

Multiplication et division de nombres rationnels

3

Multiplier des fractions

Propriété :

Pour multiplier deux nombres rationnels, on multiplie les numérateurs et les dénominateurs de ces deux nombres entre eux $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Propriétés :

1. Calculer une fraction d'un nombre revient à multiplier ce nombre par la fraction.
2. Calculer une fraction d'une autre fraction revient à multiplier ces deux fractions entre elles.

➤ Retrouvez un cours complet sur LLS.fr/M4P60.



Les méthodes en vidéo sur LLS.fr/M4EXVideo6.

1 [Cal.1 - Cal.4]

Effectuer les calculs suivants.

$$\begin{aligned} 1. A &= \frac{5}{6} \times \frac{7}{9} \\ &= \frac{5 \times 7}{6 \times 9} \\ &= \frac{35}{54} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. B &= \frac{4}{11} \times \frac{-4}{5} \\ &= \frac{-4 \times 4}{11 \times 5} \\ &= \frac{-16}{55} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. C &= -5 \times \frac{7}{8} \\ &= \frac{-5 \times 7}{8} \\ &= \frac{-35}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. D &= \frac{-9}{2} \times \frac{-3}{10} \\ &= \frac{(-9) \times (-3)}{2 \times 10} \\ &= \frac{27}{20} \end{aligned}$$

2 [Cal.1 - Cal.4]

Calculer en simplifiant au maximum.

$$\begin{aligned} 1. E &= \frac{5}{12} \times \frac{6}{7} \\ &= \frac{5 \times \cancel{6}}{2 \times \cancel{6} \times 7} \\ &= \frac{5}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. F &= \frac{-7}{10} \times \frac{-5}{4} \\ &= \frac{7 \times \cancel{5}}{2 \times \cancel{5} \times 4} \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. G &= \frac{-9}{15} \times \frac{3}{-2} \\ &= \frac{9 \times \cancel{3}}{5 \times \cancel{3} \times 2} \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. H &= \frac{-3}{28} \times 7 \\ &= \frac{-3 \times 7}{4 \times 7} \\ &= \frac{-3}{4} \end{aligned}$$

3 [Cal.1 - Cal.4]

Compléter les égalités suivantes.

$$1. \frac{26}{77} \times \frac{55}{39} = \frac{\cancel{13} \times 2 \times \cancel{11} \times 5}{7 \times \cancel{11} \times \cancel{13} \times 3} = \frac{10}{21}$$

$$2. \frac{-20}{15} \times \frac{25}{28} = \frac{\cancel{4} \times (-5) \times \cancel{5} \times 5}{3 \times \cancel{5} \times 7 \times \cancel{4}} = \frac{-25}{21}$$

$$3. \frac{72}{28} \times \frac{35}{64} = \frac{9 \times \cancel{8} \times 5 \times 7}{7 \times 4 \times \cancel{8} \times 8} = \frac{45}{32}$$

4 [Cal.1 - Cal.4]

Calculer en simplifiant au maximum.

$$\begin{aligned} 1. I &= \frac{40}{12} \times \frac{18}{45} \\ &= \frac{\cancel{5} \times 2 \times 4 \times \cancel{6} \times \cancel{3}}{\cancel{6} \times 2 \times \cancel{5} \times \cancel{3} \times 3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. J &= \frac{-28}{15} \times \frac{25}{63} \\ &= -\frac{4 \times 7 \times \cancel{5} \times 5}{3 \times \cancel{5} \times 7 \times 9} \\ &= -\frac{20}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. K &= \frac{-81}{56} \times \frac{49}{-36} \\ &= \frac{\cancel{9} \times 9 \times 7 \times 7}{8 \times 7 \times \cancel{9} \times 4} \\ &= \frac{63}{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. L &= -24 \times \frac{-15}{18} \\ &= \frac{3 \times \cancel{2} \times 4 \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 2} \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. M &= \frac{36}{99} \times 22 \\ &= \frac{4 \times \cancel{9} \times 2 \times \cancel{11}}{\cancel{9} \times \cancel{11}} \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. N &= -\frac{52}{10} \times \frac{50}{-78} \\ &= \frac{26 \times 2 \times \cancel{5} \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times \cancel{26} \times 3} \\ &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$



1. $\frac{9}{8} \times (-7) = \frac{-63}{8}$

2. $20 \times \frac{36}{80} = 9$

3. $\frac{-4}{7} \times \frac{6}{11} = \frac{-24}{77}$

4. $\frac{-8}{9} \times \frac{-6}{7} = \frac{16}{21}$

5 [Mod.1 - Cal.4 - Com.1] ●●●●

Traduire les phrases suivantes par une expression mathématique, puis calculer la quantité décrite.

1. Les trois quarts de 36.

$$\frac{3}{4} \times 36 = \frac{3 \times 9 \times 4}{4} = 27$$

2. Le cinquième de 450 L.

$$\frac{1}{5} \times 450 = 450 \div 5 = 90 \text{ L}$$

3. Les sept sixièmes de neuf.

$$\frac{7}{6} \times 9 = \frac{7 \times 3 \times 3}{3 \times 2} = \frac{21}{2} = 10,5$$

4. Les onze douzièmes de l'opposé de 10.

$$\frac{11}{12} \times (-10) = -\frac{11 \times 2 \times 5}{2 \times 6} = -\frac{55}{6}$$

6 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●

Un club de tennis compte 645 adhérents dont les $\frac{3}{5}$ participent aux compétitions régulièrement. Calculer le nombre d'adhérents qui participent régulièrement aux compétitions.

Le nombre d'adhérents qui participent régulièrement aux compétitions est de

$$\frac{3}{5} \times 645 = 645 \div 5 \times 3 = 129 \times 3 = 387.$$

7 [Mod.1 - Cal.4] ●●●●

Dans une classe de troisième, les deux tiers des élèves font de l'allemand.

Parmi eux, les $\frac{3}{5}$ vont participer à un voyage à Berlin.

1. Calculer la proportion des élèves qui font allemand et qui vont aller à Berlin.

La proportion des élèves qui font allemand et qui vont

$$\text{aller à Berlin est } \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{5 \times 3} = \frac{2}{5}.$$

2. Sachant qu'il y a 30 élèves dans cette classe, calculer combien d'élèves germaniques vont aller à Berlin.

$$30 \times \frac{2}{5} = 30 \div 5 \times 2 = 6 \times 2 = 12 \text{ donc 12 élèves germaniques vont aller à Berlin.}$$

8 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●

Mitia a reçu une boîte de chocolats pour les fêtes de fin d'année. $\frac{3}{5}$ de ces chocolats sont au chocolat noir, et la moitié du reste sont au chocolat blanc.

1. Calculer la proportion de chocolats qui ne sont pas au chocolat noir.

La proportion de chocolats qui ne sont pas noirs est de

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}.$$

2. En déduire la proportion de chocolats blancs dans la boîte.

La proportion de chocolats blancs dans la boîte est donc

$$\text{de } \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{2 \times 5} = \frac{1}{5}.$$

3. Sachant que la boîte contient 50 chocolats, calculer le nombre de chocolats blancs.

Dans la boîte, il y a $\frac{1}{5} \times 50 = 50 \div 5 = 10$ chocolats blancs.

LE COIN DES EXPERTS

9 Lors d'un match de handball, Nikola Karabatic, joueur de l'équipe de France, a marqué les $\frac{2}{7}$ des buts de son équipe, dont les trois dixièmes en première mi-temps. Sachant qu'il a marqué 3 buts en première mi-temps, combien de buts les Français ont-ils en tout marqués ?

La proportion de buts marqués par Nikola Karabatic en première mi-temps par rapport au nombre total de buts marqués par l'équipe de France est de

$$\frac{2}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{35}.$$

Cette proportion correspond à 3 buts.

Au total les Français ont donc marqués

$$\frac{35}{3} \times 3 = 25 \text{ buts.}$$



Entraînement

Diviser par une fraction

Définition :

Deux nombres non nuls sont **inverses** l'un de l'autre lorsque leur produit est égal à 1.

Propriétés :

Soit a et b deux nombres relatifs non nuls.

L'inverse du nombre a est le nombre $\frac{1}{a}$ et l'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est le nombre $\frac{b}{a}$.

Propriété :

Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.

Exemple :

$$\frac{2}{3} \div \frac{-7}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{-7} = \frac{2 \times 5}{3 \times (-7)} = -\frac{10}{21}$$

➤ Retrouvez un cours complet sur LLS.fr/M4P62.



Les méthodes en vidéo sur LLS.fr/M4EXVideo7.

10 [Cal.1]

Donner l'inverse des nombres suivants.

1. $2 : \frac{1}{2}$
2. $\frac{8}{5} : \frac{5}{8}$
3. $-10 : -\frac{1}{10}$
4. $\frac{-6}{23} : -\frac{23}{6}$
5. $-\frac{7}{15} : -\frac{15}{7}$
6. $0,8 : \frac{10}{8} = 1,25$

11 [Com.1]

Compléter le tableau suivant.

Nombre x	$\frac{4}{5}$	$-\frac{2}{9}$	-6	$-1,25$	$\frac{17}{5}$
Opposé de x	$-\frac{4}{5}$	$\frac{2}{9}$	6	$1,25$	$-\frac{17}{5}$
Inverse de x	$\frac{5}{4}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$-0,8$	$\frac{5}{17}$

12 [Com.1 - Cal.1]

Relier chaque nombre à son inverse.

3		-0,75
0,4		-4
-0,6		$-\frac{5}{3}$
$-\frac{4}{3}$		$\frac{1}{3}$
$-\frac{5}{9}$		$\frac{10}{4}$
-0,25		$-\frac{9}{5}$

13 [Com.4]

Compléter les phrases suivantes avec un nombre décimal.

1. Diviser par $\frac{5}{3}$, c'est multiplier par $\frac{3}{5} = 0,6$.
2. Diviser par 2, c'est multiplier par $\frac{1}{2} = 0,5$.

14 [Cal.1 - Cal.4]

Compléter les égalités suivantes.

1. $\frac{9}{4} \div \frac{7}{5} = \frac{9}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{45}{28}$
2. $\frac{3}{11} \div \frac{-5}{6} = \frac{3}{11} \times \frac{6}{-5} = -\frac{18}{55}$
3. $\frac{3}{8} \div 10 = \frac{3}{8} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{80}$
4. $\frac{2}{5} \div (-5) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{-5} = -\frac{2}{25}$

15 [Cal.1 - Cal.4]

Effectuer les calculs suivants.

1. $A = \frac{2}{5} \div \frac{9}{13}$
 $= \frac{2}{5} \times \frac{13}{9}$
 $= \frac{26}{45}$
2. $B = \frac{-3}{8} \div \frac{11}{10}$
 $= \frac{-3}{8} \times \frac{10}{11}$
 $= -\frac{3 \times 2 \times 5}{2 \times 4 \times 11}$
 $= -\frac{15}{44}$
3. $C = \frac{8}{7} \div \frac{7}{8}$
 $= \frac{8}{7} \times \frac{8}{7}$
 $= \frac{64}{49}$
4. $D = \frac{-1}{3} \div (-6)$
 $= \frac{-1}{3} \times \frac{1}{-6}$
 $= \frac{1}{18}$



1. $\frac{8}{7} \div (-3) = -\frac{8}{21}$

2. $10 \div \frac{30}{20} = \frac{20}{3}$

3. $\frac{-5}{8} \div \frac{7}{13} = -\frac{65}{56}$

4. $\frac{-9}{7} \div \frac{-11}{8} = \frac{72}{77}$

16 COPIE D'ÉLÈVE [Rais.4 - Rais.5 - Cal.4]



Voici les réponses qu'Agathe et Dorian ont données lorsque leur professeur leur a demandé de calculer $E = \frac{-3}{7} \div \frac{4}{13}$.

Réponse d'Agathe.

$$E = \frac{-3}{7} \div \frac{4}{13} = \frac{-3}{7} \times \frac{-4}{13} = \frac{12}{91}$$

Réponse de Dorian.

$$E = \frac{-3}{7} \div \frac{4}{13} = \frac{7}{-3} \times \frac{4}{13} = \frac{28}{-39}$$

Entourer les erreurs commises par Agathe et Dorian et proposer une correction.

Agathe a confondu l'inverse d'un nombre avec son opposé : l'inverse de $\frac{4}{13}$ est $\frac{13}{4}$ pas $-\frac{4}{13}$.

Dorian a inversé la première fraction au lieu d'inverser la deuxième.

Le calcul s'effectue de la façon suivante :

$$E = \frac{-3}{7} \div \frac{4}{13} = \frac{-3}{7} \times \frac{13}{4} = -\frac{39}{28}$$

17 [Cal.1 - Cal.4]

Calculer en simplifiant au maximum.

$$\begin{aligned} 1. E &= \frac{90}{36} \div \frac{72}{48} \\ &= \frac{90}{36} \times \frac{48}{72} \\ &= \frac{5 \times 18 \times 12 \times 4}{12 \times 3 \times 18 \times 4} \\ &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. F &= -\frac{15}{33} \div \frac{65}{39} \\ &= -\frac{15}{33} \times \frac{39}{65} \\ &= -\frac{5 \times 3 \times 13 \times 3}{11 \times 3 \times 13 \times 5} \\ &= -\frac{3}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. G &= \frac{-144}{32} \div (-36) \\ &= \frac{-144}{32} \times \frac{1}{-36} \\ &= \frac{2 \times 6 \times 2 \times 6}{2 \times 2 \times 8 \times 6 \times 6} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. H &= -100 \div \frac{25}{70} \\ &= -100 \times \frac{70}{25} \\ &= -\frac{25 \times 4 \times 70}{25} \\ &= -280 \end{aligned}$$

18 [Cal.1 - Cal.4]

Effectuer les calculs suivants.

$$\begin{aligned} 1. I &= \frac{4}{5} \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{2 \times 2}{5 \times 2 \times 3} \\ &= \frac{2}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. J &= \frac{4}{5} \\ &= 4 \times \frac{6}{5} \\ &= \frac{24}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. K &= \frac{-5}{7} \div \frac{3}{8} \\ &= \frac{-5}{7} \times \frac{8}{3} \\ &= \frac{-40}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. L &= \frac{-2}{3} \div \frac{-1}{13} \\ &= \frac{-2}{3} \times (-13) \\ &= \frac{26}{3} \end{aligned}$$

19 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4]

Pour son anniversaire, Mattéo a préparé 1,6 kg de mousse au chocolat. Il possède des ramequins pouvant contenir $\frac{1}{5}$ kg de mousse.

Combien de ramequins peut-il remplir ?

Mattéo peut remplir $1,6 \div \frac{1}{5} = 1,6 \times 5 = 8$ ramequins.

LE COIN DES EXPERTS

20 Calculer, en simplifiant au maximum, le quotient de l'inverse de l'opposé de $\frac{4}{5}$ par l'opposé de l'inverse de $\frac{6}{7}$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{-\frac{4}{5}} \div \left(-\frac{1}{\frac{6}{7}} \right) &= \frac{-5}{4} \div \left(-\frac{7}{6} \right) \\ &= \frac{5}{4} \times \frac{6}{7} \\ &= \frac{5 \times 3 \times 2}{2 \times 2 \times 7} \\ &= \frac{15}{14} \end{aligned}$$



Entraînement

Calculer une suite d'opérations de nombres rationnels

Propriété :

Pour calculer une expression contenant plusieurs opérations différentes, il faut respecter les priorités opératoires, c'est-à-dire effectuer dans l'ordre :

1. les calculs entre parenthèses ;
2. les multiplications et divisions de gauche à droite ;
3. les additions et soustractions de gauche à droite.

Exemples :

$$1. \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \div \frac{5}{7} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{1}{5} + \frac{14}{25} = \frac{5}{25} + \frac{14}{25} = \frac{19}{25}$$

$$2. \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{5}{2} = \left(\frac{12}{20} + \frac{5}{20}\right) \times \frac{5}{2} = \frac{17}{20} \times \frac{5}{2} = \frac{17 \times 5}{20 \times 2} = \frac{17}{8}$$

➤ Retrouvez un cours complet sur LLS.fr/M4P24.



Les méthodes en vidéo sur LLS.fr/M4EXVideo8.

21 [Mod.2]

Entourer l'opération prioritaire de chaque calcul.

$$1. \frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right)$$

$$2. \frac{4}{9} \times 25 \div \frac{1}{5}$$

$$3. \frac{8}{7} - \left(\frac{1}{7} \times \frac{5}{11}\right)$$

$$4. \frac{4}{3} \div \left(2 + \frac{1}{4}\right)$$

22 [Cal.1 - Cal.4]

Calculer en simplifiant au maximum.

$$1. A = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{5}{8} \\ = \frac{3 \times 4}{2 \times 4} + \frac{5 \times 2}{4 \times 2} - \frac{5}{8} \\ = \frac{12}{8} + \frac{10}{8} - \frac{5}{8} \\ = \frac{17}{8}$$

$$2. B = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \div \frac{1}{8} \\ = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times 8 \\ = \frac{3 \times 5 \times 4 \times 2}{4 \times 2 \times 3} \\ = 5$$

$$3. C = \frac{4}{9} - \frac{7}{9} \times \frac{3}{4} \\ = \frac{4}{9} - \frac{7 \times 3}{3 \times 3 \times 4} \\ = \frac{4 \times 4}{9 \times 4} - \frac{7 \times 3}{12 \times 3} \\ = \frac{16}{36} - \frac{21}{36} \\ = -\frac{5}{36}$$

$$4. D = \left(\frac{7}{3} - \frac{2}{7}\right) \times \frac{-7}{2} \\ = \left(\frac{7 \times 7}{3 \times 7} - \frac{2 \times 3}{7 \times 3}\right) \times \frac{-7}{2} \\ = \left(\frac{49}{21} - \frac{6}{21}\right) \times \frac{-7}{2} \\ = \frac{43}{21} \times \frac{-7}{2} \\ = -\frac{43}{6}$$

$$5. E = -\frac{5}{6} + \frac{11}{6} \div \frac{22}{18} \\ = -\frac{5}{6} + \frac{11}{6} \times \frac{18}{22} \\ = -\frac{5}{6} + \frac{3}{2} \\ = -\frac{5}{6} + \frac{3 \times 3}{2 \times 3} \\ = -\frac{5}{6} + \frac{9}{6} \\ = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$6. F = 8 \div \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{6}\right) \\ = 8 \div \left(\frac{3 \times 3}{4 \times 3} + \frac{7 \times 2}{6 \times 2}\right) \\ = 8 \div \left(\frac{9}{12} + \frac{14}{12}\right) \\ = 8 \div \frac{23}{12} \\ = 8 \times \frac{12}{23} = \frac{96}{23}$$

23 INVERSÉ [Rais.6 - Com.1]



Écrire un programme de calcul qui traduit le calcul $\frac{7}{6} \div \left(x - \frac{4}{9}\right)$, où x désigne le nombre de départ.

- 1 Choisir un nombre.
- 2 Soustraire à ce nombre $\frac{4}{9}$.
- 3 Diviser $\frac{7}{6}$ par le résultat obtenu.

24 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4]

Les $\frac{8}{9}$ des 150 places d'un spectacle ont été vendues, $\frac{1}{4}$ d'entre elles à des adultes.

1. Quel calcul doit-on effectuer pour déterminer le nombre d'enfants assistant à ce spectacle ?

On doit effectuer le calcul $N = \frac{8}{9} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 150$.

2. Déterminer ce nombre d'enfants.

$$N = \frac{8}{9} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 150 \\ = \frac{8}{9} \times \frac{3}{4} \times 150 \\ = \frac{2 \times 4 \times 3 \times 50 \times 3}{3 \times 3 \times 4} \\ = 100$$

Il y a donc 100 enfants présents au spectacle.



Calcul mental

1. $12 + \frac{120}{60} = 14$

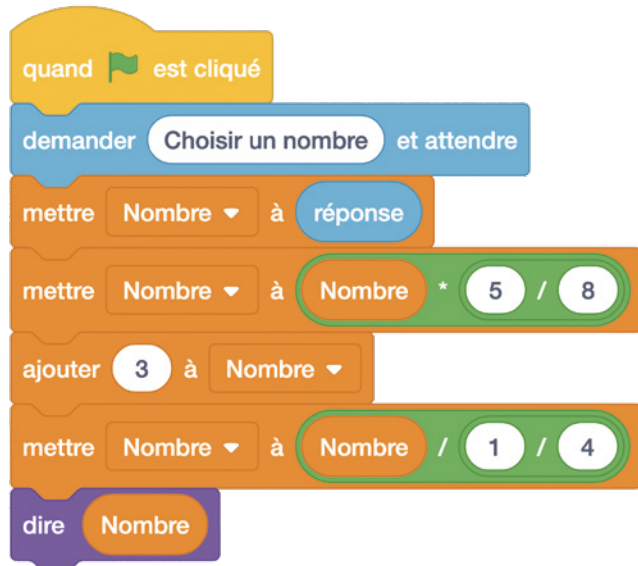
2. $\frac{25}{2} - 5 = 7,5$

3. $45 \times \frac{20}{40} = 22,5$

4. $\left(\frac{1}{6} + \frac{11}{6}\right) \times 621 = 1\,242$

25 [Cal.1 - Cal.4]

On considère le programme de calcul écrit avec Scratch ci-dessous.



1. Vérifier que si l'on choisit $\frac{16}{3}$ au départ, on obtient $\frac{76}{3}$ en sortie de programme.

$$\left(\frac{16}{3} \times \frac{5}{8} + 3\right) \div \frac{1}{4} = \left(\frac{10}{3} + 3\right) \div \frac{1}{4} = \frac{19}{3} \times 4 = \frac{76}{3}$$

2. Qu'obtient-on en sortie de programme si on choisit $-\frac{8}{9}$ au départ ?

$$\left(-\frac{8}{9} \times \frac{5}{8} + 3\right) \div \frac{1}{4} = \left(-\frac{5}{9} + 3\right) \div \frac{1}{4} = \frac{22}{9} \times 4 = \frac{88}{9}$$

3. Quel nombre doit-on choisir au départ pour obtenir 0 en sortie de programme ? Justifier.

Pour obtenir en sortie du programme 0, il faut qu'à l'avant dernière étape on ait obtenu le nombre $0 \div \frac{1}{4} = 0$, donc qu'à l'étape précédente on ait obtenu $0 - 3 = -3$, et donc qu'on ait choisi, en début de programme, $-3 \div \frac{5}{8} = -3 \times \frac{8}{5} = -\frac{24}{5}$.

26 [Cal.1 - Cal.4]

Calculer en simplifiant au maximum.

$$\begin{aligned} 1. G &= \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{3}}{2} \\ &= \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{3}{12} + \frac{8}{12}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{11}{12} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{11}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. H &= \frac{\frac{4}{5}}{\frac{9}{10}} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{10}{9} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{8}{9} - \frac{2 \times 3}{3 \times 3} \\ &= \frac{8}{9} - \frac{6}{9} \\ &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. I &= \frac{-\frac{7}{6}}{4 + \frac{5}{6}} \\ &= \frac{-\frac{7}{6}}{\frac{24}{6} + \frac{5}{6}} \\ &= \frac{-\frac{7}{6}}{\frac{29}{6}} \\ &= \frac{-7}{6} \times \frac{6}{29} \\ &= \frac{-7}{29} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J &= \frac{\frac{5}{2} - \frac{9}{4}}{1 - \frac{3}{8}} \\ &= \left(\frac{5}{2} - \frac{9}{4}\right) \div \left(1 - \frac{3}{8}\right) \\ &= \left(\frac{5 \times 2}{2 \times 2} - \frac{9}{4}\right) \div \left(\frac{8}{8} - \frac{3}{8}\right) \\ &= \left(\frac{10}{4} - \frac{9}{4}\right) \div \frac{5}{8} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{8}{5} \\ &= \frac{2 \times 4}{4 \times 5} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

LE COIN DES EXPERTS

27 On pose $x = \frac{5}{4}$, $y = -\frac{1}{12}$ et $z = \frac{5}{6}$. Calculer le produit de z par l'inverse de la somme de x et de y .

$$\begin{aligned} P &= z \times \frac{1}{x+y} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{1}{\frac{5}{4} + \frac{-1}{12}} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{1}{\frac{15}{12} + \frac{-1}{12}} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{1}{\frac{14}{12}} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{12}{14} \\ &= \frac{5 \times 2 \times 6}{6 \times 2 \times 7} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$



Bilan

28 QCM [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●●

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1. On a $\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \div \frac{3}{7} =$

☐ $\frac{3}{3} \div \frac{3}{7}$ ☐ $\frac{4}{3} - \frac{1}{7}$ ☒ $\frac{5}{9}$

2. On a $-\frac{7}{9} \times \frac{3}{5} =$

☐ $-0,47$ ☐ $-\frac{21}{45}$ ☒ $-\frac{7}{15}$

3. Les $\frac{4}{7}$ de 49 € font :

☒ 28 €

☐ 24,5 €

☒ $4 \times 49 \div 7$ €

4. Les $\frac{3}{8}$ d'un nombre font 24. Ce nombre vaut alors :

☐ $\frac{3}{8} \times 24$ ☐ 64 ☒ $24 \times \frac{8}{3}$

5. L'inverse de l'opposé de $\frac{1}{3}$ est égal à :

☒ -3

☐ 3

☒ l'opposé de l'inverse de $\frac{1}{3}$.

6. Léo le chat mange le quart de ses croquettes le matin. Il en mange le tiers du reste l'après-midi. Il reste alors :

☐ $\frac{7}{12}$ des croquettes.

☐ $\frac{5}{12}$ des croquettes.

☒ la moitié des croquettes.

29 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●●

Dans un collège, 66 % des 150 élèves de troisième ont obtenu le diplôme national du brevet avec une mention.

Dans le collège voisin, 70 % des 120 élèves de troisième ont obtenu une mention.

Dans quel collège compte-t-on le plus de lauréats avec mention ?

Dans le premier collège $\frac{66}{100} \times 150 = 99$ élèves de troisième ont obtenu une mention.

Dans le deuxième collège $\frac{70}{100} \times 120 = 84$ élèves de troisième ont obtenu une mention.

On compte donc plus de lauréats avec mention dans le premier collège.

30 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●●

Mathilde a dépensé les $\frac{8}{15}$ de ses 120 € pour acheter un jeu vidéo.

Combien lui reste-t-il ?

$$R = \left(1 - \frac{8}{15}\right) \times 120 = \frac{7}{15} \times 120 = 56$$

Il reste à Mathilde 56 €.

31 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●●

Il reste les $\frac{8}{9}$ d'une galette des rois.

Quatre amis veulent se partager ce reste équitablement.

Calculer la proportion de galette reçue par chacun.

$$\begin{aligned} \frac{8}{9} \div 4 &= \frac{8}{9} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{2 \times 4}{9 \times 4} \\ &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

La proportion de galette reçue par chacun est $\frac{2}{9}$.

32 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●●

Lina souhaite partager ses 48 billes avec son frère Naïm et sa sœur Julie.

Naïm en reçoit les $\frac{3}{8}$ et Julie les deux cinquièmes de ce qui reste.

1. Calculer la proportion de billes reçues par Julie.

$$\begin{aligned} J &= \frac{2}{5} \times \left(1 - \frac{3}{8}\right) \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{5}{8} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

La proportion de billes reçues par Julie est $\frac{1}{4}$.

2. Est-il vrai que Naïm a reçu moins de billes que Julie ? Justifier.

On a $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ et comme $\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$, Naïm a reçu plus de billes que Julie.



33 [Cal.1 - Cal.4 - Com.1] ●●●●

On pose $x = -\frac{2}{3}$, $y = \frac{3}{4}$ et $z = \frac{4}{5}$.

1. Calculer $A = z \times (x - y)$.

$$\begin{aligned} A &= z \times (x - y) \\ &= \frac{4}{5} \times \left(-\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \\ &= \frac{4}{5} \times \left(-\frac{8}{12} - \frac{9}{12}\right) \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{-17}{12} \\ &= -\frac{17}{15} \end{aligned}$$

2. a. Calculer $B = y \times z - x \times z$.

$$\begin{aligned} B &= y \times z - x \times z \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{3}{5} + \frac{8}{15} \\ &= \frac{17}{15} \end{aligned}$$

b. Que peut-on dire de A et B ?

$A = -\frac{17}{15} = -B$ donc A et B sont des nombres opposés.

3. a. Calculer $C = \frac{1}{z} \div (x - y)$.

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{z} \div (x - y) \\ &= \frac{1}{\frac{4}{5}} \div \left(-\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \\ &= \frac{5}{4} \div \left(-\frac{17}{12}\right) \\ &= -\frac{5}{4} \times \frac{12}{17} \\ &= -\frac{15}{17} \end{aligned}$$

b. Que peut-on dire de A et C ?

$A = -\frac{17}{15}$ et $C = -\frac{15}{17}$ donc A et C sont inverses l'un de l'autre.

34 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●

On multiplie deux des trois fractions $-\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$ et $\frac{2}{9}$, puis on prend l'inverse du résultat. Quelles fractions doit-on choisir pour obtenir le nombre le plus petit possible ?

Produits possibles	Inverses
$-\frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = -\frac{24}{35}$	$-\frac{35}{24} \approx -1,46$
$-\frac{4}{5} \times \frac{2}{9} = -\frac{8}{45}$	$-\frac{45}{8} = -5,625$
$\frac{6}{7} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{21}$	$\frac{21}{4} = 5,25$

C'est donc le produit $-\frac{4}{5} \times \frac{2}{9} = -\frac{8}{45}$ qui donne le plus petit inverse.

35 [Cal.1 - Cal.4] ●●●●

On considère le programme de calcul ci-dessous.

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1 | Choisir un nombre |
| 2 | Le multiplier par $\frac{7}{4}$ |
| 3 | Prendre l'inverse du résultat |
| 4 | Le diviser par $\frac{4}{7}$ |

1. Vérifier que si l'on choisit $\frac{4}{5}$ au départ, on obtient $\frac{5}{4}$.

1. $\frac{4}{5}$

2. $\frac{4}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{4 \times 7}{5 \times 4} = \frac{7}{5}$

3. L'inverse de $\frac{7}{5}$ est $\frac{5}{7}$.

4. $\frac{5}{7} \div \frac{4}{7} = \frac{5}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{5 \times 7}{7 \times 4} = \frac{5}{4}$

2. Qu'obtient-on en sortie de programme si on choisit $-\frac{7}{8}$ au départ ?

1. $-\frac{7}{8}$

2. $-\frac{7}{8} \times \frac{7}{4} = -\frac{49}{32}$

3. L'inverse de $-\frac{49}{32}$ est $-\frac{32}{49}$.

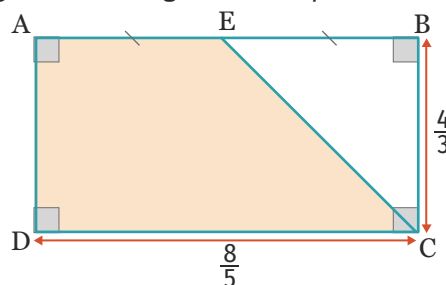
4. $-\frac{32}{49} \div \frac{4}{7} = -\frac{32}{49} \times \frac{7}{4} = -\frac{4 \times 87}{7 \times 7 \times 4} = -\frac{8}{7}$

3. Que peut-on conjecturer sur le résultat donné par ce programme ?

On peut conjecturer que le résultat donné par ce programme est l'inverse du nombre de départ.

36 [Mod.1 - Cal.1 - Cal.4] ●●●●

Les longueurs de la figure sont exprimées en cm.



Calculer l'aire de la partie orange.

L'aire du rectangle ABCD vaut $\frac{8}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{32}{15} \text{ cm}^2$.

Le triangle EBC rectangle en B a pour côtés $\frac{4}{3} \text{ cm}$ et $\frac{8}{5} \div 2 = \frac{8}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5} \text{ cm}$. Son aire est donc égale à

$$\frac{\frac{4}{3} \times \frac{4}{5}}{2} = \frac{16}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{15} \text{ cm}^2.$$

L'aire de la partie orange est égale à l'aire du rectangle à laquelle on soustrait l'aire du triangle blanc, donc cette aire vaut $S = \frac{32}{15} - \frac{8}{15} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ cm}^2$.