

Tester une égalité

Définitions :

1. Une **égalité** est une expression comportant un signe égal et deux membres de part et d'autre du signe égal.
2. Une **équation** est une égalité dont un ou plusieurs termes des membres ne sont pas connus. Les termes qui ne sont pas connus sont appelés **inconnues** et sont désignés par une lettre.

➤ Retrouvez un cours complet sur LLS.fr/M4P120



Les méthodes en vidéo sur LLS.fr/M4EXVideo16

1 [Rais.5 - Cal.4]

On considère l'égalité $2 \times b + 7 = 8$.

1. Combien l'équation possède-t-elle d'inconnues ? Comment se nomment-elles ?

L'équation possède une inconnue nommée b .

2. Le nombre 2 est-il solution de cette équation ?

$2 \times 2 + 7 = 11$ et $11 \neq 8$ donc 2 n'est pas solution de cette équation.

3. Le nombre 0,5 est-il solution de cette équation ?

$2 \times 0,5 + 7 = 1 + 7 = 8$ donc 0,5 est solution de cette équation.

2 [Rais.5 - Cal.4]

Tester l'égalité $2 \times x - 5 = 7$ pour chacune des valeurs suivantes.

1. $x = 4$

$2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3 \neq 7$ donc l'égalité n'est pas vérifiée pour $x = 4$

2. $x = -3$

$2 \times (-3) - 5 = -6 - 5 = -11 \neq 7$ donc l'égalité n'est pas vérifiée pour $x = -3$.

3. $x = 6$

$2 \times 6 - 5 = 12 - 5 = 7$ donc l'égalité est vérifiée pour $x = 6$.

3 [Rais.5 - Cal.3]

Entourer en bleu les équations pour lesquelles le nombre 2 est solution et en rouge les équations pour lesquelles le nombre -1 est solution.

$2x - 7 = -9$ $3 - 5y = -2y - 3$ $-1 = -x$

$x + 1 = 0$ $a^2 = 1$ $b^2 - 4 = 0$ $x^2 = -1$

$x - 2 = 0$ $4x - 5 = 3$ $x^2 - x - 2 = 0$

4 [Ch.3 - Cal.4]

On considère l'équation $5 + 2 \times x - 3 = 3 \times x + 2 - x$. Tester l'égalité pour $x = -1$, pour $x = 3$, puis pour $x = 0,5$. Que remarque-t-on ?

Pour $x = -1$: $5 + 2 \times (-1) - 3 = 5 - 2 - 3 = 0$ et $3 \times (-1) + 2 - (-1) = -3 + 2 + 1 = 0$ donc -1 est solution de l'équation.

Pour $x = 3$: $5 + 2 \times 3 - 3 = 5 + 6 - 3 = 8$ et $3 \times 3 + 2 - 3 = 9 + 2 - 3 = 8 = 0$ donc 3 est solution de l'équation.

Pour $x = 0,5$: $5 + 2 \times 0,5 - 3 = 5 + 1 - 3 = 3$ et $3 \times 0,5 + 2 - 0,5 = 1,5 + 2 - 0,5 = 3$ donc 0,5 est solution de l'équation.

Remarque : En fait l'équation $5 + 2x - 3 = 3x + 2 - x$ peut se réécrire $2 + 2x = 2x + 2$. Cette égalité est toujours vraie donc tous les nombres réels sont solutions de cette équation.

5 [Mod.1 - Cal.3]

Relier chaque égalité aux nombres pour lesquels elle est vérifiée.

$8x - 4 = 12$	$x = -1$
$-10x = -20$	$x = 2$
$4 - 5x = 3x + 4$	$x = 1$
$-5x + 3 = 8$	$x = 4$
$x^2 = 1$	$x = 0$

6 INVERSÉ [Mod.1 - Mod.8]



1. Écrire une équation d'inconnue x qui admet -3 comme solution.

Par exemple $x = -3$ ou $2x + 6 = 0$.

2. Écrire une équation d'inconnue b qui admet $\frac{1}{3}$ comme solution.

Par exemple $3b = 1$.

3. Écrire une équation qui n'admet pas de solution.

Par exemple $x^2 = -1$ ou $x + 1 = x + 2$.



1. $-7 \times 5 - 4 = -39$

2. $\frac{3}{2} \div 3 = \frac{1}{2}$

3. $3 \times 5 - 4 = 11$

4. $-5 + 2 \times 8 = 11$

7 [Mod.1 - Mod.8] ●●●●

1. Comment traduire, à l'aide d'une égalité, le problème suivant : « Si je prends le double de mon âge, j'obtiens le triple de l'âge que j'avais il y a cinq ans. » ?

Notons x mon âge actuel. Le double de mon âge s'exprime par $2x$, l'âge que j'avais il y a cinq ans par $x - 5$ et le triple de l'âge que j'avais il y a cinq ans par $3 \times (x - 5)$. Ainsi, on peut traduire ce problème par l'égalité $2x = 3(x - 5)$.

2. a. 10 est-il solution du problème ?

On a, d'une part, $2 \times 10 = 20$ et, d'autre part, $3 \times (10 - 5) = 3 \times 5 = 15$.

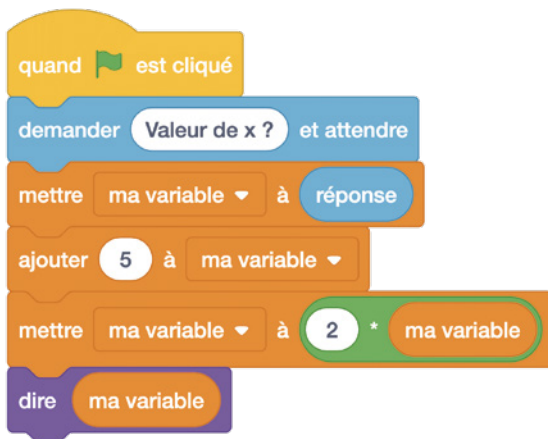
$20 \neq 15$ donc 10 n'est pas solution de ce problème.

b. 15 est-il solution du problème ?

On a, d'une part, $2 \times 15 = 30$ et, d'autre part, $3 \times (15 - 5) = 3 \times 10 = 30$ donc 15 est solution de ce problème.

8 [Mod.8 - Cal.4] ●●●●

Voici un programme Scratch.



1. Qu'affiche le programme lorsque l'on attribue à x la valeur :

a. $x = 3$? Le programme affiche $(3 + 5) \times 2 = 8 \times 2 = 16$.

b. $x = -2$? le programme affiche $(-2 + 5) \times 2 = 3 \times 2 = 6$.

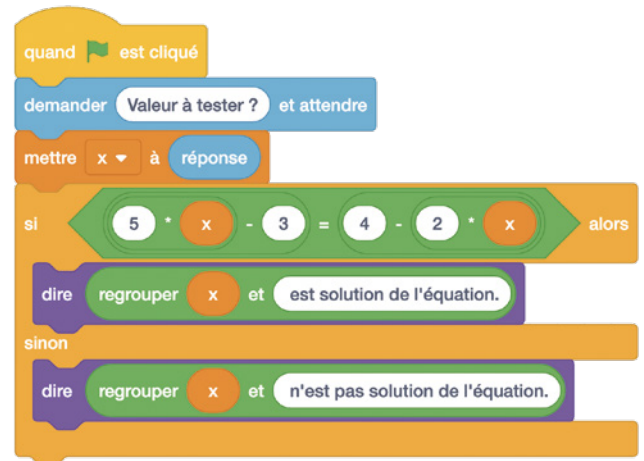
c. $x = -10$? Le programme affiche $(-10 + 5) \times 2 = -5 \times 2 = -10$.

2. D'après la question précédente, quelle est la solution de l'équation $2(x + 5) = x$?

Pour $x = -10$ le programme donne -10 donc -10 est solution de l'équation $2(x + 5) = x$.

9 [Mod.8 - Cal.4] ●●●●

Voici un programme Scratch.



1. Quelle est l'égalité testée par ce programme ?

Ce programme teste l'égalité $5x - 3 = 4 - 2x$.

2. En justifiant la réponse, qu'affiche le programme lorsque la valeur donnée est -5 ? Lorsque la valeur donnée est 1 ?

Lorsque la valeur donnée est -5 , on a, d'une part, $5 \times (-5) - 3 = -28$ et, d'autre part, $4 - 2 \times (-5) = 14$ donc le programme affichera « -5 n'est pas solution de l'équation. »

Lorsque la valeur donnée est 1 , on a, d'une part, $5 \times 1 - 3 = 2$ et, d'autre part, $4 - 2 \times 1 = 2$ donc le programme affichera « 1 est solution de l'équation. »

LE COIN DES EXPERTS

10 Trouver deux nombres a et b pour lesquels les deux égalités suivantes sont vraies en même temps : $a + b = 3$ et $3a + 2b = 4$.

$a + b = 3$ donc $3a + 3b = 3(a + b) = 9$ c'est-à-dire $(3a + 2b) + b = 9$.

Or d'après l'énoncé $3a + 2b = 4$ donc $4 + b = 9$ et donc $b = 5$.

On a donc $a + 5 = 3$ et donc $a = -2$ et $b = 5$.



Entraînement

Résoudre une équation du premier degré

Définitions :

1. **Résoudre une équation** d'inconnue x , c'est trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie. Les valeurs trouvées sont appelées les **solutions** de l'équation.

2. Une **équation du premier degré** est une équation du type $ax + b = cx + d$, où a , b , c et d sont des nombres connus.

Propriétés :

1. Une égalité reste vraie si on ajoute (ou si on soustrait) un même nombre à ses deux membres.

2. Une égalité reste vraie si on multiplie (ou si on divise) ses deux membres par un même nombre **différent de 0**.

➤ Retrouvez un cours complet sur LLS.fr/M4P122.



Les méthodes en vidéo sur LLS.fr/M4EXVideo17.

11 [Mod.4 - Rais.3]

Entourer l'opération à effectuer pour résoudre les équations suivantes.

1. $x + 7 = -5$

Ajouter 7 **Soustraire 7** Ajouter 5 Soustraire 5

2. $3x = 8$

Ajouter 3 Multiplier par 3 **Diviser par 3**
Diviser par 8

3. $-2x = 7$

Multiplier par 2 Diviser par 2 Soustraire 7
Diviser par -2

12 [Mod.4 - Rais.3]

Noter à côté de chaque flèche l'opération permettant de passer d'une ligne à la suivante.

$$\begin{array}{l} 5 \times x - 3 = 7 \\ 5 \times x - 3 + 3 = 7 + 3 \end{array} \quad \leftarrow +3$$

$$\begin{array}{l} 5 \times x = 10 \\ \frac{5 \times x}{5} = \frac{10}{5} \\ x = 2 \end{array} \quad \leftarrow \div 5$$

13 [Ch.2 - Mod.8]

Résoudre les équations suivantes.

1. $x - 7 = 2$

$$\begin{array}{l} x - 7 + 7 = 2 + 7 \\ x = 9 \end{array}$$

2. $x + 8 = -2$

$$\begin{array}{l} x + 8 - 8 = -2 - 8 \\ x = -10 \end{array}$$

3. $12 + x = -3$

$$\begin{array}{l} 12 + x - 12 = -3 - 12 \\ x = -15 \end{array}$$

4. $-5 - x = -3$

$$\begin{array}{l} -5 - x + 5 = -3 + 5 \\ -x = 2 \\ x = -2 \end{array}$$

14 [Ch.2 - Mod.8]

Résoudre les équations suivantes.

1. $7x = 21$

$$\begin{array}{l} \frac{7x}{7} = \frac{21}{7} \\ x = 3 \end{array}$$

2. $-2x = -15$

$$\begin{array}{l} \frac{-2x}{-2} = \frac{-15}{-2} \\ x = \frac{15}{2} \end{array}$$

3. $3x = -8$

$$\begin{array}{l} \frac{3x}{3} = \frac{-8}{3} \\ x = \frac{-8}{3} \end{array}$$

4. $\frac{2}{3}x = 7$

$$\begin{array}{l} 3 \times \frac{2}{3}x = 3 \times 7 \\ 2x = 21 \\ \frac{2x}{2} = \frac{21}{2} \\ x = \frac{21}{2} \end{array}$$

15 [Ch.2 - Mod.8]

Résoudre les équations suivantes.

1. $3x - 5 = 13$

$$\begin{array}{l} 3x - 5 + 5 = 13 + 5 \\ 3x = 18 \\ \frac{3x}{3} = \frac{18}{3} \\ x = 6 \end{array}$$

2. $-5x + 7 = -2$

$$\begin{array}{l} -5x + 7 - 7 = -2 - 7 \\ -5x = -9 \\ \frac{-5x}{-5} = \frac{-9}{-5} \\ x = \frac{9}{5} \end{array}$$

3. $12 = 3t - 5$

$$\begin{array}{l} 12 + 5 = 3t - 5 + 5 \\ 17 = 3t \\ \frac{17}{3} = \frac{3t}{3} \\ \frac{17}{3} = t \end{array}$$

4. $4a - 5 = \frac{2}{3}$

$$\begin{array}{l} 4a - 5 + 5 = \frac{2}{3} + 5 \\ 4a = \frac{17}{3} \\ \frac{4a}{4} = \frac{17}{12} \\ a = \frac{17}{12} \end{array}$$



1. $5 \times \frac{7}{10} = \frac{7}{2}$

2. $-5 \times (-3) = 15$

3. $7 + 3 - 7 = 3$

4. $-3 \times \frac{-2}{21} = \frac{2}{7}$

16 [Ch.2 - Mod.8] ●●●

Résoudre les équations suivantes.

1. $6x - 5 = 2x - 5$
 $6x - 5 + 5 = 2x - 5 + 5$
 $6x = 2x$
 $6x - 2x = 2x - 2x$
 $4x = 0$
 $x = 0$

2. $4 - 7x = 3x - 8$
 $4 - 7x - 4 = 3x - 8 - 4$
 $-7x = 3x - 12$
 $-7x - 3x = 3x - 12 - 3x$
 $-10x = -12$
 $\frac{-10x}{-10} = \frac{-12}{-10}$
 $x = \frac{6}{5}$

3. $10 - 3t - 7 = -4 - 7t + 3$
 $3 - 3t = -1 - 7t$
 $3 - 3 - 3t = -1 - 3 - 7t$
 $-3t = -4 - 7t$
 $-3t + 7t = -4 - 7t + 7t$
 $4t = -4$
 $\frac{4t}{4} = \frac{-4}{4}$
 $t = -1$

4. $2x - \frac{2}{3} = \frac{1}{6} - x$
 $2x - \frac{2}{3} + x = \frac{1}{6} - x + x$
 $3x - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$
 $3x - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$
 $3x = \frac{5}{6}$
 $\frac{3x}{3} = \frac{5}{6 \cdot 3}$
 $x = \frac{5}{18}$

17 [Ch.1 - Cal.4 - Mod.8] ●●●

On considère le programme de calcul suivant.

- | | |
|---|---------------------|
| 1 | Choisir un nombre |
| 2 | Le multiplier par 3 |
| 3 | Ajouter 5 |

1. Traduire le programme à l'aide d'une expression littérale en appelant x le nombre choisi.

On appelle x le nombre de départ.

Étape 1 : x

Étape 2 : $3x$

Étape 3 : $3x + 5$

2. En utilisant la question précédente, déterminer le nombre choisi si le résultat obtenu est -5 .

On cherche le nombre x tel que $3x + 5 = -5$ c'est-à-dire

$3x = -10$ et on a donc $x = -\frac{10}{3}$.

Il faut donc choisir le nombre $-\frac{10}{3}$ pour obtenir un résultat égal à -5 en sortie de programme.

18 [Mod.1 - Rais.3 - Mod.8] ●●●

On cherche à trouver un nombre pour lequel la somme de son double et de son triple est égale à 105. Compléter les étapes de la rédaction.

- Choix de l'inconnue : x
- Son double se note : $2x$.
- Son triple se note : $3x$.
- La somme de son double et de son triple se note : $2x + 3x = 5x$.
- L'équation à résoudre est donc : $5x = 105$.
- Résolution de l'équation :

$5x = 105$

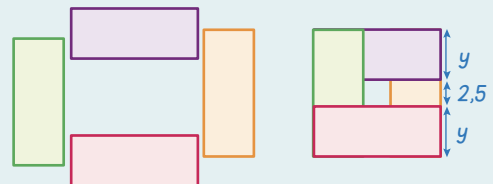
$x = 105 \div 5$

$x = 21$

- Conclusion : Le nombre cherché est 21.

LE COIN DES EXPERTS

19 En collant quatre bandes de papier rectangulaires identiques comme ci-dessous, on forme un petit carré, d'aire $6,25 \text{ cm}^2$, dans un grand carré de périmètre cinq fois plus grand que celui du petit. Déterminer la longueur et la largeur des bandes de papier utilisées.



Nommons x le côté du petit carré. L'aire du petit carré est $6,25 \text{ cm}^2$ donc $x^2 = 6,25$ et donc $x = \sqrt{6,25} = 2,5 \text{ cm}$. On en déduit que le petit carré a un périmètre de $4 \times 2,5 = 10 \text{ cm}$. Nommons maintenant y la largeur de ces quatre rectangles identiques. La longueur de ces quatre rectangles identiques est égale à la longueur du côté du grand carré, c'est-à-dire égal à $y + 2,5 + y = 2y + 2,5$. Le périmètre du grand carré est donc égal à $4 \times (2y + 2,5) = 8y + 10$. D'après l'énoncé, ce périmètre est cinq fois plus grand que celui du petit carré, égal à 10 cm . On résout donc l'équation $8y + 10 = 5 \times 10$ et on obtient $8y = 40$, soit $y = 5$. Les bandes de papiers sont des rectangles de largeur 5 cm et de longueur $2 \times 5 + 2,5 = 12,5 \text{ cm}$.



Bilan

20 QCM [Mod.1 - Cal.3]

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1. -2 est solution de l'équation :

☐ $2x - 3 = 7$ ☒ $x^2 = 4$ ☒ $-3(x - 5) = 4x + 29$

2. L'équation $-3x + 5 = -13$ a pour solution :

☐ $x = -6$ ☐ $x = 3$ ☒ $x = 6$

3. Résoudre l'équation $-3(2 - x) + 5 = 2x - 4$ revient à résoudre :

☒ $3x = 2x - 3$ ☒ $x - 1 = -4$

☐ $2 - x + 5 = 2x - 4 + 3$

21 [Ch.2 - Mod.8]

Résoudre les équations suivantes.

1. $-3(2 + x) - 4 = 2x + 7$

$$-6 - 3x - 4 = 2x + 7$$

$$-3x - 2x = 7 + 6 + 4$$

$$-5x = 17$$

$$x = \frac{-17}{5}$$

2. $4(5 - 3x) - 4 = 7 - (3x - 4)$

$$20 - 12x - 4 = 7 - 3x + 4$$

$$-12x + 3x = 7 + 4 - 20 + 4$$

$$-9x = -5$$

$$x = \frac{5}{9}$$

22 [Ch.2 - Rais.4]

Déterminer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

« Les trois équations suivantes ont la même solution : $3x - 5 = -4x - 26$, $-2x - 5 = x + 4$ et $-5x + 15 = 0$. »

$3x - 5 = -4x - 26$ équivaut à $7x = -21$ et on a donc $x = -3$.

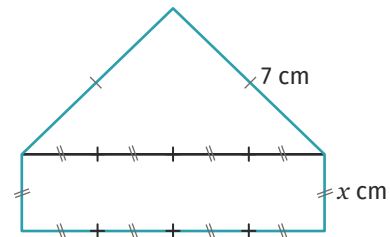
$-2x - 5 = x + 4$ équivaut à $-3x = 9$ et on a donc $x = -3$.

$-5x + 15 = 0$ équivaut à $-5x = -15$ et a donc $x = 3$.

Les trois équations n'ont donc pas la même solution : l'affirmation est fausse.

23 [Ch.3 - Mod.8 - Rep.5]

Déterminer x tel que le périmètre de cette figure soit égal à 290 mm.



• Choix de l'inconnue :

Nommons x la longueur cherchée.

• Mise en équation :

Le périmètre de la figure est donnée par $2 \times 7 + 6 \times x = 6x + 14$.

Ce périmètre est donc égal à 29 cm lorsque $6x + 14 = 29$.

• Résolution de l'équation :

$$6x + 14 = 29$$

$$6x = 15$$

$$x = \frac{15}{6}$$

$$x = 2,5$$

• Conclusion :

Pour que le périmètre de la figure soit égal à 290 mm il faut que $x = 2,5$ cm.

24 [Mod.1 - Mod.8 - Rais.5]

Lors d'une sortie au collège, six professeurs emmènent trois classes de 30 élèves au cinéma.

La place d'un adulte coûte 2 € de plus que la place d'un enfant et le coût total de la sortie s'est élevé à 468 €.

Quel est le prix d'une place enfant ? D'une place adulte ?

Soit x le prix d'une place d'enfant.

Une place adulte coûte donc $x + 2$ €.

Cette sortie comprend 6 adultes et $3 \times 30 = 90$ enfants. Le coût total de la sortie s'exprime donc par $90 \times x + 6 \times (x + 2) = 90x + 6x + 12 = 96x + 12$.

Le coût total de cette sortie s'élevant à 468 €, on doit donc résoudre l'équation $96x + 12 = 468$.

$96x + 12 = 468$ équivaut à $96x = 456$ et on a donc $x = 4,75$.

Une place enfant coûte donc 4,75 € et une place adulte $4,75 + 2 = 6,75$ €.



25 [Mod.1 - Mod.8] ●●●●

En additionnant un nombre, son double et son triple, on trouve 324. Quel est ce nombre ?

Soit x le nombre cherché.

Son double est $2x$ et son triple $3x$.

La somme de ces trois nombres est donc donnée par

$x + 2x + 3x = 6x$ et on doit résoudre l'équation

$6x = 324$, soit $\frac{6x}{6} = \frac{324}{6}$ et donc $x = 54$.

Le nombre cherché est donc 54.

26 [Mod.1 - Mod.8] ●●●●

On choisit un nombre. La somme de son triple et de 5 est égale au double de sa différence avec 7. Quel est ce nombre ?

Soit x le nombre cherché. Son triple est $3x$, la somme de son triple et de 5 est donc donnée par $3x + 5$.

Le double de sa différence avec 7 est donnée par

$2(x - 7) = 2x - 14$.

On doit donc résoudre l'équation $3x + 5 = 2x - 14$, d'où

$3x - 2x = -14 - 5$, soit $x = -19$.

Le nombre cherché est donc -19.

27 [Mod.1 - Mod.4 - Mod.8] ●●●●

Un triangle équilatéral a un périmètre égal à celui d'un carré dont les côtés mesurent 2 cm de moins que les côtés du triangle. Déterminer les dimensions du triangle et du carré.

Soit x la longueur du côté du triangle équilatéral en cm.

Son périmètre est donc égal à $3x$ cm.

Les côtés du carré mesurent 2 cm de moins que ceux du triangle.

Ils mesurent donc $x - 2$ cm.

Le périmètre de ce carré vaut donc $4(x - 2) = 4x - 8$ et on résout l'équation $3x = 4x - 8$ soit $-x = -8$ et donc $x = 8$.

Donc les côtés du triangle mesurent 8 cm.

28 [Cal.4 - Rais.5] ●●●●

On considère les deux programmes de calcul suivants.

→ PROGRAMME A

- 1 Choisir un nombre
- 2 Le multiplier par 4
- 3 Ajouter 5 au résultat

→ PROGRAMME B

- 1 Choisir un nombre
- 2 Lui retrancher 3
- 3 Multiplier le résultat par -6

1. Appliquer chaque programme au nombre -5 et donner le résultat obtenu.

→ PROGRAMME A

- 1 -5
- 2 $-5 \times 4 = -20$
- 3 $-20 + 5 = -15$

→ PROGRAMME B

- 1 -5
- 2 $-5 - 3 = -8$
- 3 $-8 \times (-6) = 48$

2. Entourer en rouge l'expression littérale traduisant le programme A et en bleu celle du programme B

$$\frac{4(x+5)}{4x+5}$$

$$\frac{6x-3}{-6(x-3)}$$

$$x \div 3 - 6$$

$$x \div 3 \times (-6)$$

3. Quelle équation permettrait de déterminer la valeur pour laquelle ces deux programmes donnent le même résultat ?

L'équation à résoudre est $4x + 5 = -6(x - 3)$.

4. Résoudre cette équation.

$$4x + 5 = -6(x - 3)$$

$$4x + 5 = -6x + 18$$

$$4x + 6x = 18 - 5$$

$$10x = 13$$

$$x = 1,3$$

5. Vérifier que le résultat est cohérent en testant chacun des programmes pour la valeur trouvée.

→ PROGRAMME A

- 1 1,3
- 2 $1,3 \times 4 = 5,2$
- 3 $5,2 + 5 = 10,2$

→ PROGRAMME B

- 1 1,3
- 2 $1,3 - 3 = -1,7$
- 3 $-1,7 \times (-6) = 10,2$