

# Propriétés des triangles rectangles

# 12

## Calculer la longueur de l'hypoténuse dans un triangle rectangle

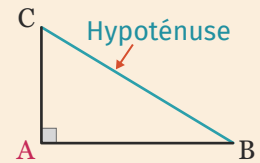
### Définition :

Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit. L'hypoténuse est le plus grand côté du triangle rectangle.

### Théorème de Pythagore :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Avec les notations du triangle ABC rectangle en A, on a  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .



➤ Retrouvez un cours complet sur [LLS.fr/M4P234](https://LLS.fr/M4P234).



Les méthodes en vidéo sur [LLS.fr/M4EXVideo31](https://LLS.fr/M4EXVideo31).

1 [Cal.3 - Cal.2] ●●●

Relier les nombres égaux entre eux.

|               |   |   |        |
|---------------|---|---|--------|
| $3^2 + 4^2$   | ● | ● | 221    |
| 144           | ● | ● | $12^2$ |
| $10^2 + 11^2$ | ● | ● | $5^2$  |
| $5^2 + 12^2$  | ● | ● | $10^2$ |
| $8^2 + 6^2$   | ● | ● | $13^2$ |

2 [Rep.5 - Com.1] ●●●

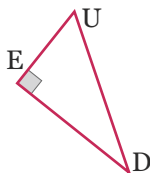
Relier chaque triangle rectangle à son hypoténuse.

|                    |   |   |      |
|--------------------|---|---|------|
| KJL rectangle en J | ● | ● | [JL] |
| JKL rectangle en K | ● | ● | [AC] |
|                    | ● | ● | [KL] |
|                    | ● | ● | [BC] |

3 [Mod.4 - Cal.4] ●●●

1. Entourer l'égalité de Pythagore correspondant au triangle ci-contre.

$EU^2 = UD^2 + ED^2$      $UD^2 = ED^2 + EU^2$      $ED^2 = UD^2 + UE^2$



2. On donne à présent  $ED = 5$  cm et  $EU = 12$  cm. Déterminer la longueur UD.

Le triangle UED est rectangle en E.

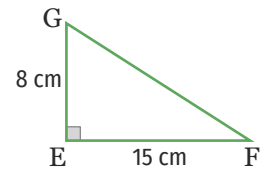
D'après le théorème de Pythagore, on a

$$UD^2 = ED^2 + EU^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \text{ d'où}$$

$$UD = \sqrt{169} = 13 \text{ cm.}$$

4 [Mod.4 - Cal.4] ●●●

Compléter l'exercice suivant qui permet de calculer la longueur de l'hypoténuse du triangle EFG rectangle en E ci-contre.



Dans le triangle EFG rectangle en E, on a d'après le théorème de Pythagore :

$$FG^2 = FE^2 + GE^2$$

$$FG^2 = 8^2 + 15^2$$

$$FG^2 = 64 + 225$$

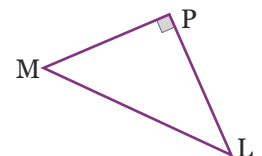
$$FG^2 = 289 \text{ donc } FG = \sqrt{289} = 17.$$

$$\text{Donc } FG = 17 \text{ cm.}$$

5 [Mod.4 - Cal.4] ●●●

On considère le triangle MLP rectangle en P ci-contre vérifiant  $MP = 48$  cm et  $PL = 55$  cm.

Calculer ML.



Le triangle MPL est rectangle en P.

D'après le théorème de Pythagore, on a donc :

$$ML^2 = MP^2 + LP^2$$

$$ML^2 = 48^2 + 55^2$$

$$ML^2 = 5\,329$$

$$ML = \sqrt{5\,329} = 73$$

$$\text{Donc } ML = 73 \text{ cm.}$$



## Calcul mental

1.  $5^2 + 3^2 = 34$

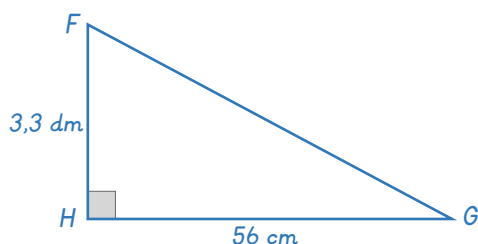
2.  $11^2 + 10^2 = 221$

3.  $12^2 + 9^2 = 225$

4.  $4^2 + 8^2 = 80$

### 6 [Ch.2 - Mod.4 - Rais.3] ●●●●

Dans le triangle HGF rectangle en H, on a  $HF = 3,3$  dm et  $GH = 56$  cm. Faire une figure à main levée puis calculer GF.



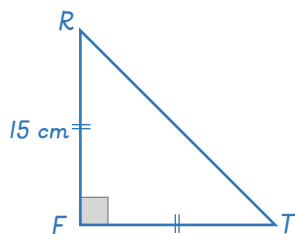
On a 3,3 dm égal à 33 cm.

Dans le triangle HGF rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore,  $GF^2 = GH^2 + HF^2 = 33^2 + 56^2 = 4\,225$  donc  $GF = \sqrt{4\,225} = 65$ .

Donc  $GF = 65$  cm

### 7 [Ch.2 - Mod.4 - Rais.3] ●●●●

Soit RTF un triangle isocèle rectangle en F tel que  $FT = 15$  cm. Faire une figure à main levée puis calculer RT au mm près.



Dans le triangle RTF rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore,  $RT^2 = RF^2 + FT^2$  donc  $RT^2 = 15^2 + 15^2 = 450$ .

D'où  $RT = \sqrt{450} \approx 21,2$ .

Ainsi,  $RT \approx 21,2$  cm.

### 8 [Ch.2 - Mod.4 - Rais.3] ●●●●

Soit FACE un rectangle de longueur 24 cm et de largeur 7 cm. Quelle est la longueur de ses diagonales ?

FACE est un rectangle donc il possède 4 angles droits et ses diagonales sont de la même longueur.

On en déduit que FAC est un triangle rectangle en A et donc, d'après le théorème de Pythagore, que  $FC^2 = FA^2 + AC^2 = 24^2 + 7^2$ .

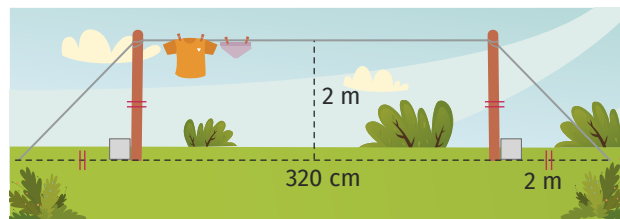
D'où  $FC^2 = 625$  et donc que  $FC = 25$  cm.

La longueur des diagonales du rectangle est donc de 25 cm.

### 9 [Ch.2 - Rais.3 - Mod.1] ●●●●

Le schéma suivant représente un fil à linge, tenu par des piquets de 2 mètres.

Quelle est la longueur totale, arrondie au centimètre près, de fil à linge nécessaire ?



On calcule la longueur de la ficelle qui part du sol et qui arrive en haut d'un des deux piquets avec le théorème de Pythagore.

Dans ce triangle rectangle, on a  $2^2 + 2^2 = 8$  donc cette partie de la ficelle mesure  $\sqrt{8}$  m.

Ainsi, la longueur totale de fil à linge nécessaire est égale à  $\sqrt{8} + 3,2 + \sqrt{8} \approx 8,86$  m.

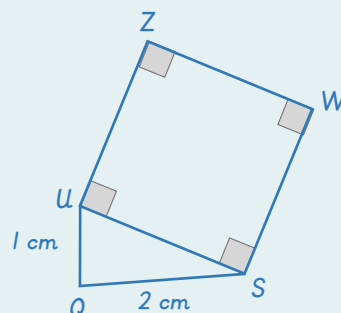
## LE COIN DES EXPERTS

### 10 Construire un carré dont l'aire vaut $5 \text{ cm}^2$ .

Il faut construire un carré de côté  $\sqrt{5}$  cm.

Ce côté est l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés 1 cm et 2 cm car  $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$ .

On construit donc le carré comme ci-dessous.





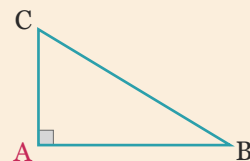
# Entraînement

## Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit dans un triangle rectangle

### Théorème de Pythagore :

Dans un triangle ABC rectangle en A, on a  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

On peut réécrire cette égalité en  $AB^2 = BC^2 - AC^2$  pour déterminer la longueur AB ou en  $AC^2 = BC^2 - AB^2$  pour déterminer la longueur AC.



> Retrouvez un cours complet sur [LLS.fr/M4P234](https://LLS.fr/M4P234)



Les méthodes en vidéo sur [LLS.fr/M4EXVideo32](https://LLS.fr/M4EXVideo32)

11 [Cal.3 - Mod.2] ●●●●

Relier entre elles les égalités qui se déduisent l'une de l'autre.

$$12^2 = AB^2 + 5^2$$

$$AB^2 = 15$$

$$AB^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AB = 3$$

$$37^2 = 12^2 + AB^2$$

$$AB^2 = 12^2 - 5^2$$

$$8^2 = 7^2 + AB^2$$

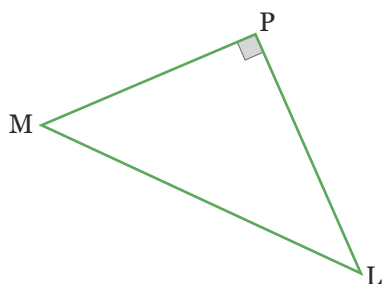
$$AB^2 = 1225$$

$$25 = AB^2 + 16$$

$$AB^2 = 25$$

12 [Mod.4 - Cal.4] ●●●●

Dans le triangle MPL rectangle en P ci-dessous, on a  $ML = 73$  cm et  $MP = 55$  cm.



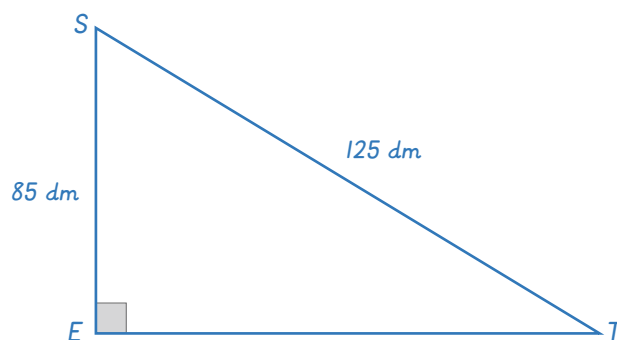
Calculer PL.

Dans le triangle MPL rectangle en P, d'après le théorème de Pythagore, on a  $ML^2 = MP^2 + PL^2$  soit  $73^2 = 55^2 + PL^2$  donc  $5\,329 = 3\,025 + PL^2$  et donc  $PL^2 = 5\,329 - 3\,025 = 2\,304$  d'où  $PL = \sqrt{2\,304} = 48$  cm.

13 [Mod.4 - Cal.4] ●●●●

On considère un triangle STE rectangle en E pour lequel  $ST = 125$  dm et  $SE = 85$  dm.

Faire un schéma à main levée puis déterminer une valeur arrondie au centimètre près de TE.



Dans le triangle STE rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore,  $ST^2 = SE^2 + TE^2$  donc  $125^2 = 85^2 + TE^2$  d'où  $15\,625 = 7\,225 + TE^2$  et donc  $TE^2 = 15\,625 - 7\,225$  soit  $TE^2 = 8\,400$ .

Ainsi,  $TE = \sqrt{8\,400} \approx 91,7$  dm.

14 [Mod.4 - Cal.4] ●●●●

On considère un rectangle de largeur 65 mm dont une diagonale mesure 97 mm.

Quelle est, en centimètre, la longueur du rectangle ?

On applique le théorème de Pythagore au triangle FAC rectangle en A avec  $FC = 97$  mm et  $FA = 65$  mm.

On a donc  $FC^2 = FA^2 + AC^2$  d'où  $97^2 = 65^2 + AC^2$  donc  $AC^2 = 97^2 - 65^2$  d'où  $AC^2 = 5\,184$ .

Et on a donc  $AC = \sqrt{5\,184} = 72$  mm.

La longueur de du rectangle mesure donc 72 mm soit 7,2 cm.



1.  $5^2 - 4^2 = 9$

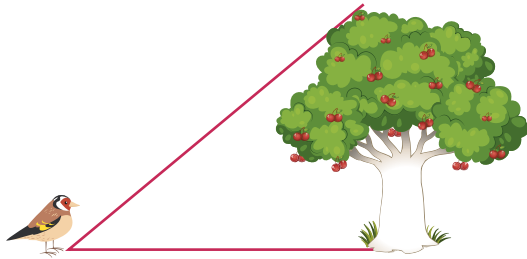
2.  $9^2 - 2^2 = 77$

3.  $11^2 - 10^2 = 21$

4.  $7^2 - 5^2 = 24$

15 [Ch.1 - Mod.1 - Mod.4 - Cal.4] ●●●●

Un oiseau posé au sol veut aller manger une cerise en haut d'un arbre. Pour ce faire, il doit voler sur 22 mètres en ligne droite. L'arbre mesure 4 mètres de haut. À quelle distance du pied de l'arbre, arrondie au centimètre près, l'oiseau se situe-t-il ?



Dans le triangle  $ABC$  rectangle en  $B$ , d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$22^2 = AB^2 + 4^2$$

$$484 = AB^2 + 16$$

$$AB^2 = 484 - 16$$

$$AB^2 = 468$$

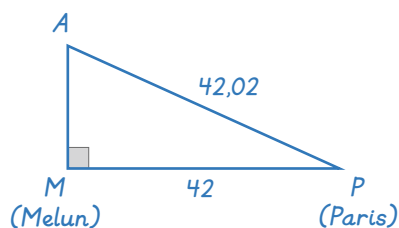
$$AB = \sqrt{468}$$

$$AB \approx 21,63 \text{ m}$$

Donc l'oiseau est situé à environ 21,63 m de l'arbre.

16 [Ch.1 - Mod.1 - Mod.4 - Cal.4] ●●●●

Un avion décolle de Paris et se retrouve, après un trajet en ligne droite de 42,02 km, au-dessus de Melun, ville située à 42 km de la capitale. Faire une figure à main levée puis déterminer quelle est alors, au mètre près, l'altitude de l'avion.



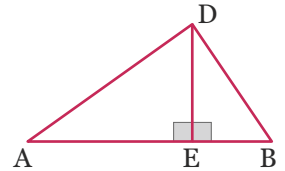
Le triangle  $APM$  est rectangle en  $M$ , d'après le théorème de Pythagore on a  $AP^2 = AM^2 + MP^2$  donc  $42,02^2 = AM^2 + 42^2$  d'où  $1765,6804 = AM^2 + 1764$  et donc  $AM^2 = 1765,6804 - 1764$  d'où  $AM^2 = 1,6804$ .

On a donc  $AM = \sqrt{1,6804} \approx 1,296 \text{ km}$ .

L'avion se situe donc à 1 296 mètres du sol.

17 [Ch.2 - Mod.4 - Rais.3] ●●●●

Sur la figure ci-contre,  $AD = 65 \text{ m}$ ,  $AE = 63 \text{ m}$  et  $DB = 20 \text{ m}$ .



1. Calculer DE.

Dans le triangle  $ADE$  rectangle en  $E$ , d'après le théorème de Pythagore, on a  $AD^2 = AE^2 + DE^2$  donc  $65^2 = 63^2 + DE^2$  d'où  $DE^2 = 65^2 - 63^2$  et ainsi  $DE^2 = 256$ .

On en déduit que  $DE = \sqrt{256} = 16 \text{ m}$ .

2. Calculer EB.

Dans le triangle  $BDE$  rectangle en  $E$ , d'après le théorème de Pythagore, on a  $DB^2 = DE^2 + EB^2$  d'où  $20^2 = 16^2 + EB^2$  donc  $400 = 256 + EB^2$  et donc  $EB^2 = 400 - 256 = 144$ .

On en déduit que  $EB = \sqrt{144} = 12 \text{ m}$ .

3. En déduire AB.

$AB = AE + EB = 63 + 12 = 75 \text{ m}$ .

### LE COIN DES EXPERTS

18 On considère un losange de côté 13 cm et dont la petite diagonale mesure 10 cm. Déterminer la longueur de la grande diagonale.

Dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

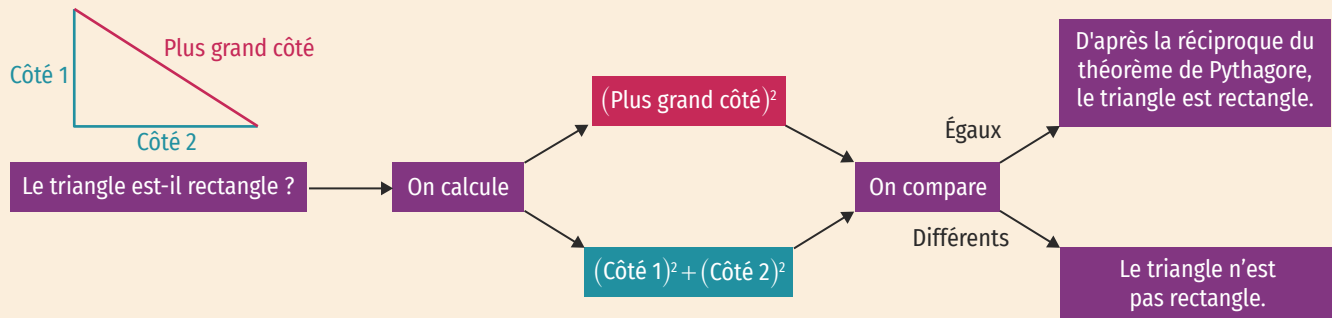
On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle correspondant au quart du losange, d'hypoténuse de longueur 13 cm et dont un des côtés de l'angle droit mesure  $10 \div 2 = 5 \text{ cm}$ , et on obtient alors un troisième côté de carré  $13^2 - 5^2 = 144$  et mesurant donc  $\sqrt{144} = 12 \text{ cm}$ .

La grande diagonale mesure donc au final  $12 \times 2 = 24 \text{ cm}$ .



# Entraînement

## Montrer qu'un triangle est rectangle ou non



➤ Retrouvez un cours complet sur [LLS.fr/M4P234](https://LLS.fr/M4P234).

▶ Les méthodes en vidéo sur [LLS.fr/M4EXVideo33](https://LLS.fr/M4EXVideo33).

**19** [Cal.2 - Cal.5] ●●●●●

Relier les expressions égales entre elles.

|                                                           |  |                |
|-----------------------------------------------------------|--|----------------|
| $6^2 + 7^2$                                               |  | $5^2$          |
| $65^2 + 72^2$                                             |  | $\frac{17}{9}$ |
| $\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$ |  | 85             |
| $3^2 + 4^2$                                               |  | $\frac{4}{9}$  |
| $\left(\frac{2}{3}\right)^2$                              |  | $97^2$         |

**20** [Mod.4 - Cal.4] ●●●●●

Dans chaque cas, indiquer si le triangle RST est rectangle. Si oui, préciser en quel sommet.

1. RS = 7,5 cm, RT = 4,5 cm et ST = 6 cm.

Dans le triangle RST, le plus grand côté est [RS].

On a d'une part,  $RS^2 = 7,5^2 = 56,25$ .

Et d'autre part,

$$ST^2 + RT^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

On a donc  $RS^2 = ST^2 + RT^2$  donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en T.

2. RS = 53 m, RT = 42 m et ST = 67 m.

Dans le triangle RST, le plus grand côté est [ST].

$$ST^2 = 67^2 = 4\,489.$$

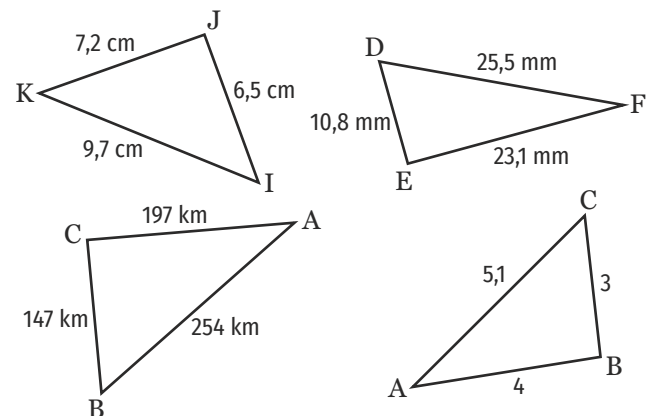
On a d'autre part,

$$RS^2 + RT^2 = 53^2 + 42^2 = 2\,809 + 1\,764 = 4\,573.$$

On a donc  $ST^2 \neq RS^2 + RT^2$  donc le triangle RST n'est pas rectangle.

**21** [Mod.4 - Cal.5] ●●●●●

Entourer les triangles rectangles parmi ceux proposés. Noter alors l'angle droit en rouge.



- Triangle KIJ : Dans le triangle KIJ, [IK] est le plus grand côté.  
On a d'une part,  $IK^2 = 9,7^2 = 94,09$  et, d'autre part,  $IJ^2 + JK^2 = 6,5^2 + 7,2^2 = 42,25 + 51,84 = 94,09$ .  
Donc  $IJ^2 + JK^2 = IK^2$  et donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle KIJ est rectangle en J.
- Triangle DEF : Dans le triangle DEF, [DF] est le plus grand côté. On a d'une part,  $DF^2 = 25,5^2 = 650,25$  et, d'autre part,  $EF^2 + ED^2 = 10,8^2 + 23,1^2 = 116,64 + 533,61 = 650,25$ .  
Donc  $EF^2 + ED^2 = DF^2$  et donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en E.
- Premier triangle ABC : Dans le triangle ABC, [AB] est le plus grand côté. On a d'une part,  $AB^2 = 254^2 = 64\,516$  et, d'autre part,  $AC^2 + BC^2 = 197^2 + 147^2 = 38\,809 + 21\,609 = 60\,418$ .  
Donc  $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$  et le triangle ABC n'est donc pas rectangle.



1.  $13^2 = 169$

2.  $5^2 + 12^2 = 169$

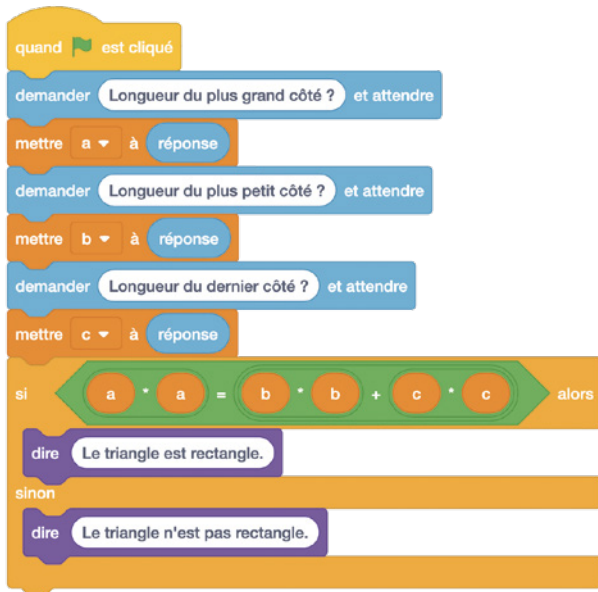
3.  $81 + 16 = 97$

4.  $6^2 + 6^2 = 72$

• Deuxième triangle ABC : Dans le triangle ABC, [AC] est le plus grand côté. On a d'une part,  $AC^2 = 5,1^2 = 26,01$  et, d'autre part,  $AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ . Donc  $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$  et le triangle ABC n'est donc pas rectangle.

**22** [Ch.2 - Mod.4 - Mod.10] ●●●●

On donne ci-dessous un programme Scratch.



1. Que permet de faire ce programme ?

Le programme permet de déterminer si un triangle est rectangle ou non.

2. En justifiant par un calcul, que donne le programme lorsque l'on rentre les données suivantes ?

a. 209 / 41 / 120

Le programme répond « Le triangle n'est pas rectangle. » car  $209^2 = 43\,681$ ,  $41^2 + 120^2 = 16\,81 + 14\,400 = 16\,081$  et  $43\,681 \neq 16\,081$ .

b. 14,7 / 6,3 / 8,5

Le programme répond « Le triangle n'est pas rectangle. » car  $14,7^2 = 216,09$ ,  $6,3^2 + 8,5^2 = 39,69 + 72,25 = 111,94$  et  $216,09 \neq 111,94$ .

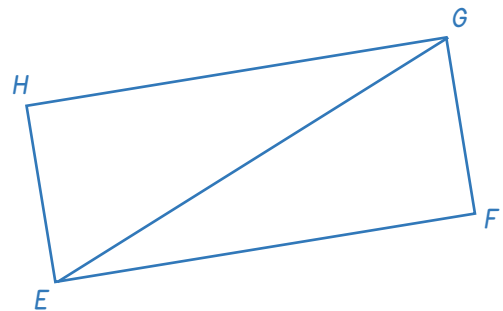
3. Un utilisateur entre les données 3 / 4 / 5 qui correspondent aux longueurs d'un triangle rectangle. Le programme affiche toutefois « Le triangle n'est pas rectangle ». Pourquoi ?

On doit entrer dans le programme les longueurs dans cet ordre : plus grand côté / plus petit côté / dernier côté. 3 n'étant pas le plus grand côté du triplet 3, 4, 5, l'utilisateur n'a donc pas respecté les consignes du programme, d'où l'erreur.

**23** [Rep.6 - Mod.4] ●●●●

1. Construire un parallélogramme EFGH tel que  $EF = 7,2$  cm,  $FG = 3$  cm et  $EG = 7,8$  cm.

On commence par construire le triangle EFG à l'aide des données de l'énoncé, puis on place le point H à l'intersection de la droite parallèle à (EF) passant par G et de la droite parallèle à (GF) passant par E.



2. a. Prouver que ce parallélogramme a un angle droit.

Dans le triangle EGF, [EG] est le plus grand côté.

On a d'une part,  $EG^2 = 7,8^2 = 60,84$ . Et, d'autre part,  $GF^2 + EF^2 = 3^2 + 7,2^2 = 9 + 51,84 = 60,84$ .

Donc  $EG^2 = GF^2 + EF^2$  et donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EGF est rectangle en F.

b. Que peut-on en déduire pour EFGH ?

Un parallélogramme qui possède un angle droit est un rectangle donc EFGH est un rectangle.

## LE COIN DES EXPERTS

**24** Stéphanie et Béatrice construisent une colonne de galets haute de 1,5 m. Pour savoir si la colonne est bien verticale, Stéphanie propose de tendre une ficelle entre le sommet de la colonne et un point situé à 80 cm de la colonne. La ficelle mesure exactement 1,7 m. Béatrice affirme que la colonne est parfaitement verticale. A-t-elle raison ?

La question revient à déterminer si le triangle de côtés de longueurs 1,7 m, 1,5 m et 0,8 m est rectangle.

Dans ce triangle, le côté le plus grand mesure 1,7 m. On a d'une part,  $1,7^2 = 2,89$  et, d'autre part,  $1,5^2 + 0,8^2 = 2,89$ .

Il y a égalité donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle.

Béatrice a donc raison et la colonne de galet est bien verticale.



# Entraînement

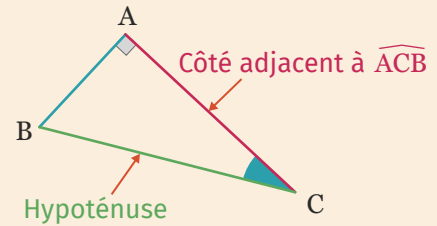
## Déterminer la mesure d'un angle avec le cosinus en trigonométrie

### Définition :

Dans un triangle rectangle, on définit le **cosinus** d'un angle aigu comme le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

Avec les notations du triangle ABC rectangle en A ci-contre, on a

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ACB}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}.$$



**Remarque :** Si on connaît le cosinus d'un angle aigu, on utilise la calculatrice en mode degré qui, à l'aide de la touche **Arccos**, notée aussi **cos<sup>-1</sup>** ou encore **ACS**, permet de déterminer la mesure de l'angle.

➤ Retrouvez un cours complet sur [LLS.fr/M4P236](https://LLS.fr/M4P236).



Les méthodes en vidéo sur [LLS.fr/M4EXVideo34](https://LLS.fr/M4EXVideo34).

### 25 [Com.1]

Cocher la bonne réponse.

1. Quelle est l'hypoténuse du triangle EGF ?

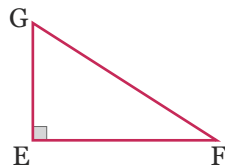
☐ [EF] ☐ [EG] ☒ [GF]

2. Quel est le côté adjacent à l'angle  $\widehat{EFG}$  ?

☒ [EF] ☐ [EG] ☐ [GF]

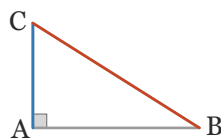
3. Quel est le côté adjacent à l'angle  $\widehat{EGF}$  ?

☐ [EF] ☒ [EG] ☐ [GF]

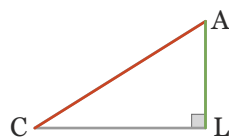


### 26 [Com.1 - Ch.1]

1. Repasser en rouge l'hypoténuse du triangle rectangle ABC et en bleu le côté adjacent à l'angle  $\widehat{ACB}$ .



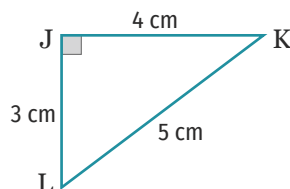
2. Repasser en rouge l'hypoténuse du triangle ACL et en vert le côté adjacent à l'angle  $\widehat{LAC}$ .



### 27 COPIE D'ÉLÈVE [Ch.1 - Cal.3 - Rais.5]

Le professeur de Waïl donne l'exercice suivant.

On considère le triangle JKL rectangle en J dont les mesures sont données sur la figure ci-contre. Calculer  $\cos(\widehat{JLK})$  et  $\cos(\widehat{JKL})$ .



Voici la réponse de Waïl.

$$\text{On a } \cos(\widehat{JLK}) = \frac{3}{4} \text{ et } \cos(\widehat{JKL}) = \frac{5}{4}.$$

Proposer une correction de la réponse de Waïl.

$$\text{On a } \cos(\widehat{JLK}) = \frac{3}{5} \text{ et } \cos(\widehat{JKL}) = \frac{4}{5}.$$

### 28 [Cal.5]

À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur de  $x$  au degré près.

1. Si  $\cos(x) = 0,5$  alors  $x = 60^\circ$ .

2. Si  $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  alors  $x = 30^\circ$ .

3. Si  $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  alors  $x = 45^\circ$ .

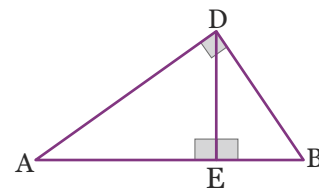
4. Si  $\cos(x) = 0,43$  alors  $x \approx 65^\circ$ .

5. Si  $\cos(x) = 0,2$  alors  $x \approx 78^\circ$ .

6. Si  $\cos(x) = 1,2$  alors *c'est impossible car un cosinus est par définition toujours inférieur ou égal à 1.*

### 29 [Ch.1 - Mod.4]

À partir de la figure suivante, relier les expressions égales entre elles.



|                       |                 |
|-----------------------|-----------------|
| $\cos(\widehat{DAB})$ | $\frac{ED}{AB}$ |
| $\cos(\widehat{DBA})$ | $\frac{EB}{BD}$ |
| $\cos(\widehat{ADE})$ | $\frac{ED}{AD}$ |
| $\cos(\widehat{EDB})$ | $\frac{ED}{BD}$ |
|                       | $\frac{DA}{AB}$ |
|                       | $\frac{EA}{AD}$ |



## Calcul mental

1.  $180 - 40 - 72 = 68$

2.  $90 - 54,7 = 35,3$

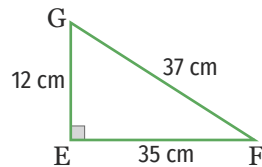
3.  $80 \div 100 = 0,8$

4.  $12 \div 24 = 0,5$

### 30 [Ch.2 - Cal.5]

Soit GEF un triangle rectangle en E.

Compléter le raisonnement ci-dessous afin de déterminer un arrondi au degré près de l'angle  $\widehat{EGF}$ .



Dans le triangle BAG rectangle en E,

$$\cos(\widehat{EGF}) = \frac{EG}{GF} = \frac{12}{37}.$$

D'où  $\widehat{EGF} \approx 71^\circ$ .

### 31 [Ch.2 - Cal.5]

Dans le triangle BAG rectangle en A, on a  $BG = 8,9$  cm,  $BA = 8$  cm et  $AG = 3,9$  cm.

1. Déterminer une mesure arrondie au centième de degré près de l'angle  $\widehat{AGB}$ .



Dans le triangle BAG rectangle en A,

$$\cos(\widehat{AGB}) = \frac{AG}{BG} = \frac{3,9}{8,9} \text{ d'où } \widehat{AGB} \approx 64,01^\circ.$$

2. En déduire une mesure arrondie au centième de degré près de l'angle  $\widehat{ABG}$ .

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$ .

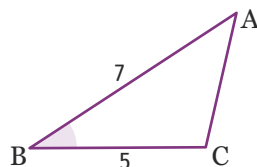
$$\text{Donc } \widehat{ABG} \approx 180 - 90 - 64,01 \approx 25,99^\circ$$

### 32 COPIE D'ÉLÈVE [Rais.5]

Le professeur d'Anaïs donne le problème suivant.

Déterminer la mesure, au degré près, de l'angle  $\widehat{ABC}$  du triangle ci-contre.

Voici la réponse d'Anaïs.



$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{BC}{BA} = \frac{5}{7} \text{ donc } \widehat{ABC} \approx 44^\circ.$$

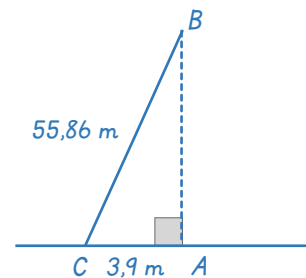
Quelle est son erreur ?

Le triangle n'est pas rectangle, Anaïs ne peut donc pas utiliser la trigonométrie.

### 33 [Ch.1 - Ch.2 - Rais.3]

La tour de Pise est haute de 55,86 mètres et son sommet s'écarte de la verticale de 3,9 mètres. Faire un schéma et trouver au dixième de degré près l'inclinaison de la tour de Pise par rapport à la verticale.

On représente la tour de Pise par le segment [BC] sur le schéma ci-dessous.



Dans le triangle ABC rectangle en A,

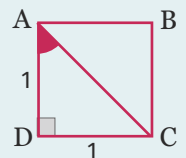
$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{BC} = \frac{3,9}{55,86}, \text{ d'où } \widehat{ACB} \approx 86^\circ.$$

Or, dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$ , on a donc  $\widehat{CBA} \approx 180 - 90 - 86 = 4^\circ$ .

Donc l'angle d'inclinaison de la tour de Pise par rapport à la verticale est d'environ  $4^\circ$ .

## LE COIN DES EXPERTS

34 À l'aide d'un carré de côté 1, déterminer la valeur exacte de  $\cos(45^\circ)$ .



L'angle  $\widehat{DAC}$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{DAB} = 90^\circ$  car ABCD est un carré, on en déduit que  $\widehat{DAC} = 90 \div 2 = 45^\circ$ .

Dans le triangle ADC rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore,  $AC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$  donc  $AC = \sqrt{2}$ .

Dans le triangle ADC rectangle en D et on a donc  $\cos(\widehat{DAC}) = \frac{DA}{AC}$  d'où  $\cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .



# Entraînement

## Déterminer une longueur avec le cosinus en trigonométrie

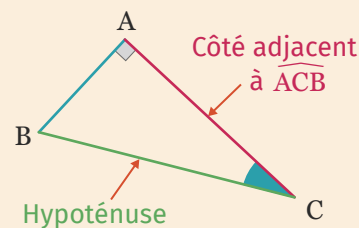
### Propriété :

Dans un triangle rectangle,

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} \text{ et donc}$$

$$\text{longueur du côté adjacent à l'angle} = \cos(\text{angle}) \times \text{longueur de l'hypoténuse.}$$

Avec les notations du triangle ci-contre, on a donc  $AC = \cos(\widehat{ACB}) \times BC$ .



➤ Retrouvez un cours complet sur [LLS.fr/M4P236](https://LLS.fr/M4P236).



Les méthodes en vidéo sur [LLS.fr/M4EXVideo35](https://LLS.fr/M4EXVideo35).

**35** [Cal.5] ●●●

À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième du cosinus des angles suivants.

| Angle   | 30° | 45° | 12° | 60° | 87° |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Cosinus | 0,9 | 0,7 | 1   | 0,5 | 0,1 |

**36** [Mod.3 - Cal.5] ●●●

Pour chacune des égalités suivantes, donner le calcul permettant de calculer  $x$  puis la valeur exacte de  $x$ .

$$5 = \frac{x}{7}$$

$$x = 7 \times 5$$

$$x = 35$$

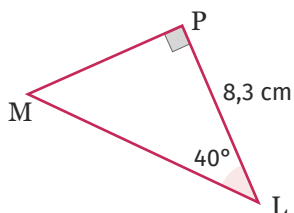
$$0,8 = \frac{12}{x}$$

$$x = \frac{12}{0,8}$$

$$x = 15$$

**37** [Mod.4 - Rais.3 - Cal.5] ●●●

Dans le triangle MPL rectangle en P ci-dessous, calculer ML au millimètre près.



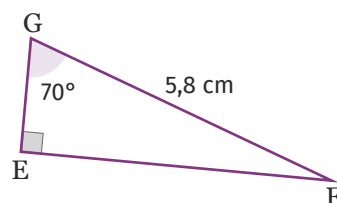
Dans le triangle MPL rectangle en P,

$$\cos(\widehat{MLP}) = \frac{PL}{ML} \text{ donc } \cos(40) = \frac{8,3}{ML}$$

$$\text{et donc } ML = \frac{8,3}{\cos(40)} ML \approx 10,8 \text{ cm.}$$

**38** [Mod.4 - Rais.3 - Cal.5] ●●●

Dans le triangle ci-dessous, calculer la longueur GE arrondie au millimètre près.



Dans le triangle GEF rectangle en E,

$$\cos(\widehat{EGF}) = \frac{EG}{GF} \text{ donc } \cos(70) = \frac{EG}{5,8}$$

$$\text{et donc } EG = 5,8 \times \cos(70) \approx 2,0 \text{ cm.}$$

**39 INVERSÉ** [Ch.1 - Ch.3] ●●●

Écrire un énoncé dont la solution serait la suivante.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{BC} \text{ donc } \cos(53) = \frac{7}{BC}.$$

$$\text{Ainsi, } BC = \frac{7}{\cos(53)} \text{ d'où } BC \approx 12 \text{ cm.}$$

« Soit ABC un triangle rectangle en A tel que

$AC = 7 \text{ cm}$  et  $\widehat{ACB} = 53^\circ$ .

Calculer la longueur BC arrondie au cm. »



1.  $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

2.  $\frac{21}{6} = \frac{7}{2}$

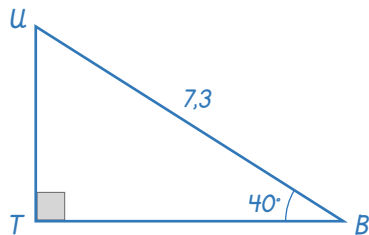
3.  $0,5 = \frac{5}{10}$

4.  $0,7 = \frac{35}{50}$

**40** [Ch.2 - Mod.4 - Cal.5] ●●●

Dans un triangle UBT rectangle en T, on a  $\widehat{TBU} = 40^\circ$  et  $BU = 7,3$  cm. On veut calculer un arrondi au mm près de la longueur TU.

1. Faire une figure à main levée.



2. Exprimer  $\cos(\widehat{TBU})$  en fonction des longueurs du triangle :  $\cos(\widehat{TBU}) = \frac{BT}{BU}$ .

3. Expliquer pourquoi la relation précédente ne permet pas de déterminer la longueur TU.

L'égalité précédente ne permet pas de trouver TU car la longueur TU n'apparaît pas dans cette relation.

4. Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{TUB}$ .

Dans un triangle la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$  donc  $\widehat{TUB} = 180 - 90 - 40 = 50^\circ$ .

5. En déduire TU et conclure.

Dans le triangle TUB rectangle en T,  $\cos(\widehat{TUB}) = \frac{UT}{BU}$   
donc  $\cos(50) = \frac{UT}{7,3}$  d'où  $TU = 7,3 \times \cos(50) \approx 4,70$  cm.

6. Calculer TB et retrouver l'égalité de Pythagore  $BU^2 = TB^2 + TU^2$ .

Dans le triangle TUB rectangle en T,

$$\cos(\widehat{TBU}) = \frac{TB}{BU} = \frac{TB}{7,3} \text{ d'où}$$

$$TB = 7,3 \times \cos(40) \approx 5,60 \text{ cm.}$$

On a d'un côté  $BU^2 = 7,3^2 = 53,29$ , et de l'autre côté

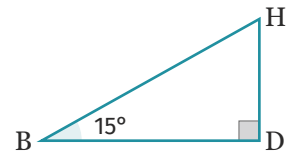
$$TB^2 + TU^2 = (7,3 \times \cos(50))^2 + (7,3 \times \cos(40))^2 = 53,29 \text{ cm.}$$

On retrouve bien l'égalité de Pythagore.

**41** [Mod.1 - Mod.4 - Ch.2 - Cal.4] ●●●

Arrivé au sommet d'une côte rectiligne, un randonneur a noté qu'il avait parcouru 180 m pour la monter. Le panneau de signalisation situé en bas de la côte indique une pente de  $15^\circ$ .

On modélise cette situation par le triangle BHD, le point B désignant le point de départ du randonneur, H son point d'arrivée et D le point défini par la figure ci-contre.



Calculer, au mètre près, le dénivelé HD.

Dans un triangle, la somme des mesures des angles fait  $180^\circ$ , on a donc  $\widehat{BHD} = 180 - 90 - 15 = 75^\circ$ .

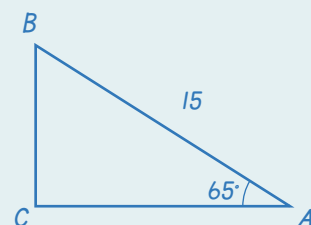
Dans le triangle BDH rectangle en D, on a alors

$$\cos(\widehat{BHD}) = \frac{HD}{BH} = \frac{HD}{180} \text{ donc } HD = \cos(75) \times 180 \approx 47 \text{ m.}$$

**LE COIN DES EXPERTS**

**42** Mathilde est sur la plage avec son cerf-volant. Elle a déroulé la totalité de sa corde de 15 mètres et se trouve à 6 mètres de l'eau. Son frère Lucas a mesuré l'angle formé entre l'horizontale et la corde tendue et a obtenu  $65^\circ$ . Il affirme que si le cerf-volant tombe à la verticale, Mathilde sera obligée de se mouiller les pieds pour aller le chercher. A-t-il raison ?

On schématise la situation par le triangle ABC rectangle en C ci-dessous, A représentant Mathilde et B le cerf-volant.



Dans le triangle ABC rectangle en C,  $\cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{AB}$   
d'où  $\cos(65) = \frac{AC}{15}$  et donc  $AC = 15 \times \cos(65) \approx 6,3$  m.

On a  $AC > 6$  m donc Lucas a raison : Mathilde devra se mouiller les pieds car le cerf-volant va tomber dans l'eau.

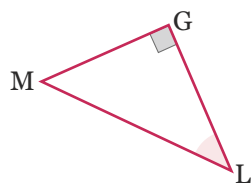


# Bilan

**43 QCM** [Cal.5 - Mod.4 - Mod.3] ●●●●●

Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

1. Dans le triangle GML rectangle en G.



a. L'hypoténuse est :

- ☐ [MG]      ☐ [LG]      ☒ [ML]

b. Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{MLG}$  est :

- ☐ [MG]      ☒ [LG]      ☐ [ML]

c.  $\cos(\widehat{GLM})$  est égal à :

- ☐  $\frac{GM}{ML}$       ☒  $\frac{GL}{ML}$       ☐  $\frac{LM}{MG}$

2. Si  $\cos(\widehat{GLM}) = 0,7$  alors l'arrondi au degré près de l'angle  $\widehat{GLM}$  est égal à :

- ☐  $45^\circ$       ☒  $46^\circ$       ☐  $1^\circ$       ☐  $45,6^\circ$

3. Si  $\cos(54) = \frac{AB}{8}$ , alors :

- ☐  $AB = \frac{8}{\cos(54)}$       ☒  $AB = 8 \times \cos(54)$

- ☐  $AB = \frac{\cos(54)}{8}$

**44** [Ch.2 - Mod.4 - Cal.4] ●●●●●

**D'après Brevet, Amérique du Nord, 2009**

Soit MOI un triangle tel que  $MO = 15$  cm,  $OI = 25$  cm et  $IM = 20$  cm.

1. Ce triangle est-il rectangle ? Justifier.

Dans le triangle MOI, le plus grand côté est [OI].

On a d'une part,  $OI^2 = 25^2 = 625$  et, d'autre part,

$$OM^2 + IM^2 = 15^2 + 20^2 = 625.$$

Ainsi,  $OI^2 = OM^2 + MO^2$  et donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MOI est rectangle en M.

2. Calculer la mesure arrondie au degré près de chacun des angles de ce triangle.

Le triangle MOI étant rectangle en M, on a directement que  $\widehat{IMO} = 90^\circ$ .

Dans le triangle MOI rectangle en M,

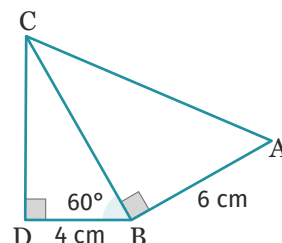
$$\cos(\widehat{MIO}) = \frac{MI}{IO} = \frac{20}{25}. \text{ D'où } \widehat{MIO} \approx 37^\circ.$$

Enfin, dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$  donc  $\widehat{MOI} \approx 180 - 90 - 37 \approx 53^\circ$ .

**45** [Ch.2 - Mod.4 - Cal.4] ●●●●●

**D'après Brevet, Amérique du Nord, juin 2009**

Dans la figure ci-dessous, on donne  $BD = 4$  cm,  $BA = 6$  cm et  $\widehat{DBC} = 60^\circ$ .



1. Montrer que  $BC = 8$  cm.

Dans le triangle DBC rectangle en D,  $\cos(\widehat{DBC}) = \frac{DB}{BC}$   
d'où  $\cos(60) = \frac{4}{BC}$  donc  $BC = \frac{4}{\cos(60)} = 8$  cm.

2. Calculer CD en centimètre. Donner la valeur arrondie au dixième.

Dans le triangle DBC rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore,  $BC^2 = BD^2 + DC^2$  soit  $8^2 = 4^2 + DC^2$  d'où  $64 = 16 + DC^2$  et donc  $DC^2 = 64 - 16 = 48$ .

On en déduit que  $DC = \sqrt{48} \approx 6,9$  cm.

3. Calculer AC.

Dans le triangle ABC rectangle en B,

d'après le théorème de Pythagore,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \text{ donc}$$

$$AC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

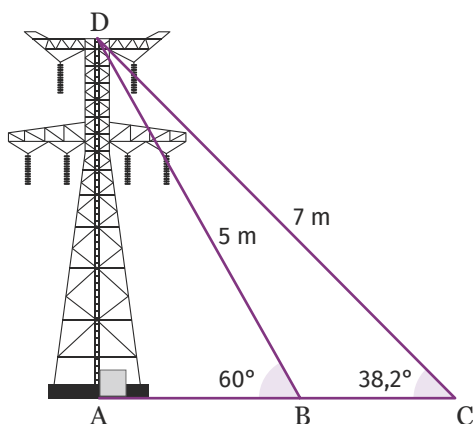
4. En déduire la valeur arrondie au degré près de  $\widehat{BAC}$ .

Dans le triangle ABC rectangle en B,

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{BA}{CA} = \frac{6}{10}. \text{ D'où } \widehat{BAC} \approx 53^\circ.$$

**46** [Ch.2 - Mod.1 - Mod.4] ●●●●

Un pylône vertical est maintenu au sol par deux câbles comme le montre le dessin ci-dessous.



Quelle est la distance, arrondie au dm, entre les deux points d'attache au sol ?

Dans le triangle ABD rectangle en D,

$$\cos(60) = \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{5} \text{ d'où}$$

$$AB = 5 \times \cos(60) = 2,5 \text{ m.}$$

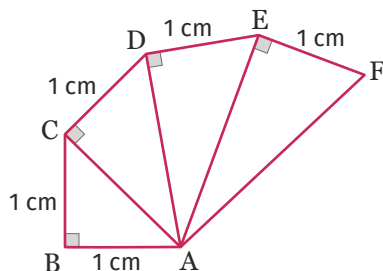
Dans le triangle ACD rectangle en D,

$$\cos(38,2) = \frac{AC}{CD} = \frac{AC}{7} \text{ d'où } AC = 7 \times \cos(38,2) \approx 5,5 \text{ m.}$$

$$\text{Ainsi } BC = AC - AB \approx 5,5 - 2,5 \approx 3 \text{ m.}$$

**47** [Rep.5 - Cal.4 - Mod.4] ●●●●

Déterminer le périmètre du polygone ABCDEF ci-contre.



Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore,  $BC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ .

Donc, dans le triangle ACD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore,  $AD^2 = 2 + 1^2 = 3$ .

On en déduit que, dans le triangle ADE rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore,  $AE^2 = 3 + 1^2 = 4$ .

Et enfin, dans le triangle AEF rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore,  $AF^2 = 4 + 1^2 = 5$  d'où

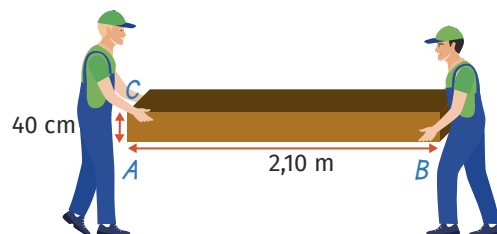
$$AF = \sqrt{5} \text{ cm.}$$

Le périmètre de ABCDEF est donc égal à

$$5 + AF = 5 + \sqrt{5} \text{ cm.}$$

**48** [Mod.1 - Mod.5 - Rep.7 - Mod.4] ●●●●

Lors d'un déménagement, Vincent et Mohamed transportent horizontalement une bibliothèque dont on donne les dimensions ci-dessous.



Ils souhaitent installer cette bibliothèque dans un appartement où la hauteur sous plafond vaut 2,15 m. Pourront-ils basculer ce meuble verticalement une fois à l'intérieur ?

On cherche la longueur de la diagonale du côté de l'armoire.

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore,  $BC^2 = AC^2 + AB^2$  d'où

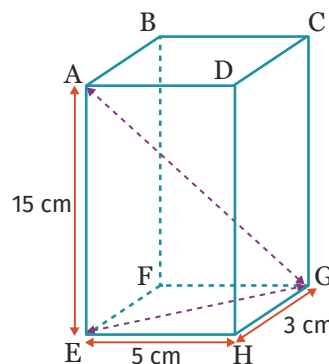
$$BC^2 = 2,1^2 + 0,4^2 = 4,57 \text{ et donc } BC = \sqrt{4,57} \approx 2,14 \text{ m.}$$

Comme  $2,14 < 2,15$ , l'armoire va pouvoir basculer verticalement une fois à l'intérieur.

**49** [Rep.7 - Mod.4] ●●●●

Soit ABCDEFGH un pavé droit de longueur 5 cm, de largeur 3 cm et de hauteur 15 cm.

Calculer la longueur AG. On donnera la valeur exacte puis arrondie au millimètre près.



Dans le triangle EGH rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a  $EG^2 = EH^2 + HG^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$ .

Dans le triangle EGA rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore, on a  $AG^2 = EG^2 + AE^2 = 34 + 15^2 = 34 + 225 = 259$  d'où  $AG = \sqrt{259} \approx 16,1 \text{ cm.}$