

Calculer une probabilité

Définition :

On considère une expérience aléatoire. La **probabilité** d'une issue est un nombre tel que :

- la probabilité de chaque issue de l'univers est toujours comprise entre 0 et 1 ;
- la somme des probabilités des issues de l'univers est égale à 1.

Propriété :

Lorsque l'on est dans une situation d'équiprobabilité, c'est-à-dire lorsque chaque issue a la même probabilité de se réaliser, la probabilité d'un événement A est égale à :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à l'événement A}}{\text{nombre total d'issues dans l'univers}}$$

➤ Retrouvez un cours complet sur LLS.fr/M4P160.

▶ Les méthodes en vidéo sur LLS.fr/M4EXVideo21.

1 [Mod.7 - Cal.1]

Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui peuvent correspondre à une probabilité.

12,3	0,57	-0,25	0,33	15 %	0,2 %
200 %	-5 %	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{122}{27}$

2 [Com.1 - Rais.4]

Dans chacun des cas, déterminer les issues de l'expérience décrite, puis préciser s'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

1. On lance une pièce de monnaie équilibrée et on s'intéresse à la face obtenue.

Les issues sont « pile » et « face ».

➤ Situation d'équiprobabilité ? ☒ Oui ☐ Non

2. On choisit une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à la couleur obtenue.

Les issues sont « pique », « coeur », « carreau » et « trèfle ».

➤ Situation d'équiprobabilité ? ☒ Oui ☐ Non

3. On choisit un élève de notre classe au hasard et on s'intéresse à la première lettre de son prénom.

Les issues sont les initiales des prénoms des élèves de la classe. Sauf dans une situation très rare et spécifique.

➤ Situation d'équiprobabilité ? ☐ Oui ☒ Non

4. On lance un dé équilibré à six faces et on s'intéresse à la parité du nombre obtenu.

Les issues sont « pair » et « impair ».

➤ Situation d'équiprobabilité ? ☒ Oui ☐ Non

3 [Mod.7 - Com.1]

On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6 dont deux faces sont vertes et quatre sont rouges.

Déterminer, en justifiant, si les situations suivantes correspondent à des situations d'équiprobabilité.

1. On s'intéresse au nombre obtenu.

C'est une situation d'équiprobabilité car chaque nombre est présent sur une seule face du dé équilibré.

2. On s'intéresse à la parité du nombre obtenu.

C'est une situation d'équiprobabilité car il y a autant de nombres pairs que de nombres impairs sur les faces de ce dé.

3. On s'intéresse à la couleur obtenue.

Ce n'est pas une situation d'équiprobabilité car il y a plus de faces rouges que de faces vertes.

4 [Mod.7 - Cal.4]

On place dans une urne 50 boules toutes indiscernables au toucher : 13 vertes, 27 orange et toutes les autres rouges. On pioche au hasard l'une de ces boules.

1. Calculer la probabilité d'obtenir une boule verte.

Parmi les 50 boules, 13 sont vertes donc la probabilité d'en tirer une est égale à $\frac{13}{50} = 0,26$.

2. a. Calculer le nombre de boules rouges.

Il y a $50 - 13 - 27 = 10$ boules rouges dans cette urne.

b. En déduire la probabilité d'obtenir une boule rouge.

Parmi les 50 boules, 10 sont rouges donc la probabilité d'en tirer une est égale à $\frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0,2$.



Calcul mental

1. $1 - 0,32 = 0,68$

2. $1 - 0,2 - 0,02 = 0,78$

3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

4. $1 - 0,3 - 0,2 - 0,15 = 0,35$

5 [Mod.7 - Cal.4]

Dans un sac, on dispose des jetons suivants, tous indiscernables au toucher.

A Z R G I 3 5 6 9 1

On pioche un jeton de ce sac au hasard et on s'intéresse au caractère obtenu.

1. Est-ce une situation d'équiprobabilité ? Justifier.

Chacun des 10 caractères est présent une et une seule fois et on ne peut pas les distinguer au toucher donc il s'agit bien d'une situation d'équiprobabilité.

2. Calculer la probabilité d'obtenir la lettre A.

La probabilité d'obtenir la lettre A vaut $\frac{1}{10} = 0,1$.

3. Calculer la probabilité d'obtenir le chiffre 9.

La probabilité d'obtenir le chiffre 9 vaut $\frac{1}{10} = 0,1$.

4. Calculer la probabilité d'obtenir une voyelle.

Il y a deux voyelles, la probabilité d'obtenir une voyelle vaut donc $\frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0,2$.

5. La probabilité d'obtenir une lettre est-elle égale à la probabilité d'obtenir un nombre ?

Parmi les 10 caractères, il y a 5 lettres et 5 nombres donc ces probabilités sont bien égales.

6 [Mod.7 - Cal.4]

On fait tourner la roue ci-contre et on s'intéresse à la couleur du secteur sur lequel elle s'arrête. Les secteurs sont tous de taille identique.



1. Est-ce une situation d'équiprobabilité ? Justifier.

Les secteurs sont de taille identique et chacune des couleurs est présente trois fois donc il s'agit bien d'une situation d'équiprobabilité.

2. Calculer la probabilité de tomber sur un secteur jaune.

La probabilité de tomber sur un secteur jaune vaut $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$.

3. Déterminer la probabilité de tomber soit sur un secteur rouge, soit sur un secteur bleu.

Il y a trois secteurs rouges et trois secteurs bleus sur cette roue, donc 6 secteurs rouges ou bleus sur cette roue. La probabilité de tomber sur l'un ou l'autre vaut $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5$.

7 [Mod.7 - Cal.4]

Compléter les tableaux de probabilités suivants.

Issue	Rose	Bleu	Jaune
Probabilité	0,24	0,13	0,63

Issue	2	5	6	12
Probabilité	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{10}$

8 [Mod.7 - Cal.4]

Dans un collège, voici la répartition des élèves en fonction de leur classe et de leur genre.

	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e	Total
Filles	100	90	110	100	400
Garçons	120	125	100	105	450
Total	220	215	210	205	850

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. On choisit un élève au hasard dans ce collège. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille scolarisée en classe de 4^e ?

Il y a 110 filles en classe de 4^e parmi les 850 élèves donc $\frac{110}{850} = \frac{11}{85}$.

3. On choisit au hasard une fille de ce collège. Quelle est la probabilité qu'elle soit en classe de 4^e ?

Il y a 110 filles en classe de 4^e parmi les 400 filles donc $\frac{110}{400} = \frac{11}{40} = 0,275$.

4. On choisit au hasard un élève de 4^e. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Il y a 110 filles en classe de 4^e parmi les 210 élèves de 4^e donc $\frac{110}{210} = \frac{11}{21}$.

LE COIN DES EXPERTS

9 On dispose d'une urne composée de plusieurs boules identiques mais de couleurs différentes : vertes, bleues, rouges et noires. On pioche au hasard l'une de ces boules et on remarque que : $P(\text{vert}) = P(\text{rouge})$, $P(\text{noir}) = 2 \times P(\text{vert})$ et $P(\text{bleu}) = 2 \times P(\text{noir})$.

Sachant que l'urne comporte 32 boules, donner la composition de celle-ci en coloriant les boules de la bonne couleur.





Entraînement

Utiliser les événements certains, impossibles et contraires

Définitions :

1. Un événement est dit **élémentaire** lorsqu'il n'est constitué que d'une seule issue de l'univers.
2. Un événement est dit **impossible** lorsqu'il ne peut pas se réaliser. Il ne contient aucune issue de l'univers.
3. Un événement est dit **certain** lorsqu'on est sûr qu'il va se réaliser. Il contient toutes les issues de l'univers.
4. L'**événement contraire** d'un événement A est l'événement constitué de toutes les issues de l'univers qui ne sont pas dans A. Cet événement est noté $\bar{A}$.

Propriété :

Pour tout événement A, on a $P(A) + P(\bar{A}) = 1$. Ainsi, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

➤ Retrouvez un cours complet sur LLS.fr/M4P160.



Les méthodes en vidéo sur LLS.fr/M4EXVideo22.

10 [Com.1 - Mod.7]

On place dans une urne les cinq boules suivantes, toutes indiscernables au toucher.



On pioche au hasard l'une de ces boules et on s'intéresse à la lettre inscrite sur la boule.

Relier chacun des événements au(x) mot(s) qui lui correspond.

Obtenir une consonne	Obtenir une lettre	Obtenir un O	Obtenir une voyelle	Obtenir un A
Certain	Impossible	Élémentaire	Non élémentaire	

11 [Com.1 - Mod.7]

On place les bonbons colorés ci-contre dans un sac. On en pioche un au hasard et on s'intéresse à la couleur obtenue.

Relier chacun des événements au(x) mot(s) qui lui correspond.



Obtenir une couleur primaire	Obtenir du noir	Obtenir un bonbon coloré	Obtenir du jaune ou du orange	Obtenir du blanc
Certain	Impossible	Élémentaire	Non élémentaire	

12 [Com.1 - Mod.7]

On écrit sur des papiers tous identiques le prénom de chacun des élèves de notre classe et on en pioche un au hasard.

Donner un événement :

1. élémentaire : « Obtenir [le prénom d'un seul et unique élève de la classe]. »
2. impossible : « Obtenir un prénom composé d'une seule lettre. »
3. composé de trois issues : « Obtenir un prénom commençant par la lettre [...] » par exemple.

13 [Com.1 - Mod.7]

On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6. Donner un événement :

1. élémentaire : « Obtenir 2. »
2. certain : « Obtenir un nombre positif. »
3. impossible : « Obtenir le nombre 14. »
4. composé uniquement de deux issues : « Obtenir un multiple de 3. »

14 [Cal.3 - Com.1]

Compléter le tableau ci-dessous en déduisant la valeur de $P(\bar{A})$ de celle de $P(A)$ ou inversement.

$P(A)$	12 %	$\frac{21}{31}$	1	74,5 %
$P(\bar{A})$	88 %	$\frac{21}{31}$	0	25,5 %

15 [Com.1 - Mod.7]

On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6 et on s'intéresse au nombre obtenu sur sa face supérieure. Dans chacun des cas suivants, décrire l'événement contraire de l'événement donné ainsi que les issues qui le constituent.



1. $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. $100 - 33 = 67$

3. $1 - 0,575 = 0,425$

4. $0,2 + 0,15 + 0,65 = 1$

1. A : « Obtenir un nombre impair. »

$\bar{A}$: « Obtenir un nombre pair. »

Issues réalisant $\bar{A}$: 2, 4 et 6.

2. B : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 2. »

$\bar{B}$: « Obtenir 1. »

Issues réalisant $\bar{B}$: *uniquement 1.*

3. C : « Obtenir l'un des chiffres de 483. »

$\bar{C}$: « *Ne pas obtenir l'un des chiffres de 483.* »

Issues réalisant $\bar{C}$: 1, 2, 5 et 6.

16 [Com.1 - Mod.7]

On choisit une carte parmi les quatre as d'un jeu de cartes et on s'intéresse à sa couleur (pique, cœur, carreau ou trèfle).

Dans chacun des cas suivants, décrire l'événement contraire de l'événement donné, sans utiliser de négation, ainsi que les issues qui le constituent.

1. A : « Obtenir l'as de cœur. »

$\bar{A}$: « Obtenir un as noir ou l'as de carreau. »

Issues de $\bar{A}$: *as de pique, as de trèfle, as de carreau.*

2. B : « Obtenir une carte noire. »

$\bar{B}$: « Obtenir une carte rouge. »

Issues de $\bar{B}$: *as de cœur, as de carreau.*

3. C : « Obtenir l'as de pique, de cœur ou de trèfle. »

$\bar{C}$: « Obtenir l'as de carreau. »

Issues de $\bar{C}$: *as de carreau.*

17 [Mod.1 - Mod.7]

On choisit au hasard deux nombres parmi les nombres 2, 3, 4, 8 et 78.

Les événements « Le nombre choisi est divisible par 2. » et « Le nombre choisi est divisible par 3. » sont-ils contraires l'un de l'autre ?

Le nombre 78 est à la fois divisible par 2 ($78 = 39 \times 2$) et divisible par 3 ($78 = 26 \times 3$) donc l'issue 78 réalise les deux événements à la fois.

Ces événements ne sont donc pas contraires l'un de l'autre.

LE COIN DES EXPERTS

18 Dans un atelier, les produits fabriqués peuvent connaître deux défauts : le défaut 1 et le défaut 2.

Un produit de l'atelier peut donc être en parfait état, avoir uniquement le défaut 1, uniquement le défaut 2, ou encore cumuler les deux défauts à la fois.

On choisit un produit de l'atelier au hasard. Écrire les événements contraires des événements suivants.

1. A : « Le produit a le défaut 1. »

« Le produit n'a pas le défaut 1. »

2. B : « Le produit n'a pas de défaut. »

« Le produit a au moins un défaut »

3. C : « Le produit a au moins un défaut. »

« Le produit n'a aucun défaut. »

4. D : « Le produit a le défaut 1 mais pas le défaut 2. »

« Le produit n'a aucun défaut ou uniquement le défaut 2. »



Bilan

19 QCM [Mod.7 - Cal.3 - Com.1] ●●●●●

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1. On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6. La probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 5 est égale à :

- ☒ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ 0,33

2. On lance une pièce de monnaie équilibrée. L'événement « Obtenir face. » est un événement :

- ☐ certain. ☐ impossible. ☒ élémentaire.

3. On considère un événement A tel que $P(A) = 0,27$. Alors :

- ☐ $P(A) = \frac{2}{7}$ ☒ $P(\bar{A}) = \frac{73}{100}$
☐ $P(A) = 83\%$ ☐ $P(A) = 27\%$

4. On choisit au hasard l'une des couleurs d'un stylo quatre couleurs (rouge, bleu, noir ou vert). La probabilité d'obtenir du vert est égale à :

- ☐ 1 ☒ 0,25 ☐ 4 ☒ $\frac{1}{4}$

20 [Mod.7 - Cal.4 - Rais.4] ●●●●●

On écrit chacune des huit lettres du mot « VACANCES » sur des papiers tous indiscernables au toucher et on pioche l'un de ces papiers au hasard. On s'intéresse à la lettre obtenue.

1. Est-ce une situation d'équiprobabilité ? Justifier.

On compte deux fois la lettre A et une seule fois la lettre V donc nous ne sommes pas en situation d'équiprobabilité.

2. Rayer les mauvaises affirmations en bleu, puis calculer les probabilités demandées.

a. A : « Obtenir la lettre N. » est un événement *élémentaire/non élémentaire* et $P(A) = \frac{1}{8} = 0,125$.

b. B : « Obtenir une consonne. » est un événement *élémentaire/non élémentaire* et $P(B) = \frac{5}{8} = 0,625$.

c. C : « Obtenir une lettre. » est un événement *impossible/certain* et $P(C) = 1$.

d. D : « Obtenir la lettre A ou la lettre E. » et l'événement B sont des événements *certaines/impossibles/contraires*.

Ainsi, on peut également noter l'événement D : $\bar{B}$ et $P(D) = 1 - P(B) = 1 - 0,625 = 0,375$.

21 [Cal.5 - Cal.4] ●●●●●

On considère une expérience aléatoire dont les issues sont équiprobables.

1. Rappeler la formule permettant de calculer la probabilité d'un événement A en fonction du nombre d'issues favorables à A et du nombre total d'issues de l'univers.

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à A}}{\text{nombre total d'issues dans l'univers}}$$

2. À l'aide d'une feuille de calcul, on souhaite pouvoir déterminer la probabilité d'un événement en fonction du nombre d'issues qu'il possède et du nombre d'issues de l'univers.

	A	B	C	D	E
1	Nombre d'issues dans l'univers	10	26	50	100
2	Nombre d'issues favorables à A	4	13	1	35
3	Probabilité de chacune des issues	0,4	0,5	0,02	0,35

Quelle formule faut-il saisir dans la cellule B3 ?

On saisit en B3 la formule = B2/B1.

3. Compléter les cellules du tableur avec les résultats que l'on doit obtenir.

22 [Cal.5 - Cal.4 - Rép.8] ●●●●●

1. Rappeler la formule permettant de calculer la probabilité d'un événement $\bar{A}$ en fonction de celle de A.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

2. À l'aide d'une feuille de calcul, on souhaite pouvoir compléter le tableau suivant. La cellule D1 devra contenir un nombre aléatoire entre 0 et 1.

	A	B	C	D
1	P(A)	0,25	0,445	0,2819
2	P(A barre)	0,75	0,555	0,7181

Donner les formules à saisir en cellule :

a. B2 : *on saisit la formule = 1-B1.*

b. C1 : *on saisit la formule = 1-C2.*

c. D1 : *on saisit la formule = ALEA().*

d. D2 : *on saisit la formule = 1-D1.*

3. Compléter les cellules du tableur avec les résultats que l'on doit obtenir si la cellule D1 affiche 0,2819.



23 [Mod.7 - Cal.4] ●●●●

On attribue à chaque élève d'une classe de 25 élèves un numéro correspondant à sa position dans l'ordre alphabétique et on considère alors le programme Scratch ci-dessous.



1. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit le n°4 ?

Tout dépend du nombre d'élèves dans la classe :

$$\frac{1}{\text{nombre d'élèves dans la classe}}$$

2. a. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit le n°77 ?

Comme aucun élève ne possède le numéro 77, la probabilité est égale à 0.

b. Que peut-on dire de cet événement ?

C'est un événement impossible.

3. Quelle est la probabilité que l'élève choisi ait un numéro pair ?

Si le nombre d'élèves dans la classe est pair, cette probabilité vaut $\frac{1}{2} = 0,5$. Dans le cas contraire, on a

$$\frac{\text{nombre d'élèves avec un numéro pair}}{\text{nombre d'élèves dans la classe}}$$

24 [Mod.7 - Cal.3 - Rais.5] ●●●●

Amélie et Raphaël jouent avec un dé à six faces qui n'est pas équilibré. Tous les deux effectuent des tests pour déterminer la probabilité de chacune de ses faces.

Raphaël a trouvé les probabilités suivantes.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1

Amélie a trouvé les probabilités suivantes.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,25	0,25	0,25	0,1	0,1	0,1

Expliquer pourquoi, sans avoir le dé en main, on sait que les deux amis ont tort.

Raphaël a tort car

$$0,2 + 0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,2 + 0,1 = 0,9 \neq 1.$$

Amélie a tort car

$$0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,1 + 0,1 + 0,1 = 1,05 \neq 1.$$

25 [Mod.7 - Cal.4 - Rais.4] ●●●●

Une urne contient sept boules vertes, quatre boules rouges, trois boules bleues et deux boules jaunes, toutes indiscernables au toucher. On pioche au hasard l'une de ces boules et on regarde sa couleur.

1. Est-ce une situation d'équiprobabilité ? Justifier.

Il y a plus de boules vertes que de boules rouges donc ce n'est pas une situation d'équiprobabilité.

2. Donner un événement ayant une probabilité de $\frac{7}{16}$.

« Obtenir une boule verte. »

3. Donner un événement ayant une probabilité de $\frac{1}{4}$.

« Obtenir une boule rouge. »

4. Donner un événement ayant une probabilité de $\frac{5}{16}$.

« Obtenir une boule jaune ou une boule bleue. »

5. Donner un événement ayant une probabilité supérieure à $\frac{5}{8}$.

« Obtenir une boule verte ou une boule bleue. »

26 [Mod.7 - Com.1 - Cal.4] ●●●●

On dispose d'un sac jaune et d'un sac bleu. On place dans le sac jaune des papiers jaunes et des bleus dans le sac bleu, tous étant indiscernables au toucher.



On pioche, sans remise, un papier bleu puis un jaune puis enfin un papier bleu et on effectue l'opération indiquée. On s'intéresse au résultat de cette opération. Par exemple, si on pioche :

5 **-** **3** alors on obtient $5 - 3 = 2$.

Voici les résultats possibles de cette expérience.

$3 + 5 = 8$	$3 - 5 = -2$	$3 \div 5 = 0,6$
$3 + 8 = 11$	$3 - 8 = -5$	$3 \div 8 = 0,375$
$5 + 3 = 8$	$5 - 3 = 2$	$5 \div 3 = \frac{5}{3}$
$5 + 8 = 13$	$5 - 8 = -3$	$5 \div 8 = 0,625$
$8 + 3 = 11$	$8 - 3 = 5$	$8 \div 3 = \frac{8}{3}$
$8 + 5 = 13$	$8 - 5 = 3$	$8 \div 5 = 1,6$

1. Donner un événement :

a. impossible : « Obtenir 0. »

b. certain : « Obtenir un nombre. »

c. élémentaire : « Obtenir -2. »

d. non élémentaire mais non certain : « Obtenir un nombre entier positif. »

2. Déterminer la probabilité d'obtenir un résultat positif.
Parmi les 18 résultats possibles, 15 sont positifs donc la probabilité est égale à $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$.