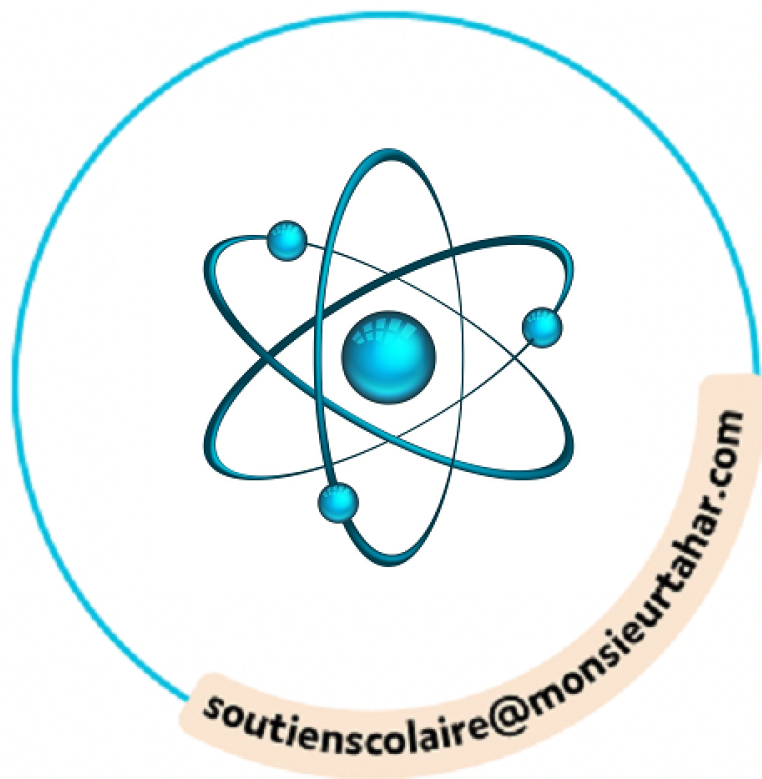
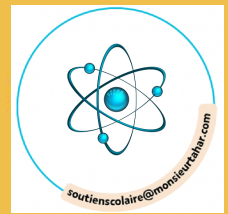


MATHS



CHAPITRE 11

Propriétés des triangles rectangles



Calculer la longueur de l'hypoténuse dans un triangle rectangle

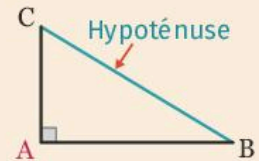
Définition :

Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit. L'hypoténuse est le plus grand côté du triangle rectangle.

Théorème de Pythagore :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Avec les notations du triangle ABC rectangle en A, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



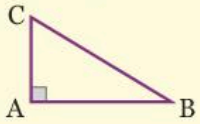
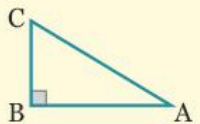
1 [Cal.3 - Cal.2]

Relier les nombres égaux entre eux.

$3^2 + 4^2$	•	•	221
144	•	•	12^2
$10^2 + 11^2$	•	•	5^2
$5^2 + 12^2$	•	•	10^2
$8^2 + 6^2$	•	•	13^2

2 [Rep.5 - Com.1]

Relier chaque triangle rectangle à son hypoténuse.

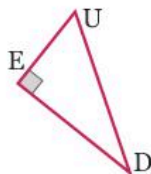
KJL rectangle en J	•	•	[JL]
JKL rectangle en K	•	•	[AC]
	•	•	[KL]
	•	•	[BC]

3 [Mod.4 - Cal.4]

1. Entourer l'égalité de Pythagore correspondant au triangle ci-contre.

$$EU^2 = UD^2 + ED^2 \quad UD^2 = ED^2 + EU^2$$

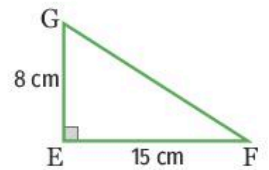
$$ED^2 = UD^2 + UE^2$$



2. On donne à présent $ED = 5$ cm et $EU = 12$ cm. Déterminer la longueur UD.

4 [Mod.4 - Cal.4]

Compléter l'exercice suivant qui permet de calculer la longueur de l'hypoténuse du triangle EFG rectangle en E ci-contre.



Dans le triangle rectangle en,

on a d'après le théorème de :

$$FG^2 = +$$

$$FG^2 = +$$

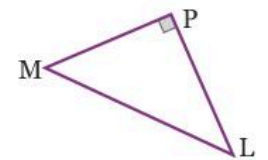
$$FG^2 = +$$

$$FG^2 = \text{ donc } FG = =$$

Donc $FG = \text{ cm}$.

5 [Mod.4 - Cal.4]

On considère le triangle MLP rectangle en P ci-contre vérifiant $MP = 48$ cm et $PL = 55$ cm. Calculer ML.





Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit dans un triangle rectangle

Théorème de Pythagore :

Dans un triangle ABC rectangle en A, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

On peut réécrire cette égalité en $AB^2 = BC^2 - AC^2$ pour déterminer la longueur AB ou en $AC^2 = BC^2 - AB^2$ pour déterminer la longueur AC.



11 [Cal.3 - Mod.2]

Relier entre elles les égalités qui se déduisent l'une de l'autre.

$$12^2 = AB^2 + 5^2$$

$$AB^2 = 15$$

$$AB^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AB = 3$$

$$37^2 = 12^2 + AB^2$$

$$AB^2 = 12^2 - 5^2$$

$$8^2 = 7^2 + AB^2$$

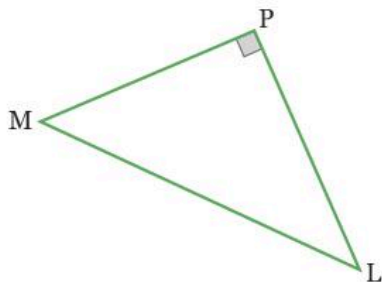
$$AB^2 = 1225$$

$$25 = AB^2 + 16$$

$$AB^2 = 25$$

12 [Mod.4 - Cal.4]

Dans le triangle MPL rectangle en P ci-dessous, on a $ML = 73$ cm et $MP = 55$ cm.



Calculer PL.

13 [Mod.4 - Cal.4]

On considère un triangle STE rectangle en E pour lequel $ST = 125$ dm et $SE = 85$ dm.

Faire un schéma à main levée puis déterminer une valeur arrondie au centimètre près de TE.

14 [Mod.4 - Cal.4]

On considère un rectangle de largeur 65 mm dont une diagonale mesure 97 mm.

Quelle est, en centimètre, la longueur du rectangle ?



1. $5^2 - 4^2 =$

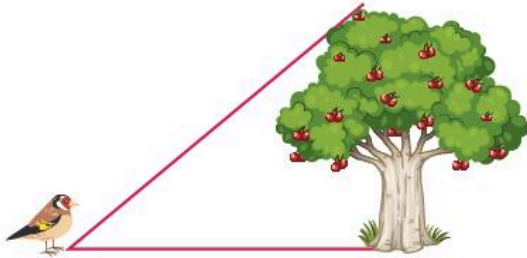
2. $9^2 - 2^2 =$

3. $11^2 - 10^2 =$

4. $7^2 - 5^2 =$

15 [Ch.1 - Mod.1 - Mod.4 - Cal.4] ●●●●

Un oiseau posé au sol veut aller manger une cerise en haut d'un arbre. Pour ce faire, il doit voler sur 22 mètres en ligne droite. L'arbre mesure 4 mètres de haut. À quelle distance du pied de l'arbre, arrondie au centimètre près, l'oiseau se situe-t-il ?

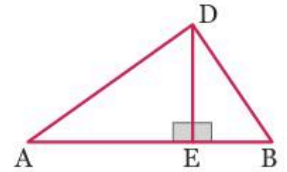


16 [Ch.1 - Mod.1 - Mod.4 - Cal.4] ●●●●

Un avion décolle de Paris et se retrouve, après un trajet en ligne droite de 42,02 km, au-dessus de Melun, ville située à 42 km de la capitale. Faire une figure à main levée puis déterminer quelle est alors, au mètre près, l'altitude de l'avion.

17 [Ch.2 - Mod.4 - Rais.3] ●●●●

Sur la figure ci-contre, $AD = 65$ m, $AE = 63$ m et $DB = 20$ m.



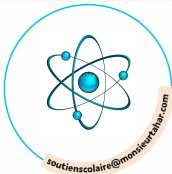
1. Calculer DE.

2. Calculer EB.

3. En déduire AB.

LE COIN DES EXPERTS

18 On considère un losange de côté 13 cm et dont la petite diagonale mesure 10 cm. Déterminer la longueur de la grande diagonale.





$6^2 + 7^2$	•	•	5^2
$65^2 + 72^2$	•	•	$\frac{17}{9}$
$\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$	•	•	85
$3^2 + 4^2$	•	•	$\frac{4}{9}$
$\left(\frac{2}{3}\right)^2$	•	•	97^2

20 [Mod.4 - Cal.4]   

1. $RS = 7,5$ cm, $RT = 4,5$ cm et $ST = 6$ cm.

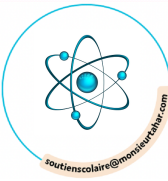
21 [Mod.4 - Cal.5]

Diagram showing four triangles with their side lengths labeled:

- Triangle KJI: Sides are 7,2 cm, 6,5 cm, and 9,7 cm.
- Triangle DEF: Sides are 10,8 mm, 25,5 mm, and 23,1 mm.
- Triangle ABC: Sides are 147 km, 197 km, and 254 km.
- Triangle ABC: Sides are 5,1, 3, and 4.

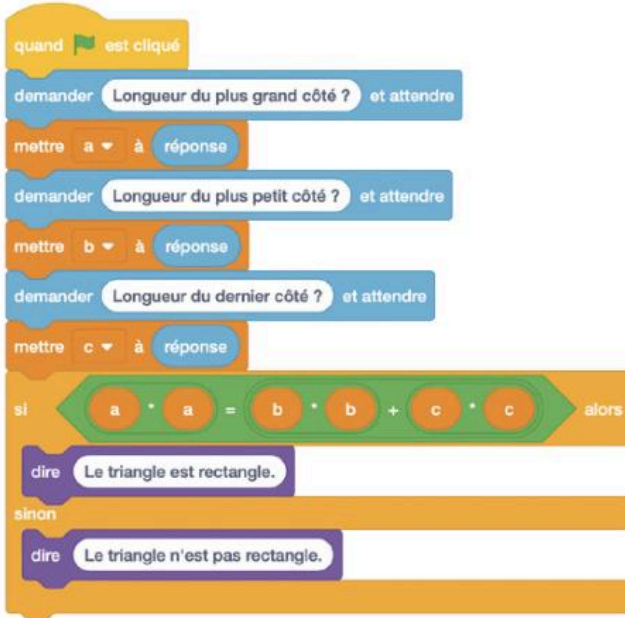


1. $13^2 =$ _____



22 [Ch.2 - Mod.4 - Mod.10] ●●●

On donne ci-dessous un programme Scratch.



1. Que permet de faire ce programme ?

2. En justifiant par un calcul, que donne le programme lorsque l'on rentre les données suivantes ?

a. 209 / 41 / 120

b. 14,7 / 6,3 / 8,5

3. Un utilisateur entre les données 3 / 4 / 5 qui correspondent aux longueurs d'un triangle rectangle. Le programme affiche toutefois « Le triangle n'est pas rectangle ». Pourquoi ?

23 [Rep.6 - Mod.4] 

1. Construire un parallélogramme EFGH tel que $EF = 7,2$ cm, $FG = 3$ cm et $EG = 7,8$ cm.

2. a. Prouver que ce parallélogramme a un angle droit.

b. Que peut-on en déduire pour EFGH ?

LE COIN DES EXPERTS

24 Stéphanie et Béatrice construisent une colonne de galets haute de 1,5 m. Pour savoir si la colonne est bien verticale, Stéphanie propose de tendre une ficelle entre le sommet de la colonne et un point situé à 80 cm de la colonne. La ficelle mesure exactement 1,7 m. Béatrice affirme que la colonne est parfaitement verticale. A-t-elle raison ?



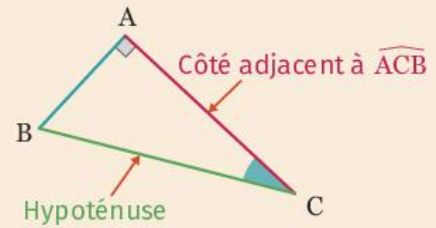
Déterminer la mesure d'un angle avec le cosinus en trigonométrie

Définition :

Dans un triangle rectangle, on définit le **cosinus** d'un angle aigu comme le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

Avec les notations du triangle ABC rectangle en A ci-contre, on a

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ACB}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}.$$



Remarque : Si on connaît le cosinus d'un angle aigu, on utilise la calculatrice en mode degré qui, à l'aide de la touche **Arccos**, notée aussi **cos⁻¹** ou encore **ACS**, permet de déterminer la mesure de l'angle.

25 [Com.1]

Cocher la bonne réponse.

1. Quelle est l'hypoténuse du triangle EGF ?

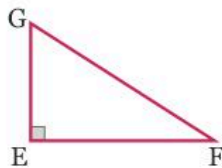
☐ [EF] ☐ [EG] ☐ [GF]

2. Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{EFG}$?

☐ [EF] ☐ [EG] ☐ [GF]

3. Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{EGF}$?

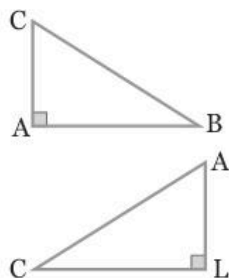
☐ [EF] ☐ [EG] ☐ [GF]



26 [Com.1 - Ch.1]

1. Repasser en rouge l'hypoténuse du triangle rectangle ABC et en bleu le côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$.

2. Repasser en rouge l'hypoténuse du triangle ACL et en vert le côté adjacent à l'angle $\widehat{LAC}$.

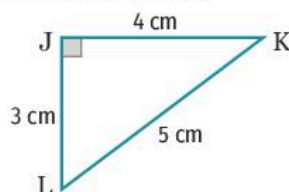


27 COPIE D'ÉLÈVE [Ch.1 - Cal.3 - Rais.5]

Le professeur de Waïl donne l'exercice suivant.

On considère le triangle JKL rectangle en J dont les mesures sont données sur la figure ci-contre. Calculer $\cos(\widehat{JLK})$ et $\cos(\widehat{JKL})$.

Voici la réponse de Waïl.



On a $\cos(\widehat{JLK}) = \frac{3}{4}$ et $\cos(\widehat{JKL}) = \frac{5}{4}$.

Proposer une correction de la réponse de Waïl.

28 [Cal.5]

À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur de x au degré près.

1. Si $\cos(x) = 0,5$ alors $x =$

2. Si $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ alors $x =$

3. Si $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ alors $x =$

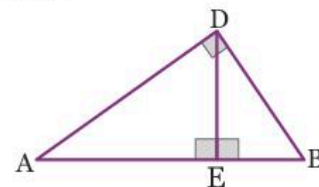
4. Si $\cos(x) = 0,43$ alors $x \approx$

5. Si $\cos(x) = 0,2$ alors $x \approx$

6. Si $\cos(x) = 1,2$ alors

29 [Ch.1 - Mod.4]

À partir de la figure suivante, relier les expressions égales entre elles.



$\cos(\widehat{DAB})$	•	$\frac{ED}{AB}$
$\cos(\widehat{DBA})$	•	$\frac{EB}{BD}$
$\cos(\widehat{ADE})$	•	$\frac{ED}{AD}$
$\cos(\widehat{EDB})$	•	$\frac{ED}{BD}$
	•	$\frac{DA}{AB}$
	•	$\frac{EA}{AD}$

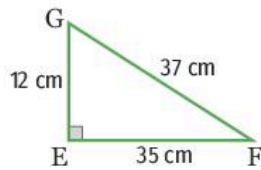


1. $180 - 40 - 72 =$ 2. $90 - 54,7 =$ 3. $80 \div 100 =$ 4. $12 \div 24 =$



30 [Ch.2 - Cal.5] ●●●●●

Soit GEF un triangle rectangle en E. Compléter le raisonnement ci-dessous afin de déterminer un arrondi au degré près de l'angle $\widehat{EGF}$.



Dans le triangle rectangle en,

$$\cos(\widehat{EGF}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}.$$

D'où $\widehat{EGF} \approx$

31 [Ch.2 - Cal.5] ●●●●●

Dans le triangle BAG rectangle en A, on a $BG = 8,9$ cm, $BA = 8$ cm et $AG = 3,9$ cm.

1. Déterminer une mesure arrondie au centième de degré près de l'angle $\widehat{AGB}$.



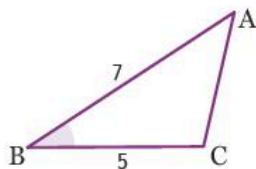
2. En déduire une mesure arrondie au centième de degré près de l'angle $\widehat{ABG}$.

32 COPIE D'ÉLÈVE [Rais.5] ●●●●●

Le professeur d'Anaïs donne le problème suivant.

Déterminer la mesure, au degré près, de l'angle $\widehat{ABC}$ du triangle ci-contre.

Voici la réponse d'Anaïs.



$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{BC}{BA} = \frac{5}{7} \text{ donc } \widehat{ABC} \approx 44^\circ.$$

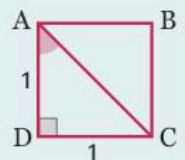
Quelle est son erreur ?

33 [Ch.1 - Ch.2 - Rais.3] ●●●●●

La tour de Pise est haute de 55,86 mètres et son sommet s'écarte de la verticale de 3,9 mètres. Faire un schéma et trouver au dixième de degré près l'inclinaison de la tour de Pise par rapport à la verticale.

LE COIN DES EXPERTS

34 À l'aide d'un carré de côté 1, déterminer la valeur exacte de $\cos(45^\circ)$.





Déterminer une longueur avec le cosinus en trigonométrie

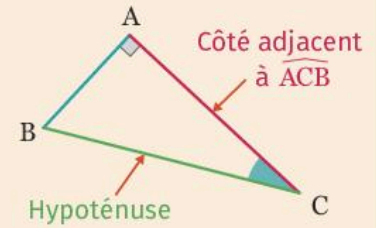
Propriété :

Dans un triangle rectangle,

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} \text{ et donc}$$

$$\text{longueur du côté adjacent à l'angle} = \cos(\text{angle}) \times \text{longueur de l'hypoténuse.}$$

Avec les notations du triangle ci-contre, on a donc $AC = \cos(\widehat{ACB}) \times BC$.



35 [Cal.5]

À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième du cosinus des angles suivants.

Angle	30°	45°	12°	60°	87°
Cosinus					

36 [Mod.3 - Cal.5]

Pour chacune des égalités suivantes, donner le calcul permettant de calculer x puis la valeur exacte de x .

$$5 = \frac{x}{7}$$

$$x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

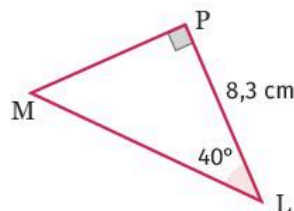
$$0,8 = \frac{12}{x}$$

$$x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

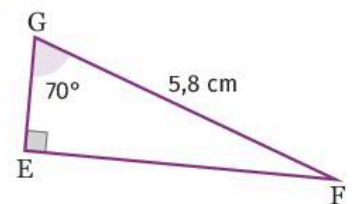
37 [Mod.4 - Rais.3 - Cal.5]

Dans le triangle MPL rectangle en P ci-contre, calculer ML au millimètre près.



38 [Mod.4 - Rais.3 - Cal.5]

Dans le triangle ci-contre, calculer la longueur GE arrondie au millimètre près.



39 INVERSÉ [Ch.1 - Ch.3]

Écrire un énoncé dont la solution serait la suivante.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{BC} \text{ donc } \cos(53) = \frac{7}{BC}.$$

$$\text{Ainsi, } BC = \frac{7}{\cos(53)} \text{ d'où } BC \approx 12 \text{ cm.}$$

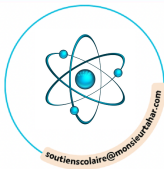


1. $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{15}$

2. $\frac{21}{6} = \frac{7}{\quad}$

3. $0,5 = \frac{\quad}{10}$

4. $0,7 = \frac{\quad}{50}$

**40** [Ch.2 - Mod.4 - Cal.5] ●●●

Dans un triangle UBT rectangle en T, on a $\widehat{TBU} = 40^\circ$ et $BU = 7,3$ cm. On veut calculer un arrondi au mm près de la longueur TU.

1. Faire une figure à main levée.

2. Exprimer $\cos(\widehat{TBU})$ en fonction des longueurs du triangle : $\cos(\widehat{TBU}) = \frac{\quad}{\quad}$.

3. Expliquer pourquoi la relation précédente ne permet pas de déterminer la longueur TU.

4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{TUB}$.

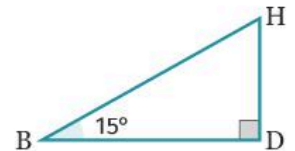
5. En déduire TU et conclure.

6. Calculer TB et retrouver l'égalité de Pythagore $BU^2 = TB^2 + TU^2$.

41 [Mod.1 - Mod.4 - Ch.2 - Cal.4] ●●●

Arrivé au sommet d'une côte rectiligne, un randonneur a noté qu'il avait parcouru 180 m pour la monter. Le panneau de signalisation situé en bas de la côte indique une pente de 15° .

On modélise cette situation par le triangle BHD, le point B désignant le point de départ du randonneur, H son point d'arrivée et D le point défini par la figure ci-contre.



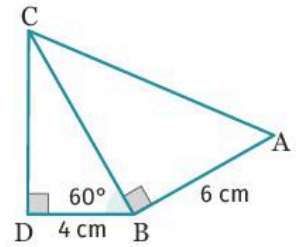
Calculer, au mètre près, le dénivelé HD.

LE COIN DES EXPERTS

42 Mathilde est sur la plage avec son cerf-volant. Elle a déroulé la totalité de sa corde de 15 mètres et se trouve à 6 mètres de l'eau. Son frère Lucas a mesuré l'angle formé entre l'horizontale et la corde tendue et a obtenu 65° . Il affirme que si le cerf-volant tombe à la verticale, Mathilde sera obligée de se mouiller les pieds pour aller le chercher. A-t-il raison ?



Dans la figure ci-contre,
on donne $BD = 4$ cm,
 $BA = 6$ cm et
 $\widehat{DBC} = 60^\circ$.



1. Montrer que $BC = 8$ cm.

2. Calculer CD en centimètre. Donner la valeur arrondie au dixième.

3. Calculer AC.

4. En déduire la valeur arrondie au degré près de $\widehat{\text{BAC}}$.

43 QCM [Cal.5 - Mod.4 - Mod.3] 

Cocher la (ou les)
réponse(s) exacte(s).

1. Dans le triangle GML rectangle en G.

a. L'hypoténuse est :

- ☐ [MG] ☐ [LG] ☐ [ML]

b. Le côté adjacent à l'angle $\widehat{MLG}$ est :

- ☐ [MG] ☐ [LG] ☐ [ML]

c. $\cos(\widehat{\text{GLM}})$ est égal à :

- $$\square \frac{GM}{ML} \quad \square \frac{GL}{ML} \quad \square \frac{LM}{MG}$$

2. Si $\cos(\widehat{\text{GLM}}) = 0,7$ alors l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{\text{GLM}}$ est égal à :

- ☐ 45° ☐ 46° ☐ 1° ☐ 45,6°

3. Si $\cos(54) = \frac{AB}{8}$, alors :

- $$\square AB = \frac{8}{\cos(54^\circ)} \qquad \square AB = 8 \times \cos(54^\circ)$$

- $$\square \quad AB = \frac{\cos(54)}{8}$$

44 [Ch.2 - Mod.4 - Cal.4] ● ○ ○

D'après Brevet, Amérique du Nord, 2009

Soit MOI un triangle tel que $MO = 15$ cm,
 $OI = 25$ cm et $IM = 20$ cm.

1. Ce triangle est-il rectangle ? Justifier.

2. Calculer la mesure arrondie au degré près de chacun des angles de ce triangle.

