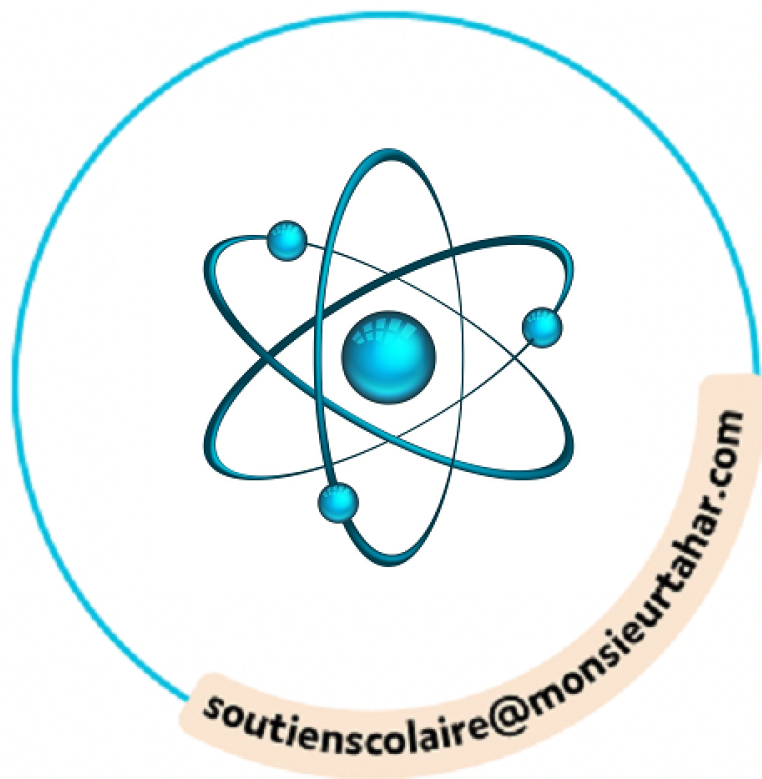
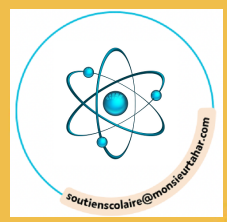


MATHS



CHAPITRE 13

Géométrie dans l'espace

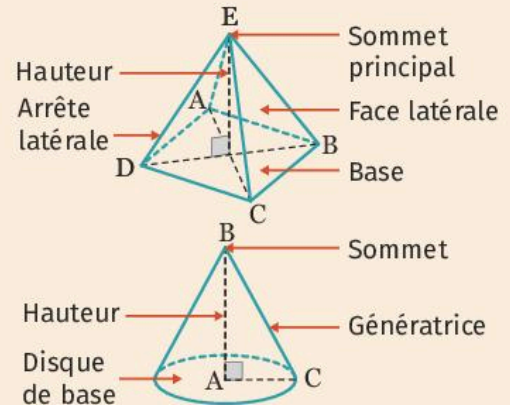


Utiliser le vocabulaire des pyramides et cônes - Tracer en perspective cavalière

Définitions :

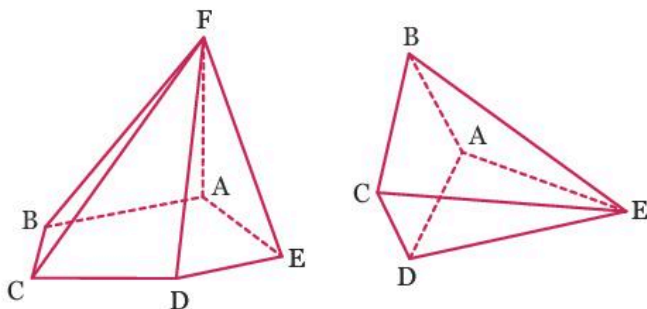
1. Une **pyramide** est un solide dont une face, appelée la **base**, est un polygone. Ses autres faces, appelées **faces latérales**, sont des triangles qui ont un sommet en commun, appelé **sommet principal** de la pyramide. La **hauteur** d'une pyramide désigne la longueur du segment porté par la droite perpendiculaire à la base et passant par le sommet principal.

2. Un **cône de révolution** est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de son angle droit. Le triangle effectue une rotation autour de ce côté. L'hypoténuse de ce triangle rectangle est appelée la **génératrice** du cône. La base d'un cône est un disque.



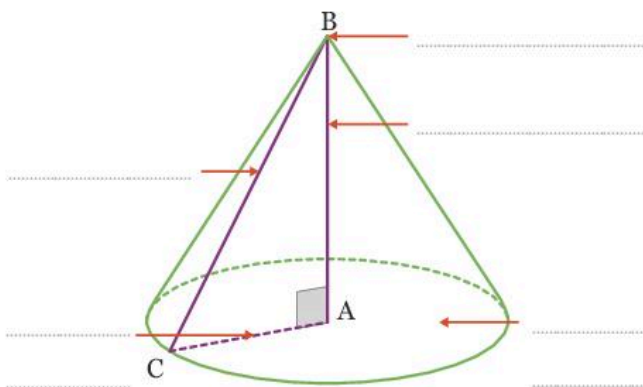
1 [Rep.7]

Colorier en rouge la base de ces pyramides, en bleu leurs arêtes latérales et en noir leur sommet principal.



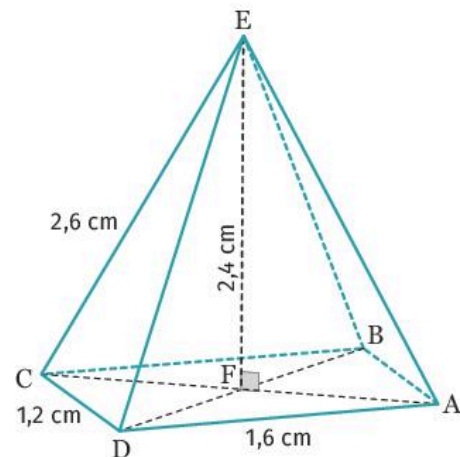
2 [Com.1 - Rep.7]

Compléter la figure suivante avec le vocabulaire adapté.



3 [Rep.7]

Soit ABCDE une pyramide à base rectangulaire dont toutes les arêtes latérales sont de même longueur.



1. Déterminer les longueurs suivantes.

AB	EB	BC	EA	ED

2. Relier chaque triangle à sa nature.

ADC	•	•	Quelconque
ECD	•	•	Équilatéral
ECA	•	•	Isocèle
AEF	•	•	Rectangle
ADF	•	•	Isocèle rectangle



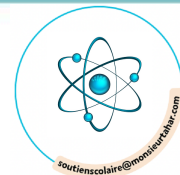
Calcul mental

1. $5 \times 6 \times \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

2. $9 \times 4 \times \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

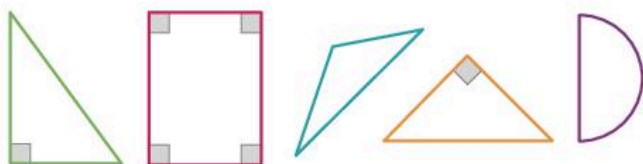
3. $12 \times 2 \times \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

4. $7 \times 3 \times \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$



4 [Rep.7] ●●●●●

Sur les figures suivantes, tracer, si c'est possible, les axes de rotation autour desquels on peut faire tourner la figure pour obtenir un cône de révolution. Rayer la figure lorsqu'il n'est pas possible de tracer un tel axe.

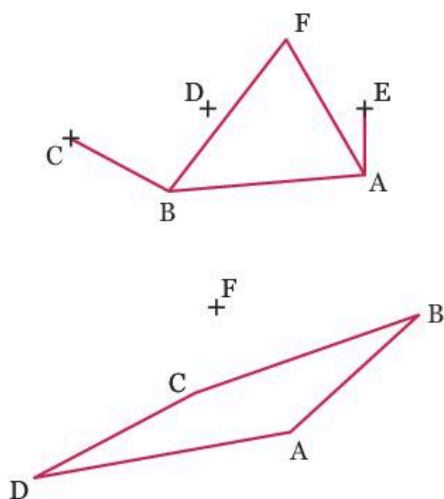


5 [Rep.6] ●●●●●

Soit un cône de sommet C, de hauteur CO = 4 cm et dont le diamètre de la base est de 6 cm. Représenter le triangle COS ayant permis de générer ce cône.

6 [Rep.7] ●●●●●

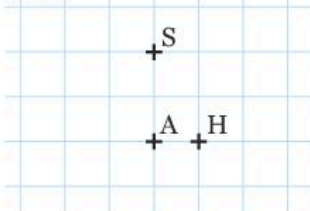
Compléter la représentation en perspective de ces deux pyramides de sommet F.



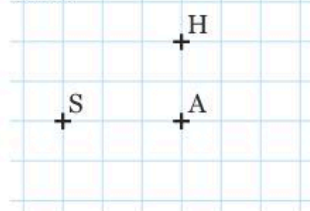
7 [Rep.7] ●●●●●

1. Compléter la représentation en perspective de ces deux cônes de révolution de sommet S et dont la base est un disque de rayon HA.

Cas 1



Cas 2

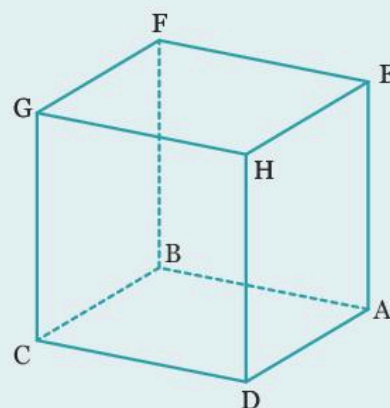


2. Dans chaque cas, quelle est la hauteur du cône représenté ?

3. On rappelle l'égalité de Pythagore valable, dans chaque cas, dans le triangle ASH rectangle en A : $SH^2 = AH^2 + AS^2$. Déterminer la longueur, en carreau, de la génératrice de chacun de ces deux cônes de révolution.

LE COIN DES EXPERTS

8 Tracer dans ce cube la pyramide ABCG en perspective cavalière.





Construire le patron d'une pyramide ou d'un cône de révolution

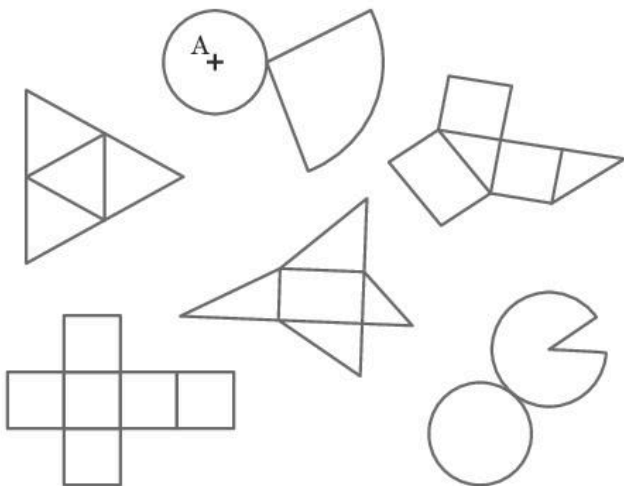
Définition :

Un **patron** est une figure géométrique plane qui permet de reconstituer un solide après pliage.

Remarque : Il existe plusieurs façons de déplier une pyramide ou un cône de révolution, donc une même pyramide ou un même cône de révolution possède plusieurs patrons différents.

9 [Rep.7]

Entourer en vert les patrons pouvant être ceux d'une pyramide et en bleu les patrons pouvant être ceux d'un cône de révolution.

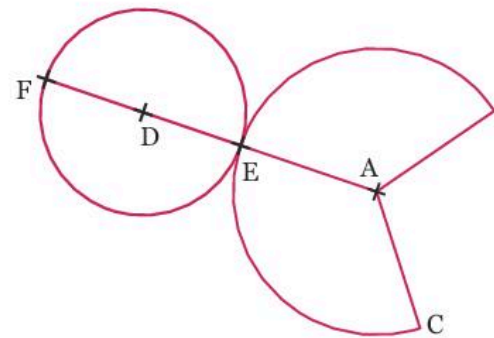


10 [Rep.6]

Tracer un patron d'une pyramide SEFGH à base carrée, de sommet S, et telle que toutes ses arêtes mesurent 2 cm.

11 [Rep.7]

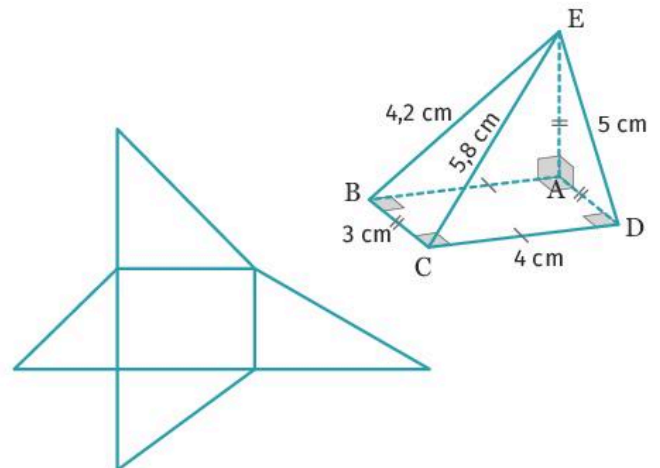
On donne le patron d'un cône de révolution.



1. À quoi correspondent les points D et A pour ce cône ?
2. À quoi correspond la longueur CA pour ce cône ?
3. À quoi correspond la longueur DF pour ce cône ?

12 [Rep.3 - Rep.5 - Rep.7]

La pyramide EABCD a été représentée en perspective. Compléter son patron en y ajoutant toutes les mesures connues et les codages.





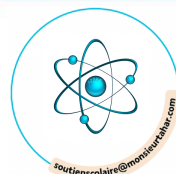
Calcul mental

1. $\frac{4}{3} \times 3^3 =$

2. $3 \times 2^2 =$

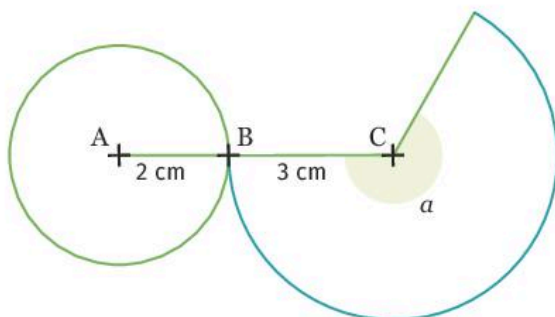
3. $\frac{1}{3} \times 4 \times 2^2 =$

4. $3 \times 5^2 =$



13 [Com.1 - Rep.7] ●●●●

Répondre aux questions ci-dessous afin de justifier la construction du patron du cône de révolution suivant.



1. a. À quoi correspond la longueur AB pour le cône ?

.....

b. À quoi correspond la longueur BC pour le cône ?

.....

2. Quel est le périmètre du cercle de base ?

.....

3. À quelle longueur doit correspondre la longueur de l'arc de cercle bleu pour que la figure définisse bien un patron de cône ?

.....

4. Compléter le tableau suivant.

Angle	a	360°
Longueur de l'arc de cercle bleu	 π	 π

5. En déduire la valeur de l'angle a .

.....

.....

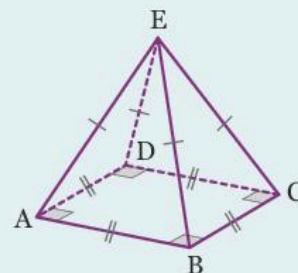
.....

14 [Rep.7] ●●●●

Tracer en vraie grandeur le patron du cône de l'exercice précédent.

LE COIN DES EXPERTS

15 Combien de patrons différents (non superposables) de cette pyramide à base carrée peut-on construire ?



.....

.....

.....



Calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution

Propriétés :

1. $\text{Volume}_{\text{pyramide}} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.

2. $\text{Volume}_{\text{cône}} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$.

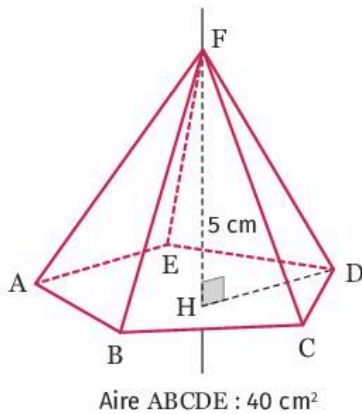
Exemples :

1. Pour calculer le volume d'une pyramide de base d'aire 36 cm^2 et de hauteur 10 cm , on écrit $\text{Volume}_{\text{pyramide}} = \frac{36 \times 10}{3} = 120$. Le volume de la pyramide vaut donc 120 cm^3 .

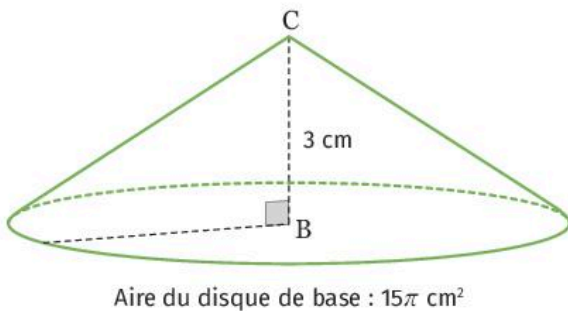
2. Pour calculer le volume d'un cône de révolution dont la base a pour rayon 5 cm et dont la hauteur est de 12 cm , on écrit $\text{Volume}_{\text{cône}} = \frac{\pi \times 5^2 \times 12}{3} = 100\pi$. Le volume du cône vaut donc $100\pi \text{ cm}^3$.

16 [Cal.5 - Rep.7]

1. Calculer, au cm^3 près, le volume de cette pyramide.



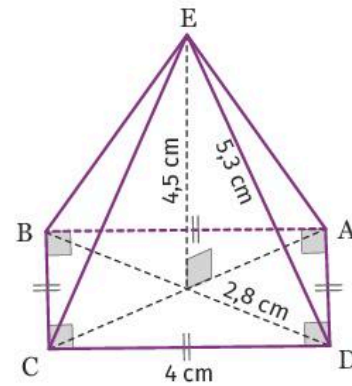
2. Calculer le volume exact de ce cône de révolution.



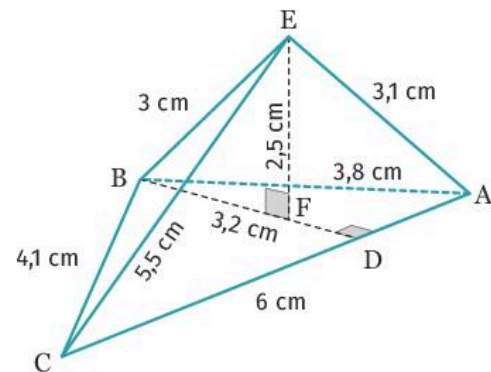
17 [Ch.1 - Rep.5 - Rep.7 - Cal.5]

Pour chaque pyramide, surligner sur la figure les informations utiles pour calculer son volume, puis en donner une valeur arrondie au dixième près.

1.



2.





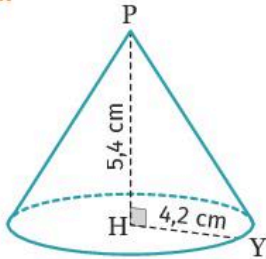
Calcul mental

1. $2 \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$ 2. $430 \text{ mm}^3 = \dots \text{ cm}^3$ 3. $590\,700 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$ 4. $7\,600 \text{ cm}^3 = \dots \text{ m}^3$

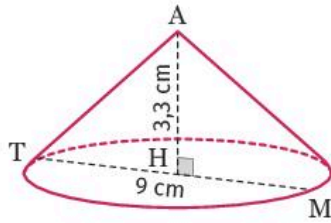
18 [Ch.1 - Cal.5 - Rep.7] ●●●●

Calculer le volume de ces deux cônes de révolution. Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée arrondie au cm^3 .

1.



2.



1.

.....

.....

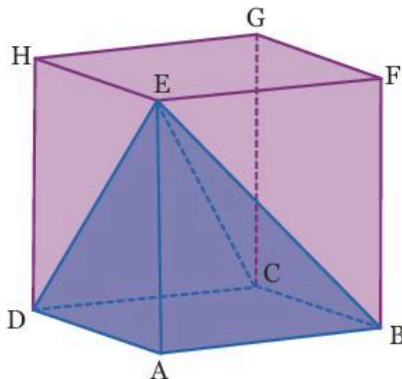
2.

.....

.....

19 [Rep.7 - Cal.3] ●●●●

Soit ABCDEFGH un cube d'arête 6 cm. Calculer le volume de la pyramide EABCD.



.....

.....

.....

.....

.....

20 COPIE D'ÉLÈVE [Rais.5] ●●●●

Le professeur de Jeanne demande de calculer le volume d'un cône de révolution dont la hauteur mesure 9 cm et dont la base est un cercle de rayon 5 cm.

Voici la copie de Jeanne.

Calcul de l'aire de la base : $\pi \times 5 \times 2 = 10\pi$.

Calcul du volume du cône de révolution :

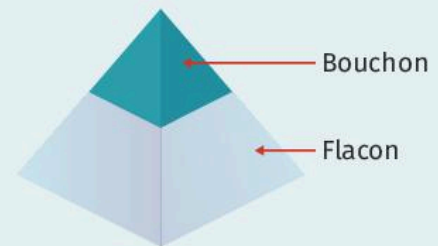
$$\frac{10\pi \times 9}{3} = 30\pi \approx 94.$$

Le cône a un volume environ égal à 94 cm^3 .

Corriger en rouge cette copie.

LE COIN DES EXPERTS

21 Une parfumerie vend des parfums dont les flacons ont une forme particulière. Le bouchon est une pyramide à base carrée posée sur le flacon, le tout formant une grande pyramide à base carrée.



La hauteur du bouchon vaut 3,5 cm et les côtés de sa base mesurent 3 cm.

La hauteur de la grande pyramide vaut 7,2 cm et les côtés de sa base mesurent 8 cm.

On fait l'hypothèse que le flacon est entièrement rempli. Calculer le volume de parfum contenu dans ce flacon en mL. On arrondira au dixième de mL.

.....

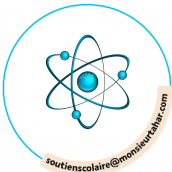
.....

.....

.....

.....

.....





Se repérer sur un pavé droit

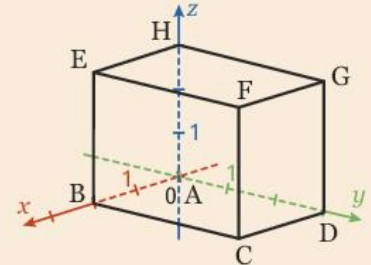
Définition :

Un pavé droit peut définir un ou plusieurs **repères de l'espace**. On peut par exemple choisir l'un de ses sommets comme origine du repère et définir les trois axes par la longueur, la largeur et la hauteur du pavé. Tout point de l'espace peut alors être repéré par trois nombres qui sont ses **coordonnées** : son **abscisse**, son **ordonnée** et son **altitude**.

On note les coordonnées (**abscisse** ; **ordonnée** ; **altitude**).

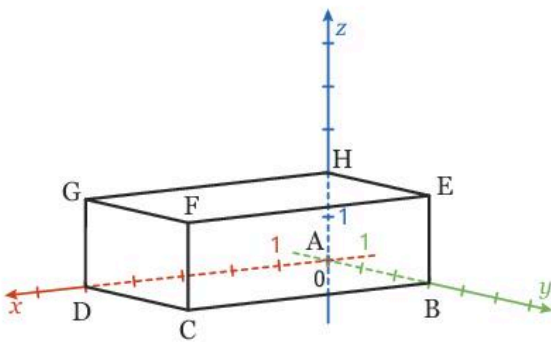
Exemple :

Sur cette figure, l'origine du repère est le point A. Le point B a pour coordonnées (2 ; 0 ; 0), le point C a pour coordonnées (2 ; 3 ; 0) et le point F a pour coordonnées (2 ; 3 ; 3).



22 [Ch.1 - Rep.2 - Rep.7]

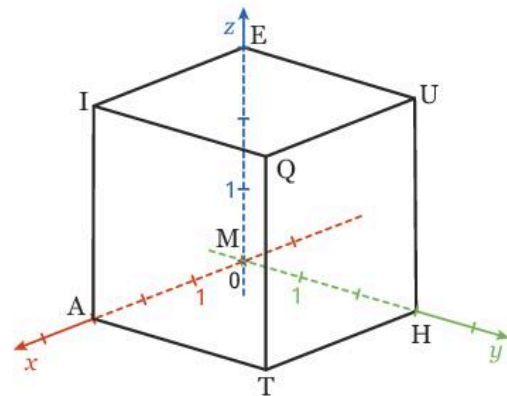
On donne ci-dessous un pavé droit muni d'un repère.



1. Quel est l'origine du repère ?
2. Citer tous les points qui ont pour altitude 0.
3. Quel est le point de coordonnées (0 ; 3 ; 2) ?
4. Quel est le point de coordonnées (0 ; 0 ; 2) ?
5. Quel est le point de coordonnées (5 ; 0 ; 2) ?
6. Déterminer les coordonnées de C.
7. Déterminer les coordonnées de F.

23 [Ch.1 - Rep.2 - Rep.7]

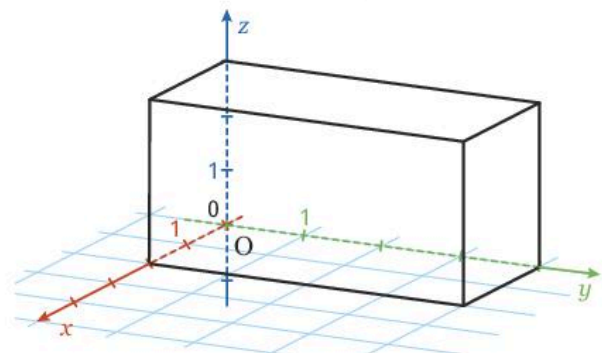
Donner les coordonnées des points de ce cube.



24 [Rep.2 - Rep.7]

Placer dans le repère ci-dessous les points suivants.

1. Le point P de coordonnées (0 ; 0 ; 3).
2. Le point A de coordonnées (0 ; 4 ; 3).
3. Le point X de coordonnées (2 ; 4 ; 0).





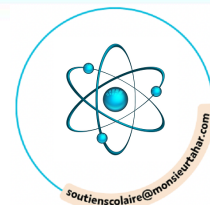
Calcul mental

1. $2 \times 3 \times 3 =$

2. $4 \times 5 \times 6 =$

3. $7 \times 6 \times 10 =$

4. $12 \times 5 \times 4 =$

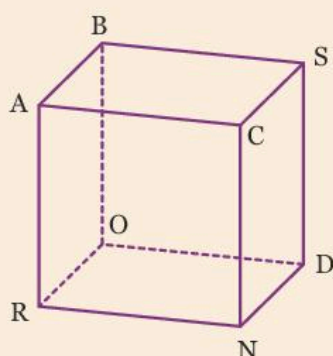


25 INVERSÉ [Rep.2 - Rep.7]



Soit ORNDBACS un cube. Sur cette figure, tracer un repère de manière à ce que S ait pour coordonnées $(-1; 1; 1)$.

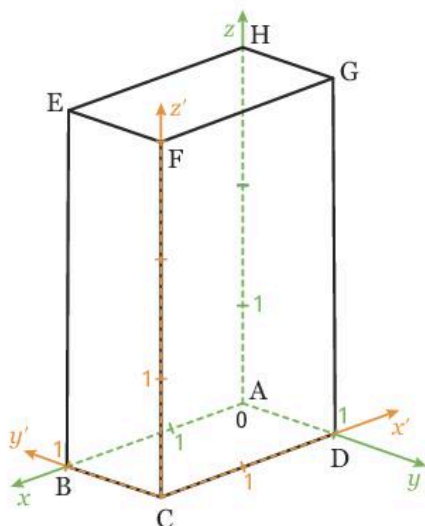
Repasser en rouge l'axe des abscisses, en vert l'axe des ordonnées et en bleu l'axe des altitudes.



26 [Rep.2 - Rep.3 - Rep.7]

On donne un pavé droit muni de deux repères :

- le repère vert $(x; y; z)$, d'origine A ;
- le repère orange $(x'; y'; z')$, d'origine C.

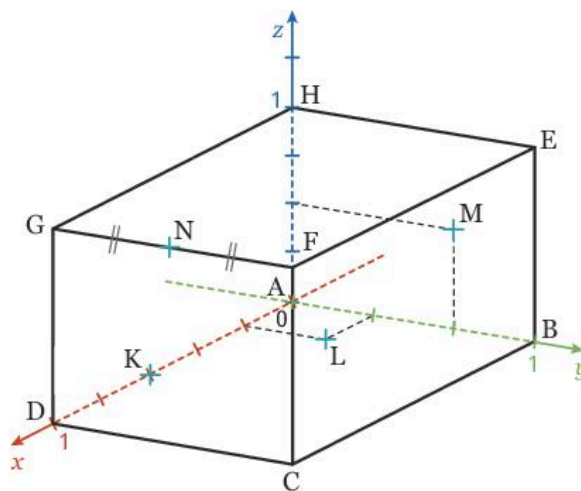


Dans chaque repère, déterminer les coordonnées des points demandés.

Points	A	C	E	F	H
Repère $(x; y; z)$					
Repère $(x'; y'; z')$					

27 [Rep.7 - Com.2 - Mod.4]

On donne le repère ci-dessous.



1. Déterminer les coordonnées exactes des points K, L, M, A et F.

2. Déterminer les coordonnées du point N, milieu de $[FG]$.

3. Placer le point P, milieu de $[EF]$. Quelles sont ses coordonnées ?

4. Placer le point O, symétrique du point D par rapport au point K. Quelles sont ses coordonnées ?

LE COIN DES EXPERTS

28 On considère le repère de l'exercice précédent. Déterminer les coordonnées du point V, symétrique du point K par rapport au point L.



29 QCM [Rais.5 - Com.1]

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1. Quelles sont les affirmations exactes ?

- ☐ Dans une pyramide, il y a autant de faces que de sommets.
- ☐ Dans une pyramide, il y a deux fois plus d'arêtes que de sommets.
- ☐ La base d'une pyramide peut être un disque.

2. Quelle formule permet de calculer le volume d'un cône de révolution ?

- ☐ $\frac{2 \times \pi \times \text{rayon} \times \text{hauteur}}{3}$
- ☐ $\frac{\pi \times \text{diamètre}^2 \times \text{hauteur}}{3}$
- ☐ $\frac{2 \times \pi \times \text{hauteur}^2}{3}$
- ☐ $\frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$

3. Un point est repéré sur un pavé droit par :

- ☐ (abscisse ; coordonnée ; hauteur).
- ☐ (ordonnée ; abscisse ; altitude).
- ☐ (abscisse ; ordonnée ; altitude).
- ☐ (longueur ; largeur ; hauteur).

30 [Ch.4 - Rais.3]

Un confiseur vend des cuberdons : des bonbons aromatisés à la framboise.

Un cuberdon est un cône de révolution de hauteur 2,5 cm et dont le diamètre de la base mesure 2 cm.

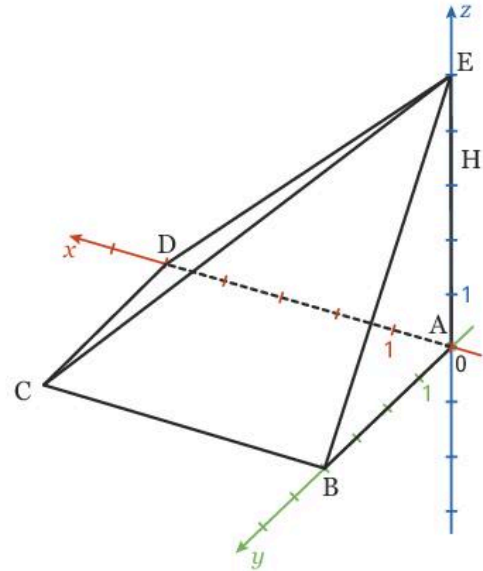
La masse volumique d'un bonbon est de 6 g/cm³.

Il souhaiterait composer des paquets de 250 grammes.

Combien de bonbons le confiseur devra-t-il mettre dans un sachet de cuberdons ?

31 [Rep.7 - Cal.5]

Le repère ci-dessous est muni d'une échelle en centimètre. Déterminer le volume de la pyramide à base rectangulaire ABCDE en déterminant les longueurs nécessaires grâce au repère donné. Donner une valeur approchée au dixième près.



32 [Rais.6]

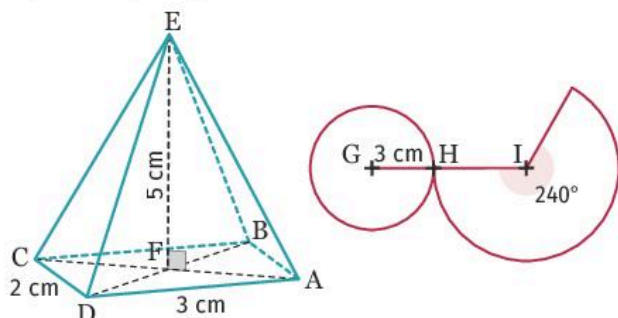
Compléter le programme suivant afin qu'il puisse calculer l'aire d'une pyramide à base carrée dont on donne la hauteur et la longueur d'un des côtés de la base.

```

quand [drapeau] est cliqué
demander "Hauteur ?" et attendre
mettre "Hauteur" à réponse
demander "Longueur du côté de la base ?" et attendre
mettre "Aire base" à [ ] * [ ]
dire [ ] * [ ] / [ ]
    
```


33 [Rep.3 - Rep.7 - Ch.2 - Mod.3] ●●●

On donne ci-dessous une pyramide à base rectangulaire et un cône, représenté par son patron. On souhaite déterminer, parmi ces deux solides, lequel a le plus grand volume.



1. À l'aide des informations données, calculer le volume de la pyramide.

2. On souhaite calculer le volume du cône.

a. Rappeler la formule permettant de calculer le volume du cône. Que nous manque-t-il dans cette formule pour pouvoir conclure ?

b. Déterminer la valeur de HI.



Coup de pouce : Le périmètre d'un cercle de rayon r est $2\pi r$.

c. Déterminer la hauteur du cône, arrondi au mm près.

d. En déduire le volume du cône puis conclure.

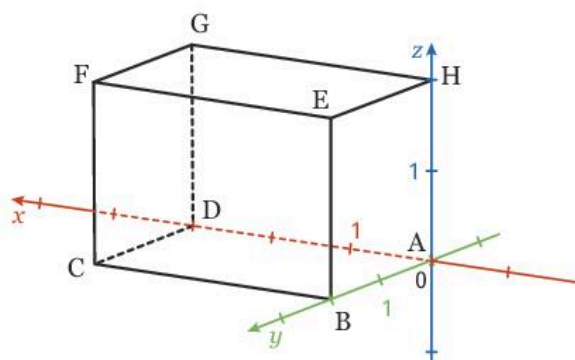
34 [Rep.2 - Com.1] ●●●

La planète Parallélépipédia n'est pas en forme de sphère mais en forme de pavé droit.

On l'a représentée ci-dessous, ainsi que huit des grandes villes qui s'y trouvent, chacune à un sommet du pavé droit : A-polis, B-ville, C-cité, D-pueblo, E-sur-mer, F-ilnius, G-les-oies et H-okyo, dans un repère de l'espace d'origine A et d'axes gradués x , y et z . Une graduation représente 10 000 km sur chacun de ces axes.

Un aventurier commence son voyage aux coordonnées $(0 ; 2 ; 0)$. Il effectue ensuite le trajet suivant :

- il se dirige vers le point de coordonnées $(3 ; 2 ; 0)$;
- il se déplace jusqu'à la ville suivante en ajoutant 20 000 km à son altitude ;
- il recule ensuite de 20 000 km parallèlement à l'axe des ordonnées ;
- il arrive à sa destination finale en diminuant de 30 000 km son abscisse.



1. Par quelles villes cet aventurier est-il passé durant son voyage ?

2. Calculer la distance que cet aventurier a parcourue.

3. Lors de son voyage suivant, il visite les villes suivantes : A - D - G - F. Décrire par un texte le trajet qu'il a effectué.