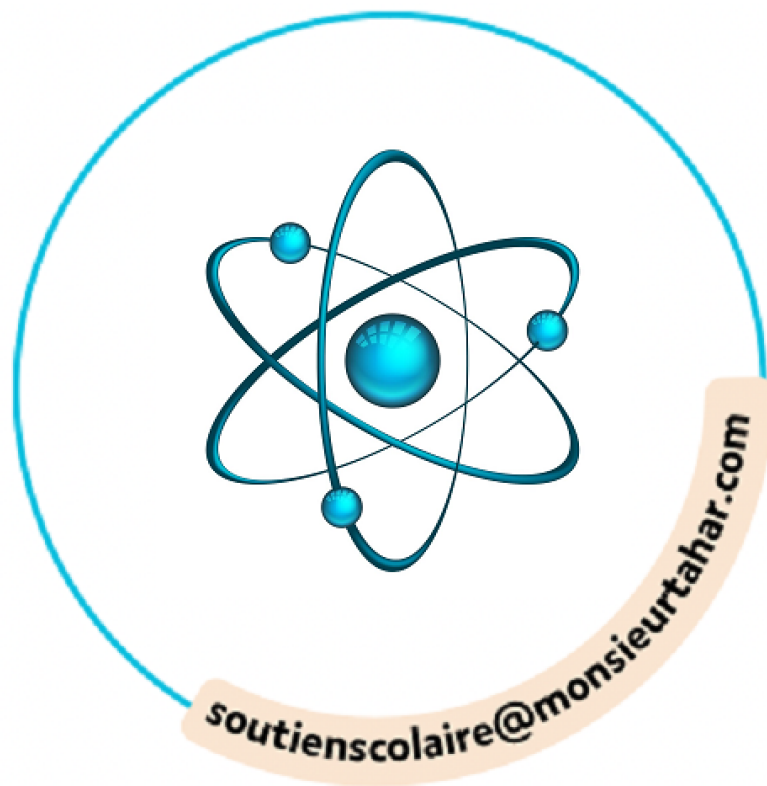
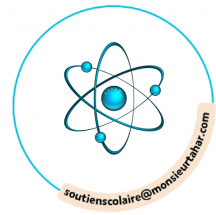


# MATHS



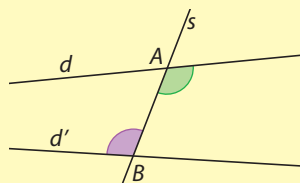
## CHAPITRE 9



## 1

### Utiliser des angles alternes-internes

►  $d$  et  $d'$  sont deux droites coupées par une droite  $s$  en deux points  $A$  et  $B$ . Deux angles sont **alternes-internes** si :

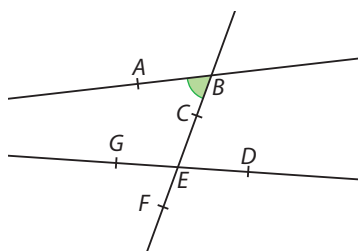


- ils ont pour sommet  $A$  et  $B$  ;
- ils sont situés de part et d'autre de la droite  $s$  ;
- ils sont entre les droites  $d$  et  $d'$ .

►  $d$  et  $d'$  sont deux droites coupées par une droite  $s$  en deux points distincts.

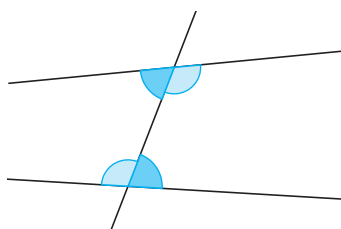
- Si  $d$  et  $d'$  sont parallèles, alors les angles alternes-internes qu'elles forment avec la droite  $s$  sont de **même mesure**.
- Réciproquement, si  $d$  et  $d'$  forment avec la droite  $s$  deux angles alternes-internes de même mesure, alors  $d$  et  $d'$  sont **parallèles**.

1 Dans la figure ci-dessous, citer un angle tel que cet angle et l'angle  $\widehat{ABC}$  soient alternes-internes.

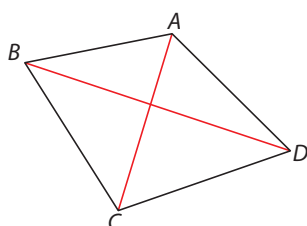


$\widehat{DEC}$

2 Sur la figure ci-dessous, marquer de deux couleurs différentes les deux paires d'angles alternes-internes.



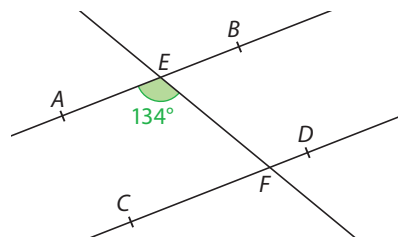
3  $ABCD$  est un quadrilatère. En utilisant les deux droites  $(AD)$  et  $(BC)$  et la sécante  $(BD)$ , citer des angles alternes-internes.



$\widehat{CBD}$  et  $\widehat{ADB}$

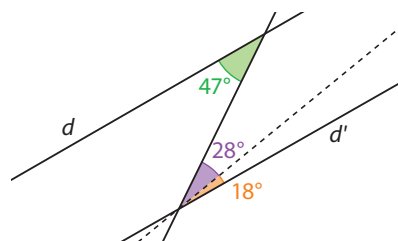
4 Sur la figure ci-dessous,  $A$ ,  $E$  et  $B$  sont alignés ainsi que  $C$ ,  $F$  et  $D$ . De plus, les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{DFE}$  ? Justifier.



Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles. Elles forment avec la droite  $(EF)$  les angles alternes-internes  $\widehat{AEF}$  et  $\widehat{DFE}$ . Ces angles ont donc la même mesure :  $\widehat{DFE} = 134^\circ$ .

5 **MODE EXPERT** Dans la figure suivante, les droites  $d$  et  $d'$  sont-elles parallèles ? Justifier.



$d$  et  $d'$  forment, avec la sécante, deux angles alternes-internes, l'un de mesure  $47^\circ$  et l'autre de mesure  $28^\circ + 18^\circ = 46^\circ$ . Les mesures sont différentes donc les droites  $d$  et  $d'$  ne sont pas parallèles.

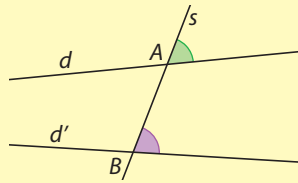
# 2

## Utiliser des angles correspondants

$d$  et  $d'$  sont deux droites coupées par une droite  $s$  en deux points  $A$  et  $B$ .

Deux angles sont **correspondants** si :

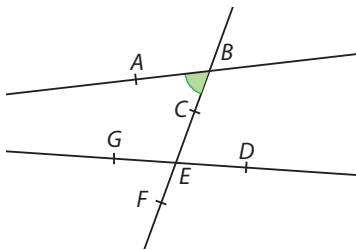
- ils ont pour sommet  $A$  et  $B$  ;
- ils sont situés du même côté de la droite  $s$  ;
- l'un est entre les droites  $d$  et  $d'$ , l'autre non.



$d$  et  $d'$  sont deux droites coupées par une droite  $s$  en deux points distincts.

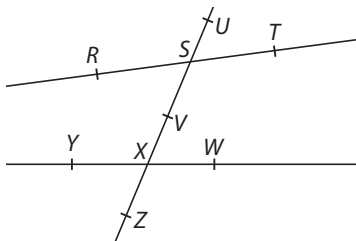
- Si  $d$  et  $d'$  sont parallèles, alors les angles correspondants qu'elles forment avec la droite  $s$  sont de **même mesure**.
- Réciproquement, si  $d$  et  $d'$  forment avec la droite  $s$  deux angles correspondants de même mesure, alors  $d$  et  $d'$  sont **parallèles**.

6 Dans la figure ci-dessous, citer un angle tel que cet angle et l'angle  $\widehat{ABC}$  soient correspondants.



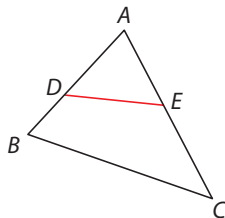
$\widehat{GEF}$

7 Dans la figure ci-dessous, on a tracé deux droites coupées par une sécante. Citer les quatre paires d'angles correspondants.



$\widehat{RSU}$  et  $\widehat{YXV}$  ;  $\widehat{RSV}$  et  $\widehat{YXZ}$  ;  $\widehat{TSU}$  et  $\widehat{WXV}$  ;  $\widehat{TSV}$  et  $\widehat{WXZ}$ .

8 On considère le triangle ci-dessous.



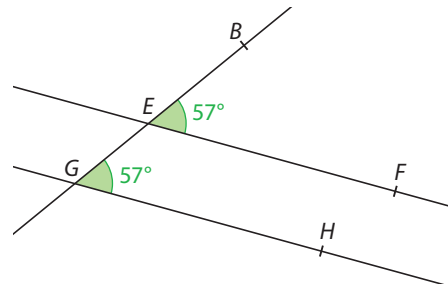
1. Citer un angle tel que  $\widehat{ADE}$  et cet angle soient correspondants.

$\widehat{ABC}$

2. Citer un autre angle tel que  $\widehat{ACB}$  et cet angle soient correspondants.

$\widehat{AED}$

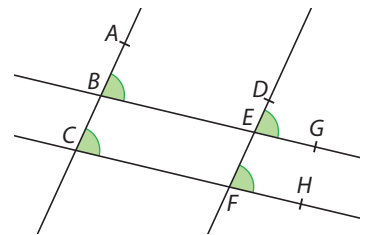
9 Sur la figure ci-dessous,  $G$ ,  $E$  et  $B$  sont alignés. Que peut-on dire des droites  $(EF)$  et  $(GH)$  ? Justifier.



Les droites  $(EF)$  et  $(GH)$  sont coupées par la sécante  $(BG)$ . Elles forment avec  $(BG)$  les angles correspondants  $\widehat{BEF}$  et  $\widehat{BGH}$  qui sont de même mesure. Les droites  $(EF)$  et  $(GH)$  sont donc parallèles.

10 **MODE EXPERT** Dans la figure ci-contre :

- $(AC) \parallel (DF)$  et  $(BG) \parallel (CH)$  ;
- $A \in (BC)$ ,  $D \in (EF)$ ,  $G \in (BE)$  et  $H \in (CF)$ .



1. Montrer que les angles  $\widehat{ABE}$  et  $\widehat{DEG}$  ont même mesure. Justifier.

$\widehat{ABE}$  et  $\widehat{DEG}$  sont des angles correspondants. De plus,  $(AC) \parallel (DF)$ , donc  $\widehat{ABE}$  et  $\widehat{DEG}$  ont même mesure.

2. Montrer que les quatre angles indiqués sur la figure ont même mesure.

$(AC) \parallel (DF)$ , donc les angles correspondants  $\widehat{ACF}$  et  $\widehat{DFH}$  ont même mesure.

$(CH) \parallel (BG)$ , donc les angles correspondants  $\widehat{ABE}$  et  $\widehat{ACF}$  ont même mesure.

On a donc  $\widehat{ACF} = \widehat{DFH} = \widehat{DEG} = \widehat{ABE}$ .

# 3

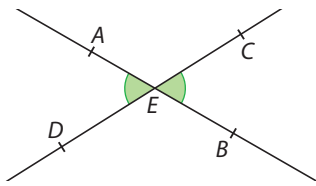
## Utiliser des angles opposés par le sommet

►  $d$  et  $d'$  sont deux droites sécantes. Deux angles sont **opposés par le sommet** lorsque :

- ils ont le même sommet ;
- leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

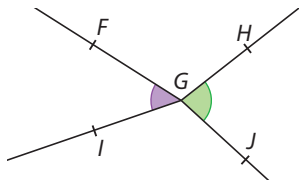
**11** Sur les figures suivantes, dire si les angles indiqués sont opposés par le sommet ou non. Justifier.

a.  $A, E$  et  $B$  sont alignés ainsi que  $C, E$  et  $D$ .



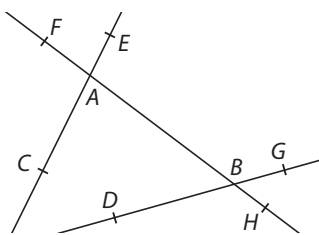
Les angles sont opposés par le sommet car ils ont le même sommet  $E$  et leurs côtés sont bien dans le prolongement l'un de l'autre.

b.



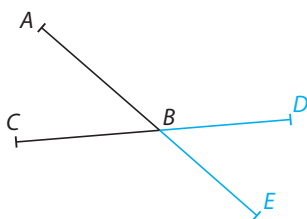
Les angles ne sont pas opposés par le sommet car les points  $F, G$  et  $J$  ne sont pas alignés.

**12** Dans la figure ci-dessous, citer quatre paires d'angles opposés par le sommet.



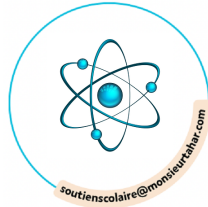
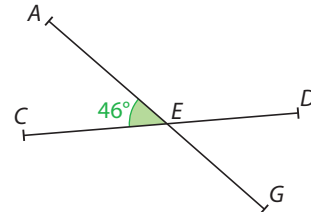
$\widehat{FAE}$  et  $\widehat{CAB}$  ;  $\widehat{FAC}$  et  $\widehat{EAB}$  ;  $\widehat{ABD}$  et  $\widehat{GBH}$  ;  $\widehat{ABG}$  et  $\widehat{DBH}$ ...

**13** Construire l'angle opposé par le sommet à l'angle  $\widehat{ABC}$  ci-dessous.



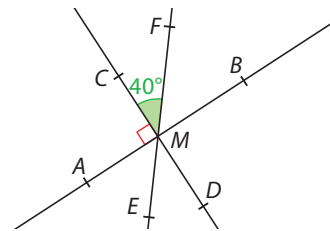
► Deux angles opposés par le sommet ont **même mesure**.

**14**  $A, E$  et  $G$  sont alignés ainsi que  $C, E$  et  $D$ .  
Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{DEG}$  ? Justifier.



Les angles  $\widehat{AEC}$  et  $\widehat{DEG}$  sont opposés par le sommet donc la mesure de  $\widehat{DEG}$  est égale à  $46^\circ$ .

**15** Sur la figure ci-dessous, les droites  $(AB)$ ,  $(CD)$  et  $(EF)$  se coupent en  $M$ .

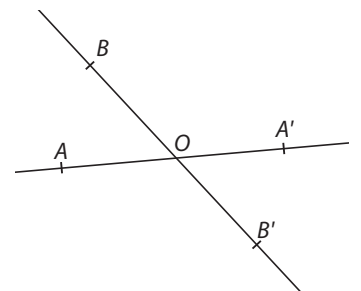


Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{EMB}$ . Justifier.

L'angle  $\widehat{AMF}$  a pour mesure  $90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$ .

Les angles  $\widehat{AMF}$  et  $\widehat{EMB}$  sont opposés par le sommet, donc ils ont même mesure :  $\widehat{EMB} = 130^\circ$ .

**16** **MODE EXPERT** Démontrer que si les points  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques des points  $A$  et  $B$  par rapport à  $O$ , alors les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{A'OB'}$  sont opposés par le sommet.



$A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $O$ , donc  $O$  est le milieu de  $[AA']$  et  $A, O$  et  $A'$  sont alignés.

De même,  $B'$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $O$ , donc  $O$  est le milieu de  $[BB']$  et  $B, O$  et  $B'$  sont alignés.

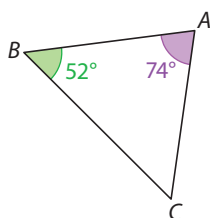
Donc les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{A'OB'}$  ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre et ont le même sommet. Ils sont donc opposés par le sommet.

# 4

## Déterminer la mesure d'un angle dans un triangle

► La somme des mesures des **trois angles d'un triangle** est égale à  $180^\circ$ .

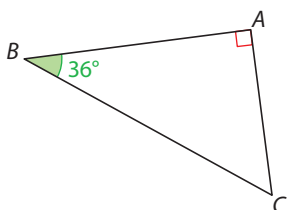
17 Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{ACB}$ .



$$\widehat{ACB} = 180^\circ - (52^\circ + 74^\circ)$$

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$$

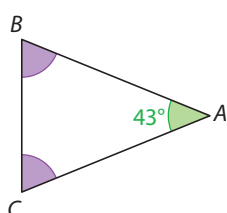
18 Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{ACB}$ .



$$\widehat{ACB} = 180^\circ - (36^\circ + 90^\circ)$$

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$$

19 Le triangle  $ABC$  est isocèle en  $A$ . Quelles sont les mesures des angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{CBA}$  ?

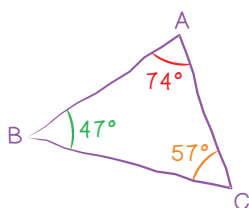


$ABC$  est isocèle en  $A$

$$\text{donc } \widehat{CBA} = \widehat{ABC} = (180^\circ - 43^\circ) \div 2 = 137^\circ \div 2 = 68,5^\circ$$

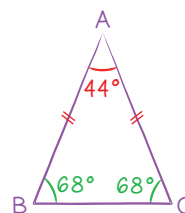
20 Dire si les figures suivantes sont constructibles. Justifier.

a.



Non car la somme  $74^\circ + 47^\circ + 57^\circ = 178^\circ$  et  $178^\circ \neq 180^\circ$ .

b.



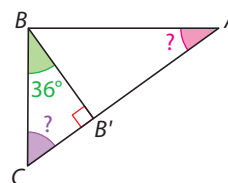
Oui car la somme des angles est égale à  $180^\circ$  et le triangle est isocèle.

21 Un triangle  $ABC$  est équilatéral. Quelle est la mesure de ses angles ?

Les trois angles ont la même mesure.

$$180 \div 3 = 60. \text{ Les angles mesurent chacun } 60^\circ.$$

22 Le triangle  $ABC$  ci-dessous est rectangle en  $B$ . Calculer les deux autres angles du triangle  $ABC$ .



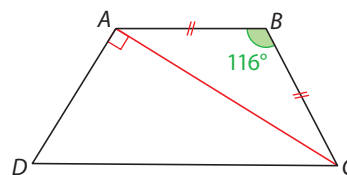
$$\widehat{BCB'} = 180^\circ - (90^\circ + 36^\circ)$$

$$\widehat{BCB'} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$$

$$\widehat{CAB} = 180^\circ - (90^\circ + 54^\circ)$$

$$\widehat{CAB} = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

23 **MODE EXPERT** Calculer les quatre angles du trapèze  $ABCD$ .



Dans le triangle isocèle  $ABC$ , les angles à la base sont de même mesure.

$$\widehat{BAC} = \widehat{BCA} = (180^\circ - 116^\circ) \div 2 = 32^\circ$$

Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles et coupées par la sécante  $(AC)$  donc  $\widehat{CAB}$  et  $\widehat{ACD}$  sont alternes-internes et de même mesure. Donc  $\widehat{CAB} = \widehat{ACD} = 32^\circ$ .

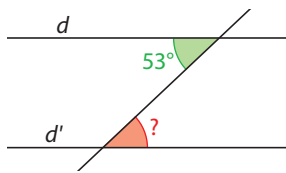
$$\text{Donc } \widehat{BCD} = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ.$$

$$\text{Dans le triangle } ACD, \widehat{CDA} = 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ.$$

$$\text{Enfin, l'angle } \widehat{DAB} \text{ mesure } 90^\circ + 32^\circ = 122^\circ.$$

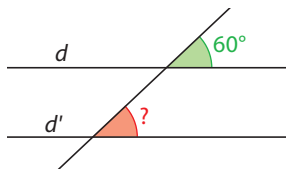
## 24 Parcours ceinture jaune

1. Les droites  $d$  et  $d'$  sont parallèles.



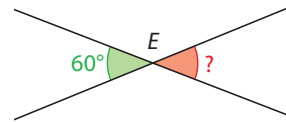
Quelle est la mesure de l'angle rouge ? ...53°.....

2. Les droites  $d$  et  $d'$  sont parallèles.



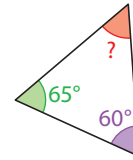
Quelle est la mesure de l'angle rouge ? ...60°.....

3.



Quelle est la mesure de l'angle rouge ? ...60°.....

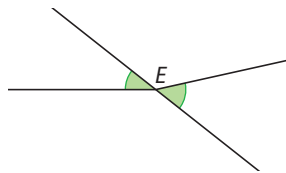
4.



Quelle est la mesure de l'angle rouge ? ...55°.....

## 25 Parcours ceinture verte

1.



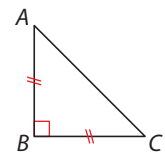
Les angles verts ont-ils la même mesure ?

...Non.....

2.  $\widehat{BCA} = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$ .....

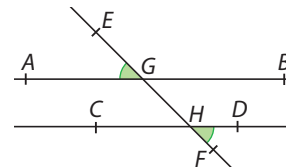


3.  $\widehat{BCA} = 45^\circ$ .....



4. La droite  $(EF)$  coupe  $(AB)$  et  $(CD)$  respectivement en  $G$  et  $H$ .

Les angles verts ont-ils la même mesure ? ...Oui.....



## 26 Parcours ceinture noire

1. Deux angles de même sommet ont-ils toujours la même mesure ? ...Non.....

2. Deux angles alternes-internes ont-ils toujours la même mesure ? ...Non.....

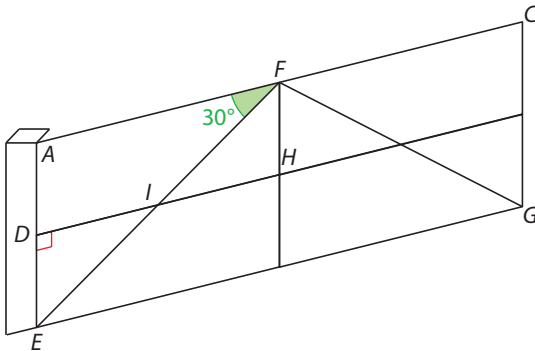
3. Un triangle peut-il avoir trois angles obtus ? ...Non.....

4. Un triangle isocèle peut-il avoir un angle obtus ? ...Oui.....

## 27 Le portail

Raisonner, Modéliser

Axelle a fait un plan du portail qu'elle souhaite fabriquer. Les planches du portail matérialisées par les droites  $(AC)$ ,  $(DH)$  et  $(EG)$  sont deux à deux parallèles. Les poteaux du portail matérialisés par les droites  $(AE)$  et  $(CG)$  sont parallèles car toutes deux perpendiculaires au sol.



$\widehat{AFI} = 30^\circ$ . Le triangle  $IDE$  est rectangle en  $D$ .

1. Combien mesure l'angle  $\widehat{FIH}$  ?

Les droites  $(AF)$  et  $(DH)$  sont parallèles et coupées par la sécante  $(FI)$ . Elles forment des angles alternes-internes  $\widehat{AFI}$  et  $\widehat{FIH}$  qui sont donc de même mesure. On a donc  $\widehat{FIH} = 30^\circ$ .

2. Combien mesure l'angle  $\widehat{DIE}$  ?

Les angles  $\widehat{DIE}$  et  $\widehat{FIH}$  sont opposés par le sommet. Ils ont donc même mesure. Donc  $\widehat{DIE} = 30^\circ$ .

3. Combien mesure l'angle  $\widehat{IED}$  ?

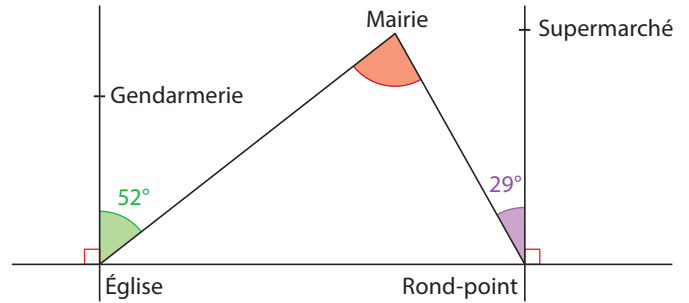
Le triangle  $IDE$  est rectangle en  $D$  donc  $\widehat{IDE} = 90^\circ$ .  
De plus,  $\widehat{DIE} = 30^\circ$ .  
 $\widehat{IED} = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ .

## 28 Le géomètre

Calculer, Communiquer

Le goniomètre est un appareil qui permet aux géomètres de mesurer des angles.

Un géomètre a effectué les mesures suivantes dans une petite ville et a réalisé le schéma suivant.



Louis est à la mairie. Calculer la mesure de l'angle sous lequel il voit l'église et le rond-point.

$$\widehat{REG} = 90^\circ \text{ donc } \widehat{REM} = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ.$$

$$\widehat{ERS} = 90^\circ \text{ donc } \widehat{ERM} = 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ.$$

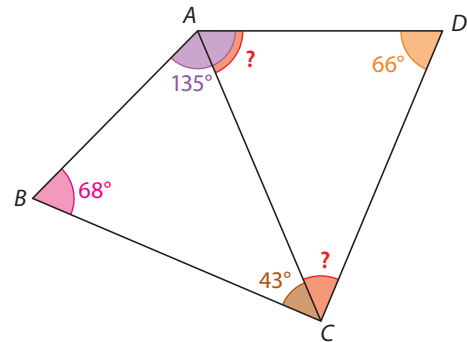
$$\widehat{EMR} = 180^\circ - (38^\circ + 61^\circ) = 81^\circ$$

L'angle sans lequel Louis voit l'église et le rond point mesure  $81^\circ$ .

## 29 Les terrains mitoyens

Raisonner, Calculer

Sami et Magalie possèdent des terrains mitoyens, chacun de forme triangulaire. Ils ont mesuré certains angles comme indiqué sur la figure ci-dessous mais souhaitent connaître les angles qui manquent.



1. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

Dans le triangle  $ABC$ , on a :

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - (68^\circ + 43^\circ)$$

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ$$

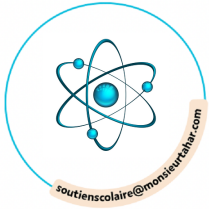
2. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{CAD}$ .

$$\widehat{CAD} = \widehat{BAD} - \widehat{BAC} = 135^\circ - 69^\circ = 66^\circ$$

3. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{DCA}$ .

$$\widehat{DCA} = 180^\circ - (66^\circ + 66^\circ)$$

$$\widehat{DCA} = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

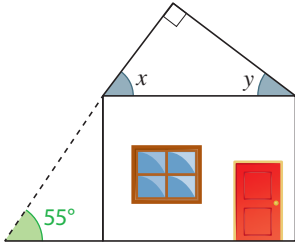


## 30 La maison de Tania

Calculer, Raisonner

Le toit de la maison de Tania est composé de deux pans perpendiculaires. Les murs sont perpendiculaires au sol et au plafond.

Calculer les mesures  $x$  et  $y$  des angles que forment les pans du toit avec le plafond de la maison.



Le plafond et le sol de la maison sont parallèles, donc les angles correspondants de mesures  $x$  et  $55^\circ$  ont même mesure.

Donc  $x = 55^\circ$ .

Le toit forme un triangle rectangle, donc :

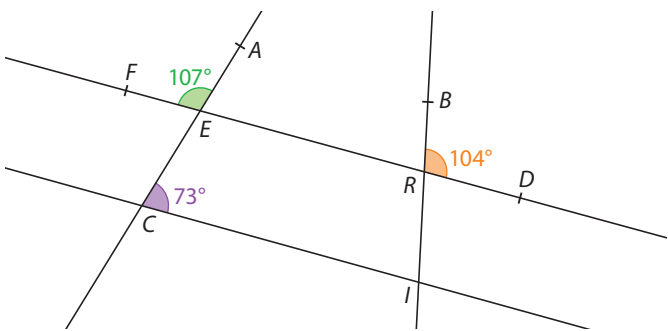
$$y = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ)$$

$$y = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

## 31 Les angles du quadrilatère

Raisonner, Calculer

On considère la figure suivante, où la droite  $(DF)$  coupe la droite  $(AC)$  en  $E$  et la droite  $(BI)$  en  $R$ .



1. Démontrer que les droites  $(ER)$  et  $(IC)$  sont parallèles.

La somme des mesures des angles  $\widehat{FEC}$  et  $\widehat{AEF}$  est égale à  $180^\circ$ . Donc l'angle  $\widehat{FEC}$  mesure  $73^\circ$ .

Les angles alternes-internes  $\widehat{FEC}$  et  $\widehat{ICE}$  formés par les droites  $(ER)$  et  $(IC)$  et par la sécante  $(EC)$  sont de même mesure égale à  $73^\circ$ . Les droites  $(ER)$  et  $(CI)$  sont donc parallèles.

2. Calculer tous les angles du quadrilatère  $ERIC$ .

Les angles  $\widehat{CER}$  et  $\widehat{AEF}$  sont opposés par le sommet donc  $\widehat{CER} = 107^\circ$ .

Les angles  $\widehat{ERI}$  et  $\widehat{BRD}$  sont opposés par le sommet donc  $\widehat{ERI} = 104^\circ$ .

$$\widehat{BRE} = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$$

Les angles  $\widehat{BRE}$  et  $\widehat{RIC}$  sont correspondants.

Comme les droites  $(ER)$  et  $(CI)$  sont parallèles, ces angles ont même mesure. Donc  $\widehat{RIC} = 76^\circ$ .

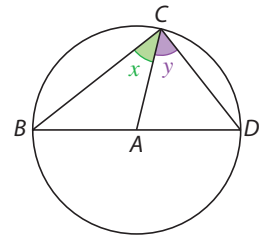
3. Vérifier que la somme des quatre angles du quadrilatère  $ERIC$  est égale à  $360^\circ$ .

$$73^\circ + 107^\circ + 104^\circ + 76^\circ = 360^\circ$$

## 32 Triangles et cercles

Raisonner, Calculer

On considère un cercle de centre  $A$  et de diamètre  $[BD]$ . On note un point  $C$  quelconque sur le cercle. On appelle  $x$  la mesure de l'angle  $\widehat{BCA}$  et  $y$  celle de l'angle  $\widehat{ACD}$ .



1. Quelle est la nature des triangles  $ABC$  et  $ACD$  ?

$AB = AC = AD$  donc les triangles  $ABC$  et  $ACD$  sont isocèles en  $A$ .

2. Que peut-on en déduire pour les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{ADC}$  ?

On en déduit que  $\widehat{ABC} = x$  et  $\widehat{ADC} = y$ .

3. En utilisant le triangle  $CBD$ , démontrer que  $2x + 2y = 180^\circ$ .

La somme des angles du triangle  $CBD$  est égale à  $180^\circ$ .

$$\widehat{ABC} + \widehat{ADC} + \widehat{DCB} = 180^\circ$$

$$x + y + (x + y) = 180^\circ$$

$$2x + 2y = 180^\circ$$

4. En déduire que le triangle  $CBD$  est rectangle en précisant en quel point.

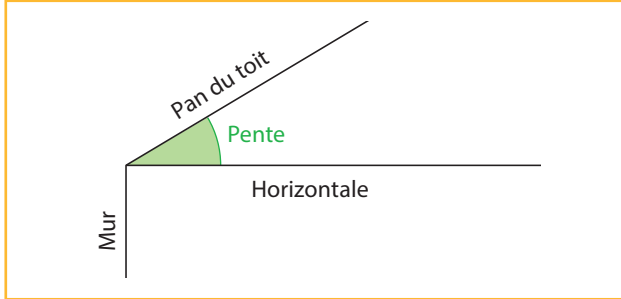
$$2x + 2y = 2 \times (x + y) = 180^\circ$$

Donc  $x + y$  est la moitié de  $180^\circ$  soit  $90^\circ$ . L'angle  $\widehat{DCB}$  est donc droit. Le triangle  $CBD$  est rectangle en  $C$ .

## Tâche complexe

33 Sofiane veut installer des panneaux solaires sur le toit de sa maison qui possèdent quatre pans.

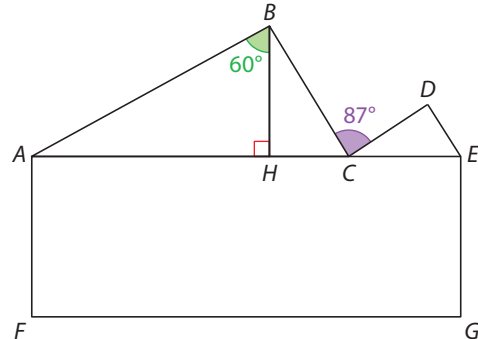
### Doc 1 La pente d'un toit



### Doc 2 Législation

Les panneaux solaires doivent être installés sur des pans de toit dont la pente est comprise entre  $25^\circ$  et  $35^\circ$ .

### Doc 3 Plan de la maison de Sofiane



Les pans de toits  $[AB]$  et  $[CD]$  sont parallèles, ainsi que les pans  $[BC]$  et  $[DE]$ . Les points  $H$  et  $C$  appartiennent au segment  $[AE]$ .

► Sur quels pans de son toit Sofiane peut-il installer ses panneaux solaires ?

$\widehat{CAB} = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ . Il peut installer un panneau solaire sur le pan du toit  $[AB]$ .

Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles donc les angles correspondants  $\widehat{CAB}$  et  $\widehat{ECD}$  ont même mesure.

Donc  $\widehat{ECD} = 30^\circ$ . Sofiane peut installer un panneau solaire sur le pan  $[CD]$ .

Les droites  $(BC)$  et  $(DE)$  sont parallèles donc les angles alternes-internes  $\widehat{BCD}$  et  $\widehat{CDE}$  ont même mesure.

Donc  $\widehat{CDE} = 87^\circ$  et  $\widehat{CED} = 180^\circ - (30^\circ + 87^\circ) = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$ . Sofiane ne peut pas installer un panneau solaire sur le pan  $[DE]$ .

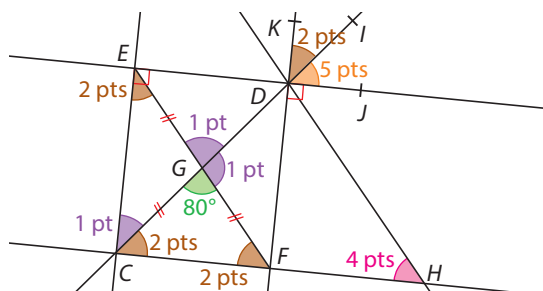
$\widehat{ACB} = 180^\circ - 87^\circ - 30^\circ = 63^\circ$ . Sofiane ne peut pas installer un panneau solaire sur le pan  $[CB]$ .



## Le jeu

### Angles rapides

Ce jeu se joue à deux. Chaque mesure d'angle trouvée rapporte les points indiqués. Celui qui en marque le plus en 5 minutes gagne.

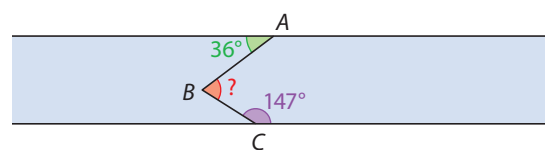


$(ED) \parallel (CF)$ ,  $(EC) \parallel (DF)$  et  $(EF) \parallel (DH)$ .

## Le défi

### Le crocodile

Un crocodile se repose sur le bord de la rivière au point  $A$ . Il décide d'attraper un canard dans la rivière au point  $B$  puis d'aller se rendormir au point  $C$  sur l'autre bord de la rivière. Les berges de la rivière sont parallèles. Quelle est la mesure de l'angle de sommet  $B$  ?



$\widehat{ABC} = 69^\circ$