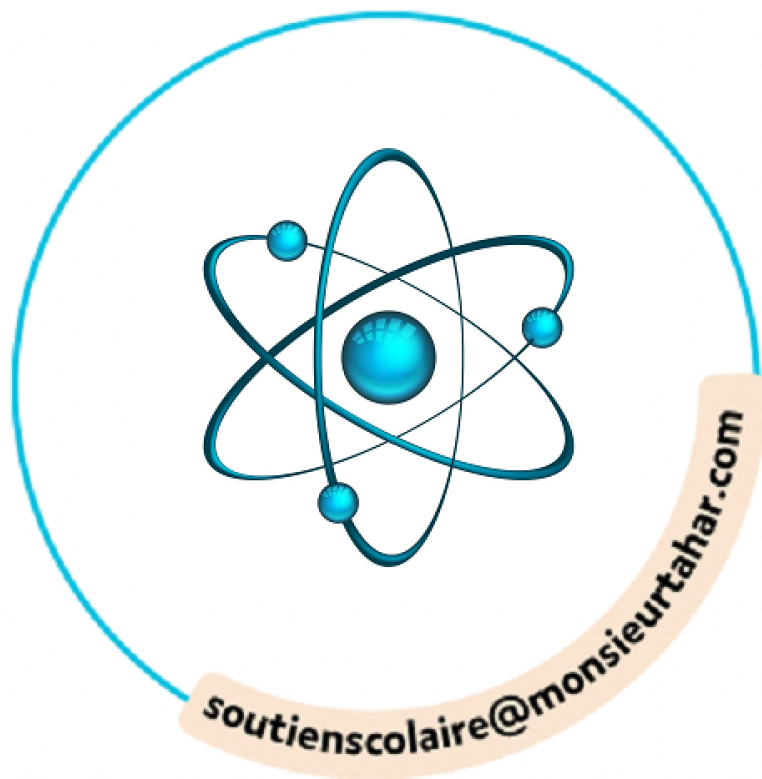
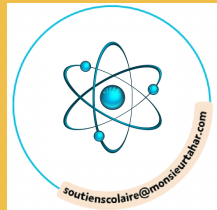


MATHS



CHAPITRE 4

Puissances



Utiliser les puissances de base quelconque et les puissances de base 10

Définitions :

Soit a un nombre relatif et n un entier supérieur ou égal à 1.

Le produit $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$, noté a^n , est la **puissance n -ième de a** .

Le nombre n est appelé l'**exposant** et cette écriture se lit « a exposant n ».

Remarque : $a^1 = a$ et, par convention, si $a \neq 0$, alors $a^0 = 1$.

Le nombre $a^2 = a \times a$ se lit « a au carré » et le nombre $a^3 = a \times a \times a$ se lit « a au cube ».

Définition :

Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 1. Le produit $\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}}$ se note 10^n .

Le nombre 10^n est une **puissance de 10**. Cette écriture se lit « 10 exposant n ».

On note 10^{-n} l'inverse de 10^n . On a donc $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$ et, par convention, $10^0 = 1$.

1 [Cal.1 - Rep.1]

Écrire les produits comme une puissance d'un nombre.

1. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 =$

2. $(-3) \times (-3) \times (-3) =$

3. $-6 \times 6 \times 6 =$

4. $\underbrace{9 \times 9 \times \dots \times 9}_{27 \text{ fois}} =$

2 [Cal.4 - Rep.1]

Compléter les égalités suivantes.

1. $6^2 = \dots \times \dots =$

2. $2^5 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots =$

3. $(-3)^3 = \dots \times \dots \times \dots =$

4. $4^4 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots =$

3 [Cal.4 - Rep.1]

Compléter les égalités suivantes.

1. $10^4 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots =$

2. $10^2 = \dots \times \dots =$

3. $0,1^4 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots =$

4. $0,1^5 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots =$

4 [Cal.1]

Entourer en rouge les nombres positifs et en bleu les nombres négatifs.

-6^4

3^7

$(-10)^5$

$(-4)^6$

10^{-4}

$(-1587)^0$

$(-7,5)^3$

4^{125}

-5^6

5 [Cal.3]

Donner la valeur décimale des nombres suivants.

1. $7^2 =$ 2. $1\,689\,235^0 =$

3. $5^3 =$ 4. $9\,587^1 =$

5. $12^2 =$ 6. $10^5 =$

7. $0,1^3 =$ 8. $(-10)^7 =$

6 [Cal.4]

Donner la valeur décimale des nombres suivants.

1. $(-4)^3 =$ 2. $(-2)^5 =$

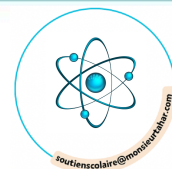
3. $-9^2 =$ 4. $(-1)^{26} =$

5. $10^{-5} =$ 6. $-10^{-2} =$

7. $830^0 =$ 8. $0,5^2 =$



1. $5 \times 5 \times 5 = \dots\dots\dots$ 2. $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = \dots\dots\dots$ 3. $\frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \dots\dots\dots$ 4. $10 \times 10 \times 10 = \dots\dots\dots$



7 [Cal.1 - Cal.4] ●●●●

Compléter les égalités suivantes.

1. $10^4 \times 10^2 = \underbrace{\dots \times \dots \times \dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}} \times \underbrace{\dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}}$
 $= 10^{\dots}$

2. $10^5 \div 10^1 = \underbrace{\dots \times \dots \times \dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}} = 10^{\dots}$

3. $(10^2)^3 = \underbrace{\dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}}$
 $= \underbrace{\dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}}$
 $= 10^{\dots}$

8 [Cal.1 - Cal.4] ●●●●

Compléter les égalités suivantes.

1. $5^2 \times 5^3 = \underbrace{\dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}} \times \underbrace{\dots \times \dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}} = 5^{\dots}$

2. $19^6 \div 19^4 = \underbrace{\dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots}_{\dots \times \dots \times \dots \times \dots}$
 $= 19^{\dots}$

3. $(31^3)^2 = \underbrace{\dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}}$
 $= \underbrace{\dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots}_{\dots \text{ fois}}$
 $= 31^{\dots}$

9 [Cal.1 - Cal.4] ●●●●

En s'inspirant de l'exercice 8, écrire les nombres suivants sous la forme 6^n , où n est un nombre entier positif.

1. $6^4 \times 6^5 = 6^{\dots}$ 2. $6^5 \div 6^2 = 6^{\dots}$

3. $(6^5)^3 = 6^{\dots}$ 4. $\frac{6^1 \times 6^9}{6^5} = 6^{\dots}$

10 [Cal.1 - Cal.4] ●●●●

En s'inspirant de l'exercice 8, écrire les nombres suivants sous la forme 14^n , où n est un nombre entier positif.

1. $14^5 \times 14^2 = 14^{\dots}$ 2. $14^6 \times 14^7 = 14^{\dots}$

3. $(14^2)^7 = 14^{\dots}$ 4. $(14^3 \times 14^2)^7 = 14^{\dots}$

11 [Cal.1 - Cal.4] ●●●●

En s'inspirant de l'exercice 8, écrire les nombres suivants sous la forme 10^n , où n est un nombre entier.

1. $10^{-2} \times 10^7 = 10^{\dots}$ 2. $(10^3)^{-3} = 10^{\dots}$

3. $\frac{10^5}{10^{-2}} = 10^{\dots}$ 4. $\frac{10^6 \times 10^{-10}}{10^8} = 10^{\dots}$

5. $10^5 \times 10^3 \times 10^{-8} = 10^{\dots}$

12 INVERSÉ [Cal.1 - Cal.4] ●●●●

Compléter les pointillés suivants pour que les égalités soient vraies.

1. $6^{\dots} \times 6^{\dots} = 6^{11}$ 2. $43^{\dots} \div 43^{\dots} = 43^5$

3. $(2^{\dots})^{\dots} = 2^{16}$ 4. $\frac{5^{\dots} \times 5^{\dots}}{5^{\dots}} = 5^5$

13 INVERSÉ [Cal.1 - Cal.4] ●●●●

Compléter les pointillés suivants pour que les égalités soient vraies.

1. $10^{\dots} \times 10^{\dots} \times 10^7 = 10^{-5}$

2. $\frac{10^{\dots}}{10^{\dots} \times 10^{\dots}} = 10^{-12}$

3. $3^{\dots} \times \dots^2 = 6^2$

4. $5^{\dots} + 2^{\dots} = 129$

LE COIN DES EXPERTS

14 Dans les bandes dessinées de Tintin, le capitaine Haddock utilise un célèbre juron : « 1 000 milliards de 1 000 sabords ». Écrire, sous la forme d'une puissance de 10, le nombre de sabords que cette quantité représente.



Coup de pouce : Compléter cette égalité :
un milliard = $10^{\dots}$.



Utiliser la notation scientifique - Connaître les préfixes

Définition :

La **notation scientifique** d'un nombre strictement positif est l'unique écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et n est un nombre entier.

Exemple :

La notation scientifique de 465 est $4,65 \times 10^2$ et la notation scientifique de 0,007 est 7×10^{-3} .

Définition :

Quand on utilise des nombres très proches de 0 ou très grands, on peut utiliser des **préfixes** pour remplacer les puissances de 10 du nombre.

	$\times 1000$	$\times 1000$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	$\div 10$	$\div 10$	$\div 10$	$\div 1000$	$\div 1000$	
Préfixe	giga	méga	kilo	hecto	déca	unité	déci	centi	milli	micro	nano
Symbole	G	M	k	h	da		d	c	m	μ	n
Puissance	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

15 [Cal.1]

Cocher les nombres qui sont écrits en notation scientifique dans la liste suivante.

- | | |
|--|--|
| ☐ $3,54 \times 10^{-3}$ | ☐ $89,7 \times 10^7$ |
| ☐ $5,879 \times 100^2$ | ☐ $0,2 \times 10^{-7}$ |
| ☐ $3,654 \times 5^6$ | ☐ $1,002 \times 10^3$ |
| ☐ 1×10^5 | ☐ $10,9 \times 10^{-6}$ |
| ☐ 3×10^0 | ☐ 1×10^1 |

16 [Cal.1 - Rais.4]

Les nombres suivants ne sont pas écrits en notation scientifique. Entourer ce qui, dans chaque écriture, ne correspond pas à une notation scientifique.

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| 1. $6,04 \times 10^{-4,5}$ | 2. $12,547 \times 5^6$ |
| 3. $0,999 \times 10^8$ | 4. $5,7 \times 100^2$ |

17 [Cal.1 - Cal.3]

Les nombres suivants sont écrits en notation scientifique. Retrouver l'écriture décimale de chacun de ces nombres.

- $1,08 \times 10^4 =$
- $4,1 \times 10^{-3} =$
- $5,004 \times 10^{-5} =$
- $4 \times 10^2 =$
- $5 \times 10^0 =$

18 [Cal.1 - Cal.3]

Les nombres suivants sont écrits en notation scientifique. Retrouver l'écriture décimale de chacun de ces nombres.

- $7,2 \times 10^8 =$
- $3,65 \times 10^{-4} =$
- $9,00008 \times 10^3 =$

19 [Cal.1 - Cal.3]

Compléter les égalités pour écrire la notation scientifique des nombres suivants.

- $270 = \dots \times 100 = \dots \times 10^2$
- $4\,200 = \dots \times 1000 = \dots \times 10^3$
- $0,005\,3 = \dots \times 0,001 = \dots \times 10^{-3}$
- $0,000\,000\,04 = \dots \times 0,000\,000\,01 = \dots \times 10^{-8}$

20 [Cal.1 - Cal.3]

Compléter les égalités pour écrire la notation scientifique des nombres suivants.

- $1200 = 1,2 \times \dots = 1,2 \times 10^{\dots}$
- $0,053 = 5,3 \times \dots = 5,3 \times 10^{\dots}$
- $656\,000\,000 = 6,56 \times \dots = 6,56 \times 10^{\dots}$
- $0,000\,002 = 2 \times \dots = 2 \times 10^{\dots}$



1. $10^5 =$

2. $5,25 \times 1000 =$

3. $0,0256 \times 100 =$

4. $0,89 \div 100 =$

21 [Cal.1 - Cal.3] ●●●●

Donner la notation scientifique des nombres suivants.

1. 1352 =

2. 9 560 000 =

3. 0,025 =

4. 0,000 02 =

22 [Cal.1 - Cal.3] ●●●●

Donner la notation scientifique des nombres suivants.

1. $15 \times 10^3 =$

2. $78,9 \times 10^{-2} =$

3. $0,02 \times 10^7 =$

4. $0,45 \times 10^{-5} =$

23 [Cal.1 - Cal.3] ●●●●

Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

1. En moyenne, une baleine bleue pèse $1,77 \times 10^5$ kg :
..... kg.

2. Un CD pèse $1,5 \times 10^{-2}$ kg : kg.

3. Le diamètre de la Lune est de $3,48 \times 10^8$ m :
..... m.

4. Une cellule a une taille d'environ 2×10^{-5} m :
..... m.

24 [Cal.1 - Cal.3] ●●●●

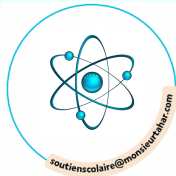
Écrire chacun des nombres donnés en notation scientifique.

1. Un ovule humain a une masse de 3,6 ng :
..... g.

2. La pyramide de Gizeh pèse 6 Gg :
..... g.

3. La longueur de la paramécie est de $0,3 \mu\text{m}$:
..... m.

4. Une fourmi pèse 3 mg : g.



25 [Cal.1 - Cal.3] ●●●●

Donner la notation scientifique des nombres suivants.

1. 635,2 giga = unités.

2. 0,480 5 milli = unités.

3. 3 millions = unités.

4. 6,2 nano = unités.

26 [Cal.1 - Cal.3] ●●●●

Donner la notation scientifique des nombres suivants.

1. La masse d'un moustique est en moyenne de
0,000 0015 kg : g.

2. Le diamètre de la Terre est de 12 742 000 m :
..... hm.

3. La masse d'un homme est d'environ 80 kg :
..... Mg.

4. Dans le monde, il y a environ 8 000 baleines
bleues : baleines bleues.

27 [Cal.1 - Cal.3] ●●●●

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat en notation scientifique.

1. $6,4 \times 10^4 \times 2 \times 10^3 =$

2. $3,11 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^7 =$

3. $1 \times 10^{-8} \times 9,586 \times 10^9 =$

4. $1,1 \times 10^7 \times 1,1 \times 10^{12} =$

LE COIN DES EXPERTS

28 Effectuer les calculs suivants et donner le résultat en notation scientifique.

1. $9 \times 5 \times 2 =$

2. $(5,5 + 2,5)^2 =$

3. $10^3 + 10^2 =$

4. $5,4 \times 2 \times 1000 =$



Utiliser la racine carrée

Définitions :

1. Un **carré parfait** est un nombre qui est le carré d'un entier.
2. Soit a un nombre positif. La **racine carrée** de a est le nombre positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est égal à a . On a donc $(\sqrt{a})^2 = a$.

29 [Cal.1] ●●●●

Parmi les nombres suivants, cocher ceux qui possèdent une racine carrée.

- ☐ 25 ☐ -1 ☐ 1 ☐ 0 ☐ 12,4
☐ $\frac{-5}{4}$ ☐ $\frac{12}{7}$ ☐ 10^4 ☐ $(-4)^2$ ☐ $(-16)^3$

30 [Cal.3] ●●●●

Compléter le tableau suivant.

a	1	5	7			12	
a^2				16	49		100

31 [Cal.3] ●●●●

Compléter si possible le tableau suivant.

a	1	25	49	16	144	-16	0
$\sqrt{a}$							

32 [Rais.4 - Cal.3] ●●●●

Dans chacun des cas, donner la racine carrée des nombres suivants en justifiant.

1. Comme $\dots^2 = 36$ et $\dots > 0$, alors $\sqrt{36} = \dots$.
2. Comme $\dots^2 = 1$ et $\dots > 0$, alors $\sqrt{1} = \dots$.
3. Comme $\dots^2 = 100$ et $\dots > 0$, alors $\sqrt{100} = \dots$.
4. Comme $\dots^2 = 121$ et $\dots > 0$, alors $\sqrt{121} = \dots$.

33 [Cal.3] ●●●●

Dans la liste suivante, rayer les nombres qui ne sont pas des carrés parfaits. Puis donner la racine carrée des carrés parfaits.

0 12 49 69 14,1 10 000 169

34 [Cal.5 - Rais.4] ●●●●

Déterminer, en justifiant, si les nombres suivants sont des carrés parfaits ou non.

1. 625 : ☐ oui ☐ non, car $\sqrt{625} = \dots \approx \dots$.
2. 7 482 : ☐ oui ☐ non, car $\sqrt{7\,482} = \dots \approx \dots$.
3. 228,01 : ☐ oui ☐ non, car $\sqrt{228,01} = \dots \approx \dots$.
4. 1 444 : ☐ oui ☐ non, car $\sqrt{1\,444} = \dots \approx \dots$.

35 [Cal.5 - Rais.4] ●●●●

Déterminer, en justifiant, si les nombres suivants sont des carrés parfaits ou non.

1. 4 290 : ☐ oui ☐ non, car $\dots$.
2. 12 100 : ☐ oui ☐ non, car $\dots$.
3. 484 : ☐ oui ☐ non, car $\dots$.
4. -81 : ☐ oui ☐ non, car $\dots$.

36 [Cal.5] ●●●●

Dans chacun des cas, à l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée des nombres suivants en arrondissant les valeurs au dixième.

1. $\sqrt{2} \approx \dots$
2. $\sqrt{85} \approx \dots$
3. $\sqrt{14} \approx \dots$
4. $\sqrt{23} \approx \dots$
5. $\sqrt{69} \approx \dots$
6. $\sqrt{102,5} \approx \dots$

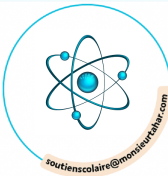
37 [Cal.5] ●●●●

Dans chacun des cas, à l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée des nombres suivants en arrondissant les valeurs au millièm.

1. $\sqrt{5} \approx \dots$
2. $\sqrt{8} \approx \dots$
3. $\sqrt{18} \approx \dots$
4. $\sqrt{458} \approx \dots$



4. $(-5) \times (-5) = \dots\dots\dots$



38 [Cal.3 - Rais.4 - Cal.2] ●●●

Dans chacun des cas, encadrer le nombre donné par deux carrés parfaits consécutifs et en déduire un encadrement de sa racine carrée entre deux entiers consécutifs.

39  [Cal.5] 

En utilisant la calculatrice, encadrer le nombre donné au centième près.

40 [Ch.2 - Mod.1] ●●●

Quel est le côté d'un carré dont l'aire vaut $462,25 \text{ cm}^2$?

41 [Ch.2 - Mod.1] ●●●

Quel est le périmètre d'un carré dont l'aire vaut $1\,030\,225\text{ m}^2$?

42 [Cal.3 - Ch.3 - Mod.2.]

1. Compléter le tableau ci-dessous. On arrondira au dixième si besoin.

a	25	1	121	9
b	4	16	0	100
$\sqrt{a}$				
$\sqrt{b}$				
$a \times b$				
$\sqrt{a \times b}$				
$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$				
$a + b$				
$\sqrt{a + b}$				
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$				

2. Compléter alors la conjecture suivante.

« D'après le tableau précédent, il semble que

$\sqrt{a \times b} \dots \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et que $\sqrt{a+b} \dots \sqrt{a} + \sqrt{b}$,
si a et b sont positifs. »

LE COIN DES EXPERTS

43 Calculer $\sqrt{114 + \sqrt{41 + \sqrt{59 + \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}}}}$.



44 QCM [Cal.1 - Com.1 - Cal.4]

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1. Le produit de 15 facteurs tous égaux à -4 se note :

- ☐ $15 \times (-4)$
☐ $(-4)^{15}$
☐ -4^{15}
☐ -4×15

2. $10^4 + 10^2 =$

- ☐ 10^6
☐ 20^6
☐ $10\,100$
☐ 10^8

3. La notation scientifique de 0,002 54 est :

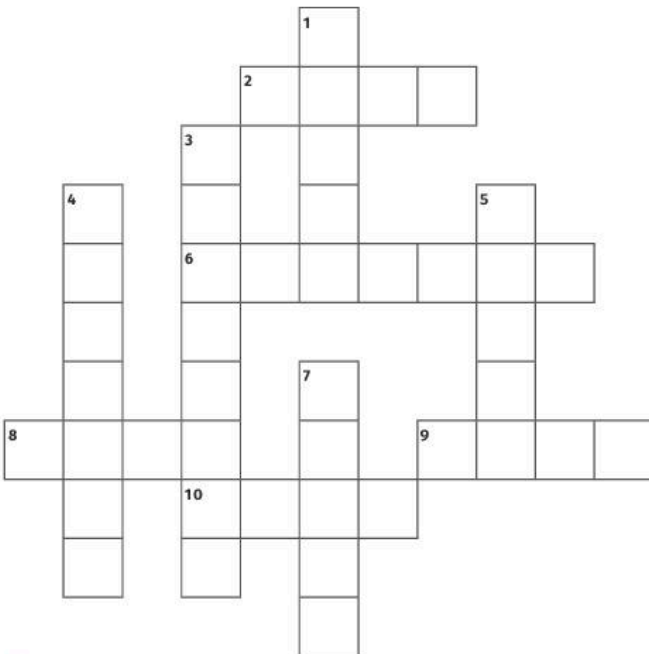
- ☐ $2,54 \times 10^3$
☐ $2,54 \times 10^{-3}$
☐ 254×10^5
☐ 254×10^{-5}

4. Le préfixe associé à 10^6 est :

- ☐ Giga
 ☐ Méga
 ☐ Micro
 ☐ Nano

45 [Com.1]

Cet exercice est un « mots mêlés ». Compléter les cases par le mot correspondant à l'aide des indices donnés.



- Préfixe associé à 0,000 001.
- Préfixe associé à $10^1 \times 10^2$.
- Nom de n dans l'écriture a^n .
- Élément qui constitue un produit.
- Préfixe associé à 10^{-3} .
- Résultat d'une multiplication.
- 1 000 kg = 1
- Préfixe associé à 10^6 .
- Préfixe associé à 1000 000 000.
- Préfixe associé à $\frac{10^{-3}}{10^6}$.

46 [Cal.4]

Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

1. $2^3 + 10^3 =$

2. $7^2 - (-2)^4 =$

3. $(5,3 - 3,8)^2 =$

4. $4^3 \div (-2)^4 =$

47 [Cal.3]

Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

1. $10^3 \times 10^2 =$

2. $10^3 \div 10^7 =$

3. $(10^3)^2 =$

4. $10^3 + 10^2 =$

48 [Cal.5 - Ch.1 - Mod.1]

Amélie lance une chaîne de tweets un lundi à 8 h. Chaque personne qui reçoit ce tweet doit l'envoyer à son tour à quatre personnes l'heure suivante, et ainsi de suite. On suppose qu'une personne ne le reçoit qu'une et une seule fois et que chaque personne ayant reçu le tweet poursuit la chaîne.

1. Combien de personnes ont reçu le tweet lundi à midi ?

2. Combien de personnes ont reçu le tweet lundi à 20 h ?

3. À partir de quelle heure peut-on supposer qu'au moins un milliard de personnes ont reçu le tweet d'Amélie ?

49 [Cal.5 - Rais.6 - Mod.10]

On introduit une population de lapins dans un milieu dans lequel ils n'ont pas de prédateurs. Ils peuvent ainsi proliférer sans que leur progression ne soit freinée. On écrit le programme Scratch suivant.



À l'aide de ce programme, déterminer les informations suivantes.

1. Le nombre initial de lapins :
2. La vitesse d'évolution de la population de lapins :
3. Le but de ce programme :
4. Le nombre de lapins au bout de 14 années :

50 [Cal.4 - Cal.1]

On considère les nombres $A = 1,5 \times 10^{-3}$ et $B = 8,4 \times 10^7$.

1. Donner l'écriture décimale de :
 - a. $A + B =$
 - b. $A \times B =$
2. Donner les notations scientifiques des résultats précédents.
 - a. $A + B =$
 - b. $A \times B =$

51 [Mod.2 - Mod.1 - Cal.5 - Rais.5]

La force d'attraction gravitationnelle entre deux masses Masse 1 et Masse 2, en kg, est donnée, en newton (N), par la formule :

$$F = \frac{G \times \text{Masse 1} \times \text{Masse 2}}{\text{Distance}^2}$$

où Distance représente la distance entre les deux objets, en mètre, et G représente la constante gravitationnelle avec $G \approx 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$.

On donne de plus les informations suivantes.

Masse Soleil	Masse Terre	Masse Lune
$1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$	$5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$	$7,342 \times 10^{22} \text{ kg}$

Distance Soleil-Terre	Distance Terre-Lune
149 500 000 000 m	384 000 km

1. Montrer que la force d'attraction gravitationnelle entre le Soleil et la Terre est d'environ $3,54 \times 10^{22} \text{ N}$.

2. Calculer la force d'attraction gravitationnelle entre la Terre et la Lune.

52 [Cal.2 - Com.2]

On donne les informations suivantes.

Masse Uranus	Masse Mercure	Masse Saturne
$8,681 \times 10^{25} \text{ kg}$	$3,285 \times 10^{26} \text{ g}$	$5,683 \times 10^{20} \text{ Gg}$

Comparer les masses d'Uranus, de Mercure et de Saturne.