Sans aucun calcul, encadrer les fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{76}{89}$ et $\frac{142}{765}$ entre deux entiers consécutifs. Justifier la réponse.

Les trois fractions sont comprises entre 0 et 1 car leur numérateur est inférieur à leur dénominateur.

50 1. Écrire trois fractions différentes, comprises entre 13 et 14.

$$\frac{40}{3}, \frac{27}{2}, \frac{66}{5}$$

2. Écrire trois fractions de dénominateur 7 et comprises entre 10 et 11.

$$\frac{71}{7}, \frac{72}{7}, \frac{73}{7}$$

51 **MODE EXPERT** Trouver deux fractions, l'une étant strictement comprise entre 2 et 3, telles que leur somme soit égale à 4.

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$$

► Encadrer un nombre, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand.

• $\frac{5}{3} \approx 1,6666\dots$

Encadrement de $\frac{5}{3}$ à l'unité : $1 < \frac{5}{3} < 2$

Encadrement de $\frac{5}{3}$ au dixième : $1,6 < \frac{5}{3} < 1,7$

52 Compléter pour obtenir un encadrement à l'unité de chacun des nombres suivants.

a. $0 < \frac{1}{12} < 1$ b. $2 < \frac{9}{4} < 3$

c. $29 < \frac{297}{10} < 30$ d. $1 < \frac{6}{5} < 2$

53 Compléter pour obtenir un encadrement au dixième de chacun des nombres suivants.

a. $0,1 < \frac{1}{6} < 0,2$ b. $1,1 < \frac{8}{7} < 1,2$

c. $4,1 < \frac{411}{100} < 4,2$ d. $3,8 < \frac{3859}{1000} < 3,9$

54 En utilisant la calculatrice, donner un encadrement au millième des nombres suivants.

a. $\frac{17}{3}$: $5,666 < \frac{17}{3} < 5,667$

b. $\frac{452}{11}$: $41,09 < \frac{452}{11} < 41,091$

c. $\frac{98}{99}$: $0,989 < \frac{98}{99} < 0,99$

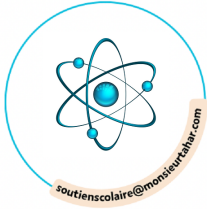
55 Nadia veut couper un ruban de longueur 77 cm en trois morceaux identiques. Elle souhaite tracer sur le ruban les repères pour pouvoir couper le ruban. Pour cela, elle veut encadrer au millimètre la longueur L de chaque morceau, exprimée en cm. Quel est cet encadrement ?

$$\frac{77}{3} \approx 25,67 \text{ donc } 25,6 < L < 25,7$$

56 **MODE EXPERT** Ranger dans l'ordre croissant les nombres :

$$\frac{355}{113}, \pi \text{ et } \frac{333}{106}$$

$$\frac{333}{106} < \pi < \frac{355}{113}$$



57 Parcours ceinture jaune

- $\frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{10}{4}$
 - $\frac{13}{10} + \frac{4}{100} = \frac{134}{100}$
- $\frac{1}{5} + \frac{4}{20} = \frac{8}{20}$
- Compléter les phrases.
 - $\frac{3}{4}$ de 100 font **75**
 - $\frac{1}{10}$ de 40 font **4**
 - 10 % de 60 font **6**
 - $\frac{9}{5} - \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$
 - $\frac{3}{10} - \frac{2}{100} = \frac{28}{100}$
 - 50 % de 60 font **30**
 - $\frac{3}{7} - \frac{1}{21} = \frac{8}{21}$
 - 20 % de 40 font **8**

4. Compléter avec le symbole $<$, $>$ ou $=$.

$$\frac{4}{7} > \frac{2}{7} \quad \frac{31}{11} < \frac{54}{11} \quad \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{7}{5} < \frac{23}{15} \quad \frac{7}{4} > \frac{13}{8}$$

5. Encadrer les fractions entre deux entiers consécutifs.

$$5 < \frac{17}{3} < 6 \quad 4 < \frac{13}{3} < 5$$

58 Parcours ceinture verte

- $\frac{11}{5} + \frac{4}{15} = \frac{37}{15}$
 - $4 + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$
- Compléter les phrases.
 - $\frac{2}{7}$ de 42 font **12**
 - 15 % de 30 font **4,5**
 - $\frac{5}{3} - \frac{4}{12} = \frac{16}{12}$
 - $3 - \frac{5}{14} = \frac{37}{14}$
 - $\frac{2}{10}$ de 38 font **7,6**
 - 30 % de 90 font **27**

3. Compléter avec le symbole $<$, $>$ ou $=$.

$$\frac{12}{13} < \frac{30}{26} \quad \frac{250}{50} = 5 \quad \frac{42}{8} > 5$$

4. Comparer avec le symbole $<$ ou $>$.

$$1 - \frac{2}{3} < 0,4 \quad \frac{4}{5} - \frac{3}{10} > \frac{1}{4}$$

5. Encadrer les fractions au dixième.

$$2,3 < \frac{7}{3} < 2,4 \quad 5,3 < \frac{32}{6} < 5,4$$

59 Parcours ceinture noire

1. On donne $x = \frac{3}{7}$ et $y = \frac{5}{14}$. Calculer $x + y$ et $x - y$.

$$x + y = \frac{11}{14} \quad x - y = \frac{1}{14}$$

2. Compléter les phrases.

- 10 % de 20 % de 80 font **1,6**
- 50 % de 50 % de 400 font **100**
- 90 % de 2 font **1,8**

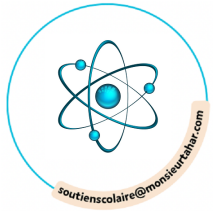
3. Compléter avec le symbole $<$, $>$ ou $=$.

$$\frac{1}{2 \times 3} = \frac{2}{3 \times 4} \quad \frac{3}{4 \times 5} > \frac{4}{5 \times 6}$$

4. Donner une fraction plus grande que $\frac{7}{11}$ et de même numérateur. $\frac{7}{10}$

5. Donner un encadrement au millièmes de $1 - \frac{1}{6}$.

$$0,833 < 1 - \frac{1}{6} < 0,834$$



Problèmes



60 Le médecin

Calculer

Élodie a attendu chez son médecin pendant $\frac{3}{4}$ d'heure.
La veille, Sami avait attendu $\frac{4}{5}$ d'heure.

1. Qui a attendu le plus longtemps ?

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} \text{ et } \frac{4}{5} = \frac{16}{20}$$

$$\frac{15}{20} < \frac{16}{20} \text{ car } 15 < 16.$$

Sami a donc attendu le plus longtemps.

2. Exprimer le temps d'attente de chacun en minutes.

$$\frac{3}{4} \times 60 = \frac{180}{4} = 45.$$

Élodie a attendu 45 minutes.

$$\frac{4}{5} \times 60 = \frac{240}{5} = 48.$$

Sami a attendu 48 minutes.

61 Les anglo-saxons

Calculer, Modéliser

Les anglo-saxons notent différemment les fractions supérieures à 1. Par exemple, la notation $3\frac{3}{4}$ désigne le nombre $3 + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = \frac{17}{4}$.

Écrire sous forme de fraction simplifiée les nombres anglo-saxons suivants.

a. $5\frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$

b. $11\frac{4}{9} = 11 + \frac{4}{9} = \frac{99}{9} + \frac{4}{9} = \frac{103}{9}$

62 Le dessert préféré

Calculer

Enrique lit sur la composition de son dessert préféré : 12 grammes de sucre pour 40 grammes de produit. Il lit la composition du dessert de Rico : 20 grammes de sucre pour 50 grammes de produit.

► Quel dessert contient la plus grande proportion de sucre ?

$$\frac{12}{40} = \frac{3}{10} \text{ et } \frac{20}{50} = \frac{4}{10}$$

Le dessert de Rico contient une proportion de sucre plus grande que le dessert d'Enrique.

63 Les carrefours

Raisonner, Calculer

Deux carrefours dangereux sont surveillés. Une étude statistique a montré que sur 60 accidents survenus dans le premier carrefour, 7 ont été mortels. Sur 80 accidents survenus au second carrefour, 11 ont été mortels.

► Quel est le carrefour dont la proportion d'accidents mortels est la plus grande ?

$$\frac{7}{60} = \frac{28}{240} \text{ et } \frac{11}{80} = \frac{33}{240}. \frac{33}{240} > \frac{28}{240} \text{ donc la mortalité}$$

est plus importante pour le second carrefour.

64 Les services

Modéliser, Calculer

L'entraîneur de tennis de Carla et Amélie donne un bilan de leur dernier match.

Carla	Catégorie	Amélie
$\frac{87}{99}$	Premiers services réussis	$\frac{97}{142}$
$\frac{42}{63}$	Points gagnés sur premiers services	$\frac{52}{88}$
$\frac{22}{33}$	Points gagnés sur deuxièmes services	$\frac{27}{54}$
$\frac{28}{45}$	Points gagnés au filet	$\frac{17}{27}$
$\frac{7}{18}$	Balles de break gagnées	$\frac{4}{9}$
$\frac{63}{121}$	Retours gagnants	$\frac{67}{132}$

► À l'aide de la calculatrice, entourer pour chaque catégorie le meilleur score exprimé sous forme d'une proportion.

65 La tirelire

Calculer

Malo veut s'acheter un jeu et il s'est donné comme règle de ne pas dépenser plus de 5 % du montant de sa tirelire. Malo possède 350 € dans sa tirelire.

1. Combien peut-il dépenser ?

$$350 \times \frac{5}{100} = 17,5. \text{ Il peut dépenser } 17,5 \text{ €.}$$

2. Finalement, il dépense 14 €. Quel pourcentage du montant de sa tirelire représente cette dépense ?

$$\frac{14}{350} = 0,04 = \frac{4}{100}. \text{ Il a dépensé } 4 \% \text{ du montant de sa tirelire.}$$

Problèmes

66 Un programme Modéliser, Communiquer

Haroun a écrit le script suivant.

```

quand [drapeau] est cliqué
demander Choisir un nombre et attendre
mettre x à réponse
demander Choisir un nombre et attendre
mettre y à réponse
demander Choisir un nombre et attendre
mettre a à réponse
demander Choisir un nombre et attendre
mettre b à réponse
dire x / y pendant 5 secondes
dire a / b pendant 5 secondes
  
```

1. Il utilise le script en entrant dans l'ordre les valeurs suivantes : 11 ; 5 ; 24 ; 10.

Quels sont les résultats affichés par le script ?

Les résultats affichés sont 2,2 et 2,4 car $\frac{11}{5} = 2,2$ et $\frac{24}{10} = 2,4$.

2. Sachant que le logiciel Scratch arrondit les résultats des opérations au centième, quels seront les résultats affichés si Haroun entre les nombres 2 ; 3 ; 67 ; 100 dans cet ordre ?

Les deux résultats affichés sont égaux à 0,67 car $\frac{2}{3} \approx 0,67$ et $\frac{67}{100} = 0,67$.

3. Ce script permet-il toujours de comparer deux fractions ?

Non car $\frac{2}{3}$ n'est pas égal à $\frac{67}{100}$ alors que le script renvoie le même résultat.

67 Journalisme Calculer, Raisonner

Un journaliste donne les informations suivantes : « Sur les 7,5 milliards d'êtres humains, 1,5 milliards n'ont pas accès à de l'eau potable et 15 % des êtres humains n'ont aucun suivi médical régulier ».

1. Quelle est la proportion d'êtres humains qui n'ont pas accès à l'eau potable ? On donnera le résultat sous la forme d'un nombre décimal puis d'un pourcentage.

$$\frac{1,5}{7,5} = 0,2 = 20\%$$

2. Combien d'êtres humains n'ont aucun suivi médical régulier ?

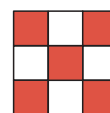
$7,5 \times \frac{15}{100} = 1,125$. Donc 1 milliard 125 millions d'êtres humains n'ont aucun suivi médical régulier.

68 Les carreaux Calculer, Modéliser

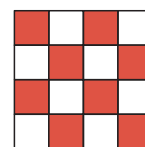
On considère les carrés suivants.



Carré 1



Carré 2

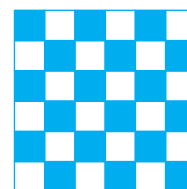


Carré 3

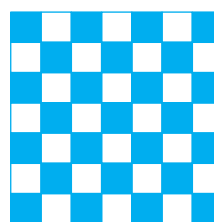
1. Poursuivre la série de carrés avec les carrés de côtés 5, 6 et 7 carreaux.



Carré 4



Carré 5



Carré 6

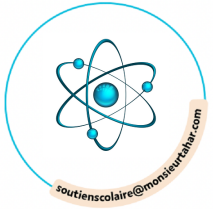
2. Pour chacun des six carrés, donner la proportion de carreaux rouges par rapport au nombre total de carreaux.

Carré 1 : $\frac{2}{4}$ Carré 2 : $\frac{5}{9}$ Carré 3 : $\frac{8}{16}$

Carré 4 : $\frac{13}{25}$ Carré 5 : $\frac{18}{36}$ Carré 6 : $\frac{25}{49}$

3. Pour quels carrés ces fractions sont-elles égales ?

$\frac{2}{4} = \frac{8}{16} = \frac{18}{36}$. Les fractions sont égales pour les carrés 1, 3 et 5.



69 Le choix du collège

Calculer, Communiquer

Lucas s'intéresse aux collèges qui proposent des cours de chinois. Dans le collège Les Iris, 15 % des 400 élèves apprennent le chinois. Au collège Aragon, 12 % des 475 élèves apprennent le chinois. Lucas décide de choisir le collège où le nombre d'élèves qui apprennent le chinois est le plus important.

► Quel collège va-t-il choisir ? Justifier.

$400 \times \frac{15}{100} = 60$. Donc 60 élèves apprennent le chinois au collège Les Iris.

$475 \times \frac{12}{100} = 57$. Donc 57 élèves du collège Aragon apprennent le chinois.

Lucas va donc choisir le collège Les Iris.

70 Le troupeau de moutons

Calculer

Jean-Baptiste possède un troupeau constitué de moutons, de brebis et d'agneaux. Il a en tout 258 bêtes : 118 sont des moutons, 112 sont des brebis et le reste sont des agneaux.

1. Exprimer sous la forme d'une fraction simplifiée, la proportion de chaque catégorie du troupeau.

$\frac{118}{258} = \frac{59}{129}$ est la proportion de moutons.

$\frac{112}{258} = \frac{56}{129}$ est la proportion de brebis.

$258 - 118 - 112 = 28$.

$\frac{28}{258} = \frac{14}{129}$ est la proportion d'agneaux.

2. Jean-Baptiste vend 7 agneaux. Quel pourcentage de la totalité des agneaux a-t-il vendu ?

$\frac{7}{28} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$. Il a vendu 25 % de ses agneaux.

71 La marche

Raisonner, Calculer, Communiquer

Un marcheur fait des pas de $\frac{3}{4}$ de mètre. Il fait 80 pas à la minute. Il doit parcourir 15 km. Combien de temps va-t-il mettre ? On donnera le résultat en heures et minutes.

$80 \times \frac{3}{4} = 60$. En une minute, il parcourt 60 m.

15 km = 15 000 m

$\frac{15\,000}{60} = 250$. Il va parcourir les 15 km en 250 minutes.

$250 = 60 \times 4 + 10$.

Il parcourt les 15 km en 4 h 10 min.

72 La balle rebondissante

Raisonner, Calculer

Une balle de tennis rebondit à chaque fois aux $\frac{4}{5}$ de sa hauteur de chute. On la lâche d'une hauteur initiale de 3 mètres.

1. À quelle hauteur maximale la balle va-elle monter au premier rebond ?

$3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$.

La balle va monter à 2,4 mètres de haut après le premier rebond.

2. À quelle hauteur maximale la balle va-elle monter au deuxième rebond ?

$2,4 \times \frac{4}{5} = \frac{9,6}{5} = 1,92$.

La balle va monter à 1,92 mètre après le deuxième rebond.

3. Rébecca est persuadée que la balle ne dépassera pas 1 mètre de hauteur au quatrième rebond. A-t-elle raison ?

$1,92 \times \frac{4}{5} = 1,536$ et $1,536 \times \frac{4}{5} = 1,2288$

La balle va monter à plus de 1 mètre au quatrième rebond.

Rébecca a donc tort.

73 Le triathlon

Calculer, Raisonner

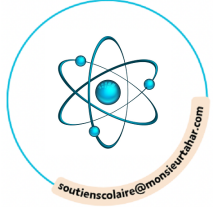
Emeric participe à un triathlon. $\frac{1}{18}$ de la distance totale se fait en natation. $\frac{1}{3}$ de la distance totale se fait en courant. Le reste se fait à vélo.

► Quelle proportion de la distance totale est parcourue à vélo ?

$\frac{1}{18} + \frac{1}{3} = \frac{1}{18} + \frac{6}{18} = \frac{7}{18}$

$1 - \frac{7}{18} = \frac{18}{18} - \frac{7}{18} = \frac{11}{18}$

$\frac{11}{18}$ de la distance totale est parcourue à vélo.



Problèmes

74 Le grammage du papier

Calculer, Raisonner

Le grammage d'une feuille de papier (en g/m^2) est le quotient de la masse de la feuille (en g) par son aire (en m^2).

Une entreprise souhaite réaliser un prospectus à distribuer dans les boîtes aux lettres. Pour cela, elle dispose de plusieurs types de papier mais elle doit exclure ceux dont le grammage est inférieur à $135 \text{ g}/\text{m}^2$.

Elle envisage deux types de papier :

- le premier type de papier a un format de $15 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ et une masse de $3,5 \text{ g}$;
- le second type de papier a un format de $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ et une masse de $2,8 \text{ g}$.

► Ces deux types de papier peuvent-ils être retenus ?

On donnera les résultats sous la forme d'une fraction simplifiée ou d'un nombre décimal si cela est possible.

L'aire du premier type de papier est :

$$15 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 300 \text{ cm}^2 = 0,03 \text{ m}^2.$$

$$\text{Son grammage est donc } \frac{3,5 \text{ g}}{0,03 \text{ m}^2} = \frac{350}{3} \text{ g}/\text{m}^2.$$

$$\text{Or } 135 = \frac{405}{3} \text{ et } \frac{350}{3} < \frac{405}{3}.$$

Donc ce type de papier ne convient pas.

L'aire du second type de papier est :

$$20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2 = 0,02 \text{ m}^2.$$

$$\text{Son grammage est donc } \frac{2,8 \text{ g}}{0,02 \text{ m}^2} = 140 \text{ g}/\text{m}^2.$$

Or $140 > 135$ donc ce type de papier convient.

75 Le club de foot

Calculer, Raisonner

À la rentrée, Laetitia, l'entraîneuse du club de football, réalise un sondage sur la pratique sportive des joueurs pendant les vacances. Voici les résultats :

- $\frac{1}{6}$ des joueurs n'a fait aucun sport durant les vacances ;
- $\frac{1}{3}$ des joueurs a fait du footing tous les jours mais n'a pas pratiqué d'autres sports ;
- $\frac{5}{12}$ des joueurs ont fait uniquement de la natation mais très régulièrement ;
- $\frac{1}{12}$ des joueurs a fait une seule séance de sport.

1. Vérifier par le calcul que tous les joueurs du club ont répondu au sondage.

On remarque qu'un même joueur ne peut pas être comptabilisé dans deux catégories différentes.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

Tous les joueurs ont bien participé au sondage.

2. Laetitia pense que 75 % des joueurs ont fait régulièrement du sport. A-t-elle raison ?

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100}$$

75 % des joueurs ont bien fait régulièrement

du footing ou de la natation.

76 Le prix yoyo

Raisonner, Calculer

Une maison coûtait $150\,000 \text{ €}$ en 2010. Début 2015, son prix a diminué de 5 %. En 2020, suite à une reprise du marché de l'immobilier, le prix de la maison a augmenté de 5 % par rapport au prix de 2015.

1. Quel était le prix de la maison en 2015 ?

$$150\,000 \times \frac{5}{100} = 7\,500. \text{ Le prix de la maison a baissé de } 7\,500 \text{ €}.$$

$$150\,000 - 7\,500 = 142\,500. \text{ Son prix au début de l'année 2015 était de } 142\,500 \text{ €}.$$

2. Quel était le prix de la maison en 2020 ?

$$142\,500 \times \frac{5}{100} = 7\,125. \text{ Le prix de la maison a augmenté de } 7\,125 \text{ € en 2020 par rapport au prix de 2015}.$$

$$142\,500 + 7\,125 = 149\,625. \text{ La maison coûtait } 149\,625 \text{ € en 2020}.$$

3. Une baisse de 5 % du prix suivie d'une augmentation de 5 % du prix redonne-t-il le même prix qu'au départ ?

La maison coûtait au départ $150\,000 \text{ €}$. Après la baisse de 5 % puis la hausse de 5 %, le prix de la maison s'est élevé à $149\,625 \text{ €}$, montant légèrement inférieur au prix initial.

Tâche complexe

77

Dans le village côtier d'Asie où habite Sean, la marée est diurne, c'est-à-dire qu'il n'y a qu'une seule marée basse et une seule marée haute dans la journée. Ce vendredi 20 novembre, Sean envisage d'aller pêcher à pied entre 12 h et 18 h mais il doit s'assurer que cela est bien possible.

Doc 1 Horaires des marées

Haute mer à 4 h • Basse mer à 16 h

Doc 2 Définition du marnage

Marnage = hauteur d'eau à pleine mer – hauteur d'eau à basse mer

Doc 3 La pêche à pied

La pêche à pied peut commencer à marée descendante lorsqu'il reste moins de $\frac{2}{5}$ du marnage avant la marée basse. L'arrêt de la pêche et l'amorce du retour doit se faire avant que la marée montante atteigne 20 % du marnage.

Doc 4 Les marées

La marée descend de $\frac{1}{24}$ du marnage les deux premières heures, de $\frac{1}{3}$ du marnage les deux heures suivantes, de $\frac{1}{8}$ du marnage les deux heures suivantes, de $\frac{1}{8}$ du marnage les deux heures suivantes, de $\frac{1}{3}$ du marnage les deux heures suivantes et enfin de $\frac{1}{24}$ du marnage sur les deux dernières heures. Ce sont les mêmes proportions à marée montante.

► Quelles sont les vérifications que Sean doit effectuer ?

À 12 h, la marée est descendue de $\frac{15}{24}$ du marnage car : $\frac{1}{24} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{24} + \frac{1 \times 8}{3 \times 8} + \frac{1 \times 3}{8 \times 3} + \frac{1 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$

Il reste alors $\frac{9}{24}$ du marnage avant la marée basse.

Or $\frac{9}{24} = \frac{3}{8} = 0,375$ et $\frac{2}{5} = 0,4$ donc $\frac{9}{24} < \frac{2}{5}$. Sean pourra donc bien commencer à pêcher à 12 h.

À 16 h la marée est basse et à 18 h, elle est remontée de $\frac{1}{24}$ du marnage. Or, $\frac{1}{24} < \frac{1}{5}$ et $\frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 20\%$.

À cette heure-là, la pêche est donc encore possible. Sean pourra donc bien pêcher à pied de 12 h à 18 h.



Le jeu

Carré magique

Par équipe de deux, compléter le carré magique pour que la somme des lignes, colonnes et diagonales soit toujours égale à $\frac{2}{3}$.

$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{18}$
$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	0
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{18}$

Inventer un carré magique et le donner à une autre équipe de deux élèves.

Le défi

Tout dans le mental

Calculer mentalement et le plus rapidement possible.

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{64}$$

